

Abordando la educación para el desarrollo sostenible desde la modelación matemática

Verónica Vargas Alejo ¹

Luis Montero Moguel ²

Resumen

Ante la situación de crisis de sostenibilidad ambiental, la UNESCO señala la necesidad de fomentar el desarrollo de conocimiento, conciencia y acción en la educación de los individuos para empoderar a las personas para transformarse a sí mismas y transformar las sociedades. Este estudio cualitativo tuvo como objetivo analizar los modelos matemáticos generados por estudiantes al resolver una actividad en el contexto de una situación ambiental de tala de árboles en una comunidad indígena. Entre los conceptos matemáticos subyacentes se encuentran proporciones y funciones lineales. La perspectiva de modelos y modelación fue el sustento teórico. Los participantes del estudio fueron nueve estudiantes de posgrado que estaban tomando un curso de Modelación. Como resultado, se identificó que los modelos matemáticos construidos para resolver la actividad en el contexto de una situación ambiental integraron dos aspectos fundamentales 1) reflexiones sobre el tema de sostenibilidad ambiental y 2) conocimientos y habilidades matemáticas para usar razones, proporciones y función lineal.

Palabras clave

Modelación, Reforestación del bosque, Actividad provocadora de modelos, Proporciones, función lineal.

¹ veronica.vargas@academicos.udg.mx
Universidad de Guadalajara, México
<https://orcid.org/0000-0002-7431-0568>

² luis.monteromoguel@utsa.edu
Universidad de Texas en San Antonio, Texas, USA
<https://orcid.org/0000-0002-9009-1377>

Introducción

En un mundo interconectado e interdependiente, se intensifican las preocupaciones respecto a amenazas ecológicas, económicas y sociales que se presentan (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization [UNESCO], 2017). La UNESCO (2016, 2020) emite un llamado urgente a los países del mundo para que prioricen la integración de la Educación para el Desarrollo Sostenible [EDS] y la ciudadanía global en sus agendas. Esta llamada implica un distanciamiento de la enseñanza dogmática y mecanicista, así como del aprendizaje meramente memorístico. En su lugar, propone una educación que se vincule con cada uno de los Objetivos de Desarrollo Sostenible [ODS] de la Agenda 2030.

Tomando como ejemplo el ODS que se enfoca en “proteger, restaurar y promover el uso sostenible de los ecosistemas terrestres, gestionar los bosques de forma sostenible, combatir la desertificación y detener e invertir la degradación de la tierra y la pérdida de la biodiversidad” (UNESCO, 2020, p. 1), se destaca que la educación puede contribuir al desarrollo de habilidades y al aumento de “la capacidad para mantener medios de vida sostenibles y conservar los recursos naturales y la biodiversidad, especialmente en entornos amenazados” (UNESCO, 2016, p. 6). Por tanto, una función esencial de la educación es “fomentar capacidades para transformar el mundo, permitiendo realizar más plenamente nuestra humanidad y la preservación del entorno biofísico del que dependemos” (UNESCO, 2017, p. 15).

La UNESCO (2017) destaca la necesidad de realizar más investigaciones que consideren esta estrategia y la posibilidad de propiciar que los estudiantes desarrollen conocimientos y habilidades de la disciplina, como las matemáticas. De manera simultánea, busca que los estudiantes aprendan cómo contribuir al logro de una transformación sostenible de la sociedad. Finalmente, señala la necesidad de desarrollar materiales educativos que fomenten una educación de calidad para el desarrollo sostenible.

La Modelación es uno de los enfoques actuales mediante el cual varios investigadores (Vorhölter & Siller, 2023) están participando ante el llamado de la UNESCO (2017). Estos investigadores señalan que, en países como Alemania, se ha encontrado que estos enfoques pueden ser de utilidad para que los estudiantes aprendan matemáticas y estrategias útiles para enfrentarse a situaciones o fenómenos cotidianos como aquellos relacionados con contextos de sostenibilidad. Vorhölter y Siller (2023) proponen que se investigue con más profundidad al respecto. Por ejemplo, mencionan que es necesario analizar qué preguntas incluir en los problemas o cómo formularlas para promover la EDS.

Lo anterior, entre otros elementos, justifica el interés en este estudio por utilizar como Marco Teórico, elementos de la perspectiva de modelos y

modelación (MMP, por sus siglas en inglés, Models and Modeling Perspective), como las MEAs (por sus siglas en inglés, Model Eliciting Activities), las cuales se diseñan bajo principios que definen cómo plantear problemáticas del entorno cotidiano a los estudiantes. Se ha encontrado, por ejemplo, que las MEAs permiten promover tanto el conocimiento disciplinar como formas de pensamiento flexibles —que posibilitan a los estudiantes aprender más allá de los contextos escolares, de tal manera que se formen individuos en la escuela, capaces de abordar los problemas actuales y los retos del futuro (Lesh & Doerr, 2003; Sevinc & Lesh, 2021). Investigadores como English (2021) Sevinc y Lesh (2021) han señalado que, a través de estas actividades se puede promover conocimientos y habilidades requeridas en este siglo de grandes transformaciones. Los estudiantes pueden reconocer el valor de las matemáticas y aprenderlas de manera interdisciplinaria al resolver problemas cercanos a la vida real (Lesh, 2010), como sugiere la UNESCO (2017).

Una estrategia que la UNESCO propone para promover el desarrollo de la EDS es el uso de actividades tipo estudio de caso. La MMP, la cual se describirá con más amplitud en la siguiente sección, propone que los estudiantes aborden, de manera colaborativa, situaciones-problema tipo estudio de caso (MEAs) cercanas a la vida real (Doerr, 2016; Lesh, 2010; Lesh & Doerr, 2003; Sriraman & Lesh, 2006). Entre los objetivos del diseño e implementación de las MEAs se encuentran el de revelar el pensamiento de los estudiantes, apoyar el desarrollo y la profundización de conocimiento matemático y de otras disciplinas, así como fomentar el desarrollo de habilidades matemáticas para interpretar, describir y predecir el comportamiento de fenómenos. Las MEAs posibilitan que los estudiantes construyan herramientas conceptuales útiles no solo para dar sentido a sus experiencias, sino también para crear nuevas realidades y experiencias (Lesh & Doerr, 2003).

Investigaciones como Moore et al. (2013) y Montero-Moguel et al. (2022) han informado que el diseño de las MEAs conduce a los estudiantes desarrollar procesos de modelación en los cuales el contexto de la actividad tiene un papel relevante. En consecuencia, consideramos que las MEAs pueden ser una herramienta poderosa para explorar el proceso de desarrollo de conocimiento relacionado con la función lineal de los estudiantes a medida que discuten y reflexionan sobre situaciones ambientales. Por lo tanto, en este estudio, interesa analizar los resultados de la implementación de una MEA en el contexto de una iniciativa de reforestación en una comunidad indígena, como respuesta a la tala de árboles. El objetivo fue identificar qué conocimientos relacionados con la función lineal usaron los estudiantes al abordar la situación y, simultáneamente, qué reflexiones, emergieron en torno a la situación ambiental. Este estudio se vincula estre-

chamente con las dos dimensiones clave mencionadas por la UNESCO (2017): fomentar un aprendizaje, “donde los estudiantes adquieren conocimientos y habilidades de la disciplina y, de manera simultánea, aprenden cómo contribuir a una transformación sostenible de la sociedad -aprenden a convivir con profundo respeto con el medio ambiente y la dignidad de todos” (p. 19).

La pregunta de investigación que guió el estudio fue: ¿en qué medida la MEA Propuesta de reforestación contribuye al uso del conocimiento sobre la función lineal a la vez que promueve la reflexión sobre la situación ambiental planteada? Desde la definición de Rodgers (2002) nos referimos con reflexión al proceso que desarrollan los estudiantes que les permite transitar desde una comprensión inicial hacia una comprensión más profunda que relaciona y conecta con otras experiencias.

Marco Teórico

La MMP, desarrollada por Lesh y colaboradores (Doerr, 2016; Lesh, 2010, Lesh et al., 2000; Lesh et al., 2007; Lesh & Doerr, 2003), señala que aprender matemáticas puede entenderse como un proceso social de desarrollo de modelos, los cuales están en constante cambio, modificación, extensión y refinamiento a medida que los individuos (ya sea estudiantes, profesores, investigadores o administradores, entre otros) interactúan entre sí y están inmersos en ambientes donde se tiene que resolver algún problema. Es decir, la MMP concibe al conocimiento como un sistema complejo y dinámico, en constante adaptación y auto-regulación (Lesh & Yoon, 2004; Sriraman & Lesh, 2006).

Esta perspectiva fomenta el aprendizaje de las matemáticas de manera integral, en colaboración con otras áreas de conocimiento, reconociendo que los conceptos no pueden ser comprendidos de manera aislada de otros conceptos y fenómenos interrelacionados. De acuerdo con la MMP (Lesh, 2010, p. 18) un modelo se define como: “un sistema para describir algún otro sistema para algún propósito en específico”.

Los modelos son sistemas conceptuales que son expresados mediante el uso de sistemas de notación externa y que son utilizados para construir, describir, o explicar los comportamientos de otros sistemas de tal manera que el otro sistema pueda ser explicado o pronosticado. (Lesh & Doerr, 2003, p. 10)

Los modelos residen tanto en la mente como en los medios representacionales (Lesh & Carmona, 2003). Las representaciones permiten conocer aspectos esenciales del modelo que los estudiantes han construido en su mente (Lesh & Doerr, 2003). Las herramientas tecnológicas son un medio para la construcción de estas representaciones. Los modelos pueden ser

situados, útiles sólo para el contexto o compartibles y reutilizables (Lesh, 2010).

La MMP, como se mencionó en la introducción, propone el uso de MEAs (Lesh et al., 2000; Lesh & Kelly, 2000), intencionalmente diseñadas con un contexto relevante para satisfacer las necesidades de un cliente específico (Hamilton et al., 2008). Las MEAs propician que los estudiantes construyan y refinen modelos matemáticos que les permitan comprender, describir, explicar, predecir y controlar el comportamiento de fenómenos (Lesh & Doerr, 2003). Estas descripciones y explicaciones generadas por los estudiantes no son procesos simples que ellos usan en el proceso de producción de una respuesta o solución a un problema (Montero-Moguel & Vargas-Alejo, 2022). Tampoco son reflexiones o comentarios que los estudiantes elaboran después de producir una respuesta.

El proceso de elaborar modelos, es decir, de crear descripciones y explicaciones es lo más importante en la MMP, “el proceso es el producto” (Lesh & Doerr, 2003, p. 3). Durante este proceso, parte del refinamiento de los modelos incluye que los estudiantes profundicen en la comprensión de las necesidades del cliente propuesto en la MEA (Lesh, 2010). Se espera que los estudiantes traten de elaborar una herramienta útil en ideas y procedimientos para los fines del cliente, que incorpore explicaciones necesarias, que la hagan lo más simple, clara y bien organizada para que ellos la puedan utilizar, y para que otros puedan usarla en situaciones similares.

Se busca que “los estudiantes vayan más allá de pensar con la herramienta para también pensar sobre ella, al identificar supuestos subyacentes” (Lesh, 2010, p. 33) y que reconozcan las fortalezas y debilidades de estas en comparación con otras alternativas posibles. Por ejemplo, se podría esperar que un estudiante, al abordar una MEA, construya alguna herramienta conceptual para interpretar y explicar la situación-problema. Esta herramienta conceptual, que puede componerse de una o más grandes ideas matemáticas como razones, variación lineal, usualmente primero posibilitaría pensar en la situación, pero posteriormente, podría pensarse en ella como un objeto o conjunto de objetos matemáticos con su propia definición y características. Es decir, el estudiante podría discernir las fortalezas y debilidades del objeto matemático (función lineal, por ejemplo) en comparación con otros objetos matemáticos y aprender a identificar qué tipo de situaciones o fenómenos puede describirse o explicarse con esta herramienta. Este proceso puede requerir que los estudiantes participen en más de una MEA (Lesh & Doerr, 2003).

Otro elemento importante de las MEAs es que, con la implementación de ellas en el aula, se busca también propiciar que los estudiantes participen en experiencias de modelación al resolver situaciones-problema cercanas a la vida real en ambientes colaborativos, inclusivos y equitativos donde se

promueva el pensamiento crítico, la creatividad, la autonomía y la colaboración, habilidades del siglo XXI (Sevinc, 2022).

Metodología

La investigación fue de tipo cualitativa. Se desarrolló un proceso de análisis temático el cual permite “identificar, analizar y reportar patrones (temas) dentro de los datos” (Braun & Clarke, 2006, p. 79). Específicamente este método posibilitó la identificación y análisis en los modelos de los estudiantes tanto de los temas vinculados al conocimiento sobre la función lineal como los temas relacionados a los procesos de reflexión desarrollados por los estudiantes sobre el contexto ambiental de reforestación. Es decir, en términos de Rodgers (2002), los procesos que desarrollan los estudiantes para transitar desde una comprensión inicial del fenómeno hacia una comprensión más profunda que relaciona y conecta con discusiones y/o experiencias sobre el tema ambiental de reforestación del bosque.

Para este estudio se eligió un grupo de nueve estudiantes de posgrado con experiencia como profesores o tutores de matemáticas en los niveles de secundaria y bachillerato. Estaban tomando un curso de Modelación matemática y resolución de problemas. Como antecedente, meses antes, en un curso previo del programa de posgrado los participantes habían resuelto la MEA Deforestación (Vargas-Alejo et al., 2018) y la MEA Gigante Bondadoso (Lesh & Doerr, 2003) la cual fue adaptada a un contexto cercado para los estudiantes (Vargas-Alejo & Montero-Moguel, 2023). Los estudiantes fueron agrupados en un equipo y tres binas. El equipo A conformado por tres estudiantes (A1, A2 y A3) y las binas C (C1 y C2), D (D1 y D2) y E (E1 y E2). La bina D tenía experiencia docente en bachillerato. El resto de los estudiantes tenían experiencia como tutores o docentes de alumnos de secundaria. Previo a la implementación los estudiantes expresaron que sus métodos de enseñanza sobre la función lineal era tipo tradicional, es decir, mediante explicaciones y ejercicios. Pero, tenían la experiencia de abordar el problema del Gigante Bondadoso en uno de sus cursos previos de posgrado.

Para este estudio, los estudiantes resolvieron la MEA titulada Propuesta de reforestación, la cual fue diseñada con base en los seis principios señalados por Lesh et al. (2003). Esta MEA forma parte de una secuencia que incluye a la MEA Deforestación (Vargas-Alejo et al., 2018). El contexto de ambas actividades se basa en el cambio del tipo de suelo y la tala de árboles del bosque michoacano, fenómenos que durante los años 2016-2019 recibieron mucha atención en periódicos locales, nacionales y redes sociales. La MEA Propuesta de reforestación consistió en una nota periodística, preguntas sobre el contexto y el problema (Figura 1). El problema podía resolverse mediante conceptos como razones, proporciones y función lineal.

La MEA se implementó en cuatro fases. Las tres primeras son sugeridas por la MMP (Lesh & Doerr, 2003), mientras que la cuarta fase se añadió con el objetivo de propiciar que todos los estudiantes construyeran reflexiones y participaran en la discusión de los modelos. Para esta última fase, los estudiantes tuvieron la oportunidad de revisar de manera individual cada modelo construido por sus compañeros y analizarlo. Las fases fueron:

1. Lectura y discusión de la nota periodística en equipo y binas,
2. Resolución del problema en equipo y binas,
3. Presentación y discusión grupal de los modelos y
4. Escritura de reflexiones personales en un foro creado en Moodle.

La recolección de datos se realizó a través de las cartas escritas por los estudiantes, archivos de Word y Excel, las notas escritas por los estudiantes en el foro y la bitácora del investigador. Todas las cartas de los modelos de los estudiantes fueron organizadas y revisadas minuciosamente y las notas en el foro fueron agrupadas.

Figura 1

Problema incluido en la MEA Propuesta de reforestación



La superficie de Cherán es de 22,313 ha, y la superficie de bosque es de 12,288 ha. Se estima que en el bosque de Cherán la cantidad de árboles por hectárea son 202.53, de los cuales 83.19 son pinos, 94 son encinos y 25.34 son otras especies hojosas. La superficie prioritaria para reforestación es de 1,404 ha.

El plan de Martín es reforestar las 1,404 hectáreas con pinos y encinos en menos de dos años. Se le ocurre presupuestar cierta cantidad inicial para la compra de árboles. ¿Le convendría pedir 1,000,000.00? ¿Para cuántos pinos y encinos podría alcanzarle esa cantidad de dinero, de tal manera que la reforestación sea en la misma proporción que la identificada en el bosque? ¿Qué superficie de área podría reforestar?

Ayúdale a Martín a encontrar algún método o procedimiento para dar respuesta a estas preguntas. Escríbele una carta donde le expliques tu procedimiento. Trata de que ese procedimiento siempre funcione para cualquier superficie de área que se quisiera reforestar, sin importar la cantidad de dinero inicial.

Resultados

En esta sección se describen las características de los modelos que fueron construidos por los estudiantes del equipo A y las binas C, D y E al resolver el problema incluido en la MEA Propuesta de reforestación. El análisis de las características de cada uno de los modelos permitió reportarlos de la siguiente manera: interpretación del contexto a partir de sus experiencias personales, cómo ello influyó en la construcción de los modelos, tipo de representaciones y conocimiento matemático utilizado y reflexiones finales en cuanto a la situación de reforestación y la actividad (Tabla 1).

Tabla 1
Características de los modelos

Temas	Equipo A	Bina B	Bina C	Bina D
Uso del contexto	Los tres equipos utilizaron el contexto para elaborar el modelo.			
	Aprovechamiento de cada hectárea de la superficie para reforestarla con los 202 árboles, sin considerar el dato de la cantidad de especies hojosas en el modelo		Aprovechamiento de cada hectárea de la superficie para reforestarla más de los 202 árboles al considerar que muchos árboles no llegan a la edad adulta Incorporación en el modelo del costo del transporte por planta, la reforestación con pala plantadora y el deshierbe manual	Aprovechamiento de cada hectárea de la superficie para reforestarla con los 202 árboles, sin considerar el dato de la cantidad de especies hojosas en el modelo
	Omitieron la necesidad fundamental del cliente por reforestar las 1,404 hectáreas en dos años.			Satisficieron la necesidad fundamental del cliente por reforestar las 1,404 hectáreas en dos años.
Identificación de las necesidades del cliente	Respondieron que con 1,000,000 de pesos solo es posible reforestar 90.055ha.	Respondieron que el presupuesto inicial es muy poco y se tendría que solicitar 15,566,148.00 para reforestar 1,404 ha.	Respondieron que para cubrir las 1,404 hectáreas se requieren entre treinta y dos y treinta y tres millones de pesos, todo depende de qué otros gastos puedan emerger.	Respondieron que para reforestar la superficie de 1,404 hectáreas en dos años se requiere una inversión mensual de 633,999.60 además de la inversión inicial de 1,000,000 de pesos
Conocimiento Matemático	Razones y proporciones			Razones, proporciones y Función lineal
Representaciones	Verbal, numérica	Verbal, tabular	Verbal, tabular y algebraica	Verbal, tabular y gráfica
Reflexión sobre la situación ambiental	Reflexión sobre su bosque cercano y la situación actual de deforestación	Reflexión sobre la responsabilidad propia para evitar el daño al bosque	Reflexión sobre su bosque cercano y los percances ambientales que ha sufrido	Reflexión sobre la empatía con el ambiente y el contexto que nos rodea.

Descripción de los modelos del equipo A y bina B

El equipo A dirigió su carta a Martín y en ella le explicó cómo debería proceder para conocer cuánta superficie de bosque podría reforestar con 1,000,000 de pesos (Figura 2). El modelo propuesto por el equipo A consistió

en entregar a Martín una herramienta general útil para encontrar las respuestas a las preguntas identificadas en el problema, como la cantidad de hectáreas a reforestar, el presupuesto para comprar pinos y encinos, y el costo de estos árboles.

Figura 2

Sección de Carta del equipo A

Puedes utilizar esta herramienta cada vez con diferentes valores para la cantidad de pinos o encinos por hectárea, o también con otros costos de los árboles o cantidad de hectáreas a reforestar. Solo basta que sustituyas las cantidades según correspondan en cada paso del procedimiento. De hecho, puedes resumirlo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \text{pinos por hectárea} \times \text{cantidad de hectáreas} \times \text{costo por pino} \\ & + \text{encinos por hectárea} \times \text{cantidad de hectáreas} \times \text{costo por encino} \\ & = \text{costo total para reforestación} \end{aligned}$$

Esta forma sintetizada es una fórmula que puedes utilizar para calcular la cantidad de hectáreas que puedes reforestar con cualquier cantidad de dinero, por ejemplo, con \$1' 000, 000.00. Lo que debes hacer es escribir cada valor que conozcas donde corresponde. Para el caso de Cherán, la fórmula quedaría así

$$95.081 \times \text{cantidad de hectáreas} \times 48 + 107.219 \times \text{cantidad de hectáreas} \times 61 = 1'000,000$$

después multiplica y simplifica

$$4\,563.88 \text{ cantidad de hectáreas} + 6\,540.359 \text{ cantidad de hectáreas} = 1'000,000$$

por último, suma las cantidades y divide el número de la derecha entre la suma, así

$$\text{cantidad de hectáreas} = \frac{1'000,000}{11\,104.239} = 90.055$$

Por tanto, con 1'000,000.00 solo es posible reforestar 90.055 ha, y como sabes que en cada una de ellas de haber 95.081 pinos y 107.219 encinos, entonces, en 90.055 ha habrá

$$\begin{aligned} 95.081 \frac{\text{pinos}}{\text{ha}} \times 90.055 \text{ ha} &= 8\,562.519 \text{ pinos, y} \\ 107.219 \frac{\text{encinos}}{\text{ha}} \times 90.055 \text{ ha} &= 9\,655.6 \text{ encinos} \end{aligned}$$

No siendo más por el momento, nos despedimos de usted deseándole un feliz día.

Su carta se compone de un conjunto ordenado y sistematizado de pasos que Martín podría seguir para resolver el problema. En el primer paso, los estudiantes le sugirieron identificar la cantidad de árboles (pinos, encinos y especies hojosas) por hectárea que podría “soportar el suelo” a reforestar (202.3 árboles). En el segundo paso, describieron cómo calcular cuántos pinos y encinos plantar, conservando la proporción entre pinos y encinos, pero sin considerar las especies hojosas. La discusión acerca de la importancia de las especies hojosas, definió las condiciones iniciales del procedimiento a seguir. Calcularon que debían plantar 95.081 pinos/ha y 107.219 encinos/ha, sumando así el total de 202.3 árboles/ha.

En el tercer paso, explicaron a Martín cómo calcular cuántos pinos (133,493.724) y encinos (150,535,476) debía comprar para reforestar la superficie de 1,404 hectáreas. Con esta información, en el cuarto paso le indicaron cómo obtener el costo total para reforestar las 1,404 ha.

Hicieron la observación que 1,000,000 de pesos era insuficiente y agregaron en su carta la fórmula general siguiente para explicar a Martín

cómo calcular la cantidad de hectáreas a reforestar para cualquier cantidad de dinero. Finalmente, explicaron cómo se podía usar esta fórmula para los datos específicos en el problema (Figura 2).

$$\begin{aligned} & \text{Pinos por hectárea} \times \text{cantidad de hectáreas} \times \text{costo por pino} \\ & + \text{encinos por hectárea} \times \text{cantidad de hectáreas} \times \text{costo por encino} \\ & = \text{costo total para reforestación} \end{aligned}$$

Figura 3
Sección de Carta de la bina B

<i>Costo pinos por ha.</i>	<i>Costo de encinos por ha.</i>	<i>Suma total gastada</i>
\$4,560.00	\$6,527.00	\$11,087.00

Se requiere de una inversión de \$11,087.00 por cada hectárea. Enseguida haremos una proyección para ver cuántas hectáreas se pueden cubrir con \$1'000,000.00. Si dividimos el presupuesto entre la inversión por cada hectárea, obtenemos el número de has.

$$\frac{1'000,000}{11,087} = 90.1957 \text{ has.}$$

Según nuestro cálculo, nos alcanzaría para reforestar 90.1957 has. Si multiplicamos las 90.1957 has por el número de pinos y encinos que se requieren por hectárea, obtenemos el número de árboles de cada especie que alcanzamos a comprar: 8,568 pinos y 9,650 encinos

En la siguiente tabla observaremos cómo aumenta paulatinamente el presupuesto requerido conforme aumentan las hectáreas a reforestar, así como también se incluye el porcentaje de superficie cubierta.

<i>Núm. Has.</i>	<i>Costo de encinos por ha.</i>	<i>Costo de pinos por ha.</i>	<i>Suma total gastada</i>	<i>Porcentaje de superficie reforestada</i>
20	130,540.00	91,200.00	221,740.00	1.42
40	261,080.00	182,400.00	443,480.00	2.85
60	391,620.00	273,600.00	665,220.00	4.27
80	522,160.00	364,800.00	886,960.00	5.70
85	554,795.00	387,600.00	942,395.00	6.05
86	561,322.00	392,160.00	953,482.00	6.13
87	567,849.00	396,720.00	964,569.00	6.20
88	574,376.00	401,280.00	975,656.00	6.27
89	580,903.00	405,840.00	986,743.00	6.34
90	587,430.00	410,400.00	997,830.00	6.41
90.1	588,082.70	410,856.00	998,938.70	6.42
90.19	588,670.13	411,266.40	999,936.53	6.42
90.1954	588,705.38	411,291.02	999,996.40	6.42
91	593,957.00	414,960.00	1,008,917.00	6.48
92	600,484.00	419,520.00	1,020,004.00	6.55
1404	9,163,908.00	6,402,240.00	15,566,148.00	100.00

De acuerdo con este análisis, considero que el presupuesto inicial que deseas pedir es muy poco, debido a que sólo te alcanzaría para reforestar el 6.55% de tu meta, para cumplirla tendrías que solicitar \$ 15,566,148.00.

Sin más que agregar, nos despedimos esperando que los procedimientos detallados con anterioridad te sean de utilidad.

El modelo de la bina B consistió también en mostrar un procedimiento a Martín para obtener respuestas. Describieron cómo debía proceder para saber cuánta superficie de bosque podría reforestar con 1,000,000 de pesos (Figura 3) y cuánto dinero necesitaba realmente para reforestar 1,404 hectáreas. Al igual que el equipo A, la bina B discutió la relevancia de las especies hojosas y optó por reforestar la superficie de una hectárea con 202 pinos y encinos.

La bina no incluyó una fórmula como el equipo A, pero decidieron usar cantidades enteras. Para ellos no tenía sentido usar cantidades con decimales para referirse a la cantidad de árboles. Por lo tanto, los estudiantes de la bina A utilizaron cantidades enteras de pinos (95) y encinos (107). Elaboraron tablas de datos para mostrar cómo aumentaba el costo por reforestar hectáreas, hasta completar las 1,404 hectáreas (Figura 3). Incluyeron en su carta el siguiente comentario:

Martín de acuerdo con nuestro análisis necesitarías una inversión total de \$15,566,148.00 para reforestar al 100%. Si el presupuesto de \$1,000,000.00 estás pensando en pedirlo cada mes, te alcanzaría perfectamente para reforestar en menos de dos años las 1,404 has. que son prioridad, pero si estás pensando que ese sería un presupuesto único, hagamos una proyección para estimar cuántos árboles podrías comprar y qué porcentaje de área con respecto a las 1,404 has podrás reforestar.

Conocimiento matemático y representaciones observadas en los modelos A y B

El conocimiento matemático utilizado por los estudiantes de la bina A fue razones y proporciones. Construyeron su modelo para explicar a Martín cómo resolver el problema con los datos dados y sugirieron que esta herramienta podría utilizarse para resolver problemas parecidos, con datos distintos. Así lo manifestaron en el siguiente extracto tomado de la Figura 3.

Puedes utilizar esta herramienta cada vez con diferentes valores para la cantidad de pinos o encinos por hectárea, o también con otros costos de árboles o cantidad de hectáreas a reforestar.

El conocimiento matemático utilizado por los estudiantes de la bina B también fue razones y proporciones. Construyeron su modelo para explicar a Martín cómo resolver este problema tomando en cuenta los datos contenidos en el problema.

Tanto el equipo A como la bina B obtuvieron la superficie de bosque que podría reforestar Martín con un millón de pesos; además, exploraron cuánto le costaría a Martín reforestar las 1,404 hectáreas. En los modelos, los estudiantes explicaron a detalle el proceso a seguir para resolver el problema, de tal manera que cada paso del proceso fuera entendido por Martín. Además, se apoyaron en tablas de datos, fórmulas escritas con lenguaje común y símbolos matemáticos. Estas representaciones fueron

utilizadas por los estudiantes pensando en todo momento cómo sugerir o explicar a Martín un procedimiento claro y entendible para resolver el problema, así lo explicaron en la discusión grupal.

Reflexiones relacionadas con el tema de reforestación

Durante el proceso de solución del problema incluido en la MEA, surgieron diversas reflexiones en el equipo A y en la bina B relacionadas con el tema de deforestación, los datos del problema y el proceso de modelación. Cada una de estas reflexiones permitió a los estudiantes emprender el proceso de construcción del modelo, modificarlo, ampliarlo y refinarlo; como lo describe la MMP (Lesh, 2010).

Específicamente, en cuanto al contexto de reforestación y su influencia en la construcción del modelo, los alumnos del equipo A discutieron el tema de reforestación con pinos, encinos y hojosas, lo que les llevó a reflexionar sobre la pertinencia de considerar las especies hojosas y tomar la decisión de considerar la cantidad total de 202 árboles, sin considerar estas especies. Esto tuvo una influencia significativa en los modelos construidos.

Otras reflexiones de los integrantes del equipo A giraron alrededor de la importancia del tema de reforestación. Los estudiantes del equipo A mencionaron a través del Foro lo siguiente.

Estudiante A1: *En este caso, la MEA es altamente significativa para mí, ya que, si bien no hay una comunidad aquí cerca de Guadalajara que subsista gracias a la madera, existe el bosque de la primavera que se ha quemado continuamente en los últimos años y necesita reforestación. Este bosque es un regulador de clima para la ciudad.*

Estudiante A2: *Es una problemática que también se vive en mi país y en parte de Sudamérica. Por ejemplo: Brasil, Perú, Paraguay, entre otros.*

Por su parte, los estudiantes de la bina B mencionaron lo siguiente.

Estudiante B1: *Creo que en esta MEA se maneja una situación que está muy cercana a nuestro contexto ya que todos alguna vez hemos estado en un bosque y sabemos lo importante que es su conservación, además, que los bosques no es responsabilidad únicamente de la Comisión Nacional Forestal, o de la SEDEMA, también uno como ciudadano tiene la responsabilidad de no dañarlos.*

Estudiante B2: *La MEA me resultó significativa porque me recordó un familiar cercano, él constantemente nos expresaba su orgullo por el clima templado de la ciudad de Guadalajara, su teoría era que gracias al lago de Chapala y el bosque de la Primavera podíamos disfrutar de esta característica.*

Estas reflexiones ponen de manifiesto la importancia que los estudiantes otorgaron al contexto presente en la nota periodística de la MEA, al conectar la problemática abordada con la de algún bosque cercano a su ciudad.

Destacaron que existe una situación similar de deforestación que demanda atención, no únicamente por parte de las autoridades gubernamentales, sino también por parte de los habitantes que se benefician del bosque.

Modelo de la bina C

La bina C escribió su carta para Martín con la explicación de cómo debería proceder para calcular el costo por reforestar 1,404 hectáreas de bosque (Figura 4). Para elaborar el modelo, los estudiantes, interesados en la problemática, buscaron en internet más información de la que contenía la nota periodística de la MEA. Encontraron costos e implicaciones relacionadas con el proceso de reforestación que maneja la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR) y en su modelo incluyeron gastos más allá de solo la compra de árboles. Por ejemplo, consideraron el costo de: el transporte por cada planta, la reforestación mediante pala plantadora y el deshierbe manual con machete por hectárea. Con base en ello propusieron un procedimiento para obtener el costo de reforestación por hectárea. Esto pudo observarse en el extracto siguiente tomado de la Figura 4.

De manera que para obtener el costo de reforestación de una hectárea es necesario multiplicar el costo de cada especie por el número de la misma, los costos relacionados a todas las plantas multiplicarlos por la suma de todas las especies y añadir los costos que estén dados por hectárea, por lo que se tiene que el costo de reforestación para una hectárea de bosque está dado por la siguiente relación:

$$Z = X_P \cdot Y_P + X_E \cdot Y_E + X_H \cdot Y_H + (X_H + X_P + X_E) \cdot (Y_T + Y_R) + C_D$$

Los estudiantes de la bina C describieron en su carta (Figura 4) el significado de cada letra (por ejemplo, X_P , X_E y X_H representan la cantidad de pinos, encinos y especies hojosas, respectivamente). Señalaron que esta relación puede cambiar dependiendo de otros gastos regionales emergentes. Finalmente, ejemplificaron cómo puede usarse esta relación para calcular la cantidad de hectáreas que se pueden reforestar con la cantidad inicial de dinero.

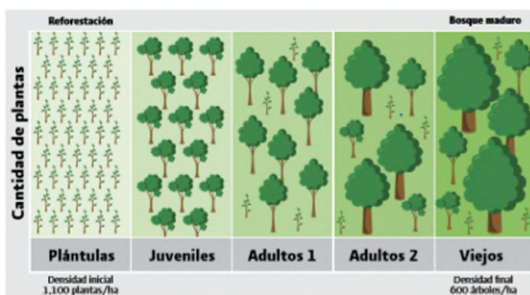
$$W = \frac{V}{Z}$$

Donde señalaron que W representa a las hectáreas reforestadas, V la cantidad de dinero inicial disponible en pesos y Z el costo de reforestación en pesos por hectárea. Elaboraron una tabla de datos y encontraron que con 1,000,000 de pesos se pueden reforestar 43.68 hectáreas y que “se requieren entre treinta y dos y treinta y tres millones de pesos” para reforestar las 1,404 hectáreas.

Figura 4

Sección de la Carta de la bina C

Con base en lo anterior, para mantener la cantidad de cada especie de árbol aproximadamente igual a la que encontró en su investigación, le proponemos que considere que por hectárea se plantarían 168 pinos y 188 encinos, en este caso se redondeo la cantidad de pinos a un número entero. Asimismo, sugerimos considerar a las especies hojosas debido a que pueden ser importantes para el desarrollo de los otros árboles, y se plantarían 48 árboles de esta especie.



La información que se tiene del costo de las plantas es que cada árbol con un costo de \$48.00 y \$61.00 respectivamente, además se indagó en los costos unitarios promedio nacionales para las obras de reforestación que reportó la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR) de acuerdo a lo que el transporte por planta tiene un costo de \$0.43, la reforestación con pala plantadora de \$2.10 también por planta y el deshierbe manual con machete de \$2460 por hectárea.

De manera que para obtener el costo de reforestación de una hectárea es necesario multiplicar el costo de cada especie por el número de la misma, los costos relacionados a todas las plantas multiplicarlos por la suma de todas las especies y añadir los costos que estén dados por hectárea, por lo que se tiene que el costo de reforestación para una hectárea de bosque está dado por la siguiente relación:

$$Z = X_p \cdot Y_p + X_e \cdot Y_e + X_h \cdot Y_h + (X_p + X_e + X_h) \cdot (Y_t + Y_d) + C_r$$

En la que Z representa a el costo de reforestación de la superficie en pesos/ha, X_p , X_e y X_h la cantidad de pinos, encinos y especies hojosas plantados en la superficie, respectivamente, Y_p , Y_e y Y_h los precios por unidad de pino, de encino y de especies hojosas, respectivamente, Y_t el costo de transporte por planta, Y_d el costo de reforestación con pala plantadora por planta y C_r el costo de deshierbe manual con machete.

Conocimiento matemático y representaciones observadas en el modelo de la bina C

El conocimiento matemático utilizado por los estudiantes de la bina C fue razones y proporciones. Al igual que los estudiantes del equipo A y bina B construyeron su modelo para explicar a Martín cómo resolver el problema, pero no sólo con los datos dados, sino que sugirieron considerar más información pertinente para llevar a cabo el proceso de reforestación. Advirtieron a Martín que su procedimiento podría utilizarse para resolver problemas parecidos, con datos distintos e inclusive con más información. Así lo manifestaron en el siguiente extracto tomado de la Figura 4.

Es necesario mencionar que el presupuesto (Z) puede variar de acuerdo con los costos reales de la región para el momento en que se realice la reforestación, ya que para obtener el resultado con el que se ejemplifica fueron utilizados datos promedio del país para el 2017.

Esta bina obtuvo la superficie de bosque que podría reforestar Martín con un millón de pesos; y también exploró cuánto le costaría a Martín reforestar las 1,404 hectáreas. En el modelo se nota cómo los estudiantes explicaron de manera minuciosa el proceso a seguir para resolver el problema, de tal

manera que cada paso del proceso fuera entendido por Martín. La información real que incluyeron en su modelo les permitió hacer sugerencias adicionales a Martín, a quien explicaron el procedimiento apoyándose de tablas de datos y relaciones escritas con lenguaje algebraico.

Reflexiones relacionadas con el tema de reforestación

Durante el proceso de resolución del problema incluido en la MEA, surgieron diversas reflexiones relacionadas con la temática ambiental de la reforestación que fueron fundamentales para la construcción de los modelos. Los estudiantes de la bina C avanzaron de una experiencia a la siguiente, desarrollando una comprensión cada vez más profunda del contexto, los datos, las relaciones y las conexiones con otras experiencias e ideas.

Se observó cómo los estudiantes, partiendo de su experiencia relacionada con la necesidad de reforestar áreas boscosas, reflexionaron sobre la relevancia de las especies hojosas y señalaron que podrían “ser importantes para el desarrollo de los otros árboles”. Basándose en esta reflexión, decidieron incorporar información sobre estas especies en su modelo y redactaron la carta fundamentando sus ideas en informes de la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR).

En su modelo se evidencia cómo incorporaron las recomendaciones de la CONAFOR sobre el crecimiento de los árboles, la densidad adecuada para la siembra y los aspectos esenciales previos a la reforestación, como el deshierbe de la zona. En el Foro, un miembro de la bina compartió lo siguiente:

Estudiante C1: *La MEA está contextualizada en un escenario real, ya que la situación que describe realmente existe y está documentada en sitios oficiales de información. Además, para el contexto de nuestro grupo, que es en Guadalajara, existe el bosque de La Primavera que también ha sufrido percances ambientales.*

Estas reflexiones revelan la importancia que los estudiantes otorgaron al contexto presentado en la nota periodística de la MEA. Investigaron la veracidad de la situación y descubrieron que algo similar, en términos de la necesidad de llevar a cabo procesos de reforestación, estaba ocurriendo en el bosque cercano a su ciudad. Además, señalaron la existencia de problemas ambientales en este otro bosque.

Modelo de la bina D

La bina D escribió su carta para Martín en la cual explicó cómo debería proceder, no sólo para calcular cuánto podría reforestar con 1,000,000 de pesos, o el costo por reforestar 1,404 hectáreas de bosque, sino que le propuso cómo podría emprender una proyección de inversión a dos años para la reforestación. Esto con base en que en el problema se señala que “El

plan de Martín es reforestar las 1,404 hectáreas con pinos y encinos en menos de dos años” (Figura 1).

La bina propuso dos procedimientos consecutivos. En el primero consideró la cantidad de pinos, encinos y hojosas dadas en el problema. Pero, como el precio de las hojosas no estaba incluido en el problema y además se pretendía reforestar con pino y encinos, calculó el costo total para reforestar 1,404 hectáreas con sólo pinos y encinos (13 656 876.48 pesos). Esto le llevó a considerar una reforestación con 177.19 árboles por hectárea y no 202.53 árboles.

En el segundo procedimiento (Figura 5) tomó en cuenta los 202.53 árboles por hectárea. Por lo tanto, el costo incrementó. Los estudiantes obtuvieron que se requerían 15,581,990.74 pesos para reforestar 1,404 hectáreas con sólo pinos y encinos. En ambos procedimientos tomaron en cuenta la proporción de pinos a encinos, de tal manera que por cada encino se requería plantar 0.885 pinos.

Figura 5
Sección de Carta de la bina D

1404 ha * 4 512 pesos = 6 343 743.74 pesos	1404 ha * 6 588 pesos = 9 238 246.99 pesos
6 343 743.74 + 9 238 246.99 = 15 581 990.74 pesos para las 1404 hectáreas con sólo pinos y encinos.	

INVERSION:

INVERSION INICIAL	\$ 1,000,000.00
DIFERENCIA	\$ 14,581,990.74
23 MENSUALIDADES	\$ 633,999.60



Debido a que 1,000,000 de pesos era insuficiente para reforestar las 1,404 hectáreas y se requerían alrededor de 15 millones de pesos, los estudiantes propusieron a Martín un plan de inversión a dos años. Este

consistía en invertir el primer mes 1,000,000 de pesos y enseguida 23 mensualidades de \$633,999.60. Esta propuesta de inversión la representaron en forma gráfica para el mejor entendimiento de Martín.

Finalmente, construyeron un procedimiento en Excel para que Martín pudiera obtener presupuestos para cualquier superficie que deseara reforestar (Figura 6). El modelo construido por los estudiantes de la bina D (Figuras 5 y 6) puede ser usado para los datos incluidos en el problema o para diferentes datos correspondientes a situaciones similares de reforestación.

Figura 6
Sección de Carta de la bina D

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

PARA ENCONTRAR LA CANTIDAD DE INVERSIÓN TOTAL QUE SE REQUIERE PARA REFORESTAR EL BOSQUE, INTRODUCE LA CANTIDAD DE HECTAREAS QUE DESEAS REFORESTAR, LA CANTIDAD DE ARBOLES POR HECTAREA, ASÍ COMO EL COSTO DE CADA ARBOL.					
CANTIDAD DE BOSQUE A REFORESTAR		1404			
ARBOLES	CANTIDAD DE ARBOLES POR HA	ARBOLES NECESARIOS DE COMPRA	PRECIO DE ARBOLES	TOTAL DE GASTO	
PINOS	0.47	132,161.33	\$ 48.00	\$ 6,343,743.74	
ENCINOS	0.53	151,446.67	\$ 61.00	\$ 9,238,246.99	
HOJOSAS		-		\$ -	
OTRAS					
			TOTAL DE INVERSION	\$ 15,581,990.74	
PARA ENCONTRAR LA CANTIDAD DE ARBOLES Y AREA CUBIERTA INTRODUCE LA INVERSION.					
CANTIDAD INICIAL		\$ 1,000,000.00			
CANTIDAD DE PINOS		8,481.67			
CANTIDAD DE ENCINOS		9,719.34			
HECTAREAS CUBIERTAS		90.10			
INVERSION INICIAL		\$ 1,000,000.00			
DIFERENCIA		\$ 14,581,990.74			
23 MENSUALIDADES		\$ 633,999.60			

Conocimiento matemático y representaciones observadas en el modelo de la bina D

En la carta se puede apreciar cómo la bina D utilizó su conocimiento sobre razones, proporciones y funciones lineales. Los estudiantes construyeron representaciones gráficas, además de las representaciones verbales y tabulares, para explicar a Martín cómo se comportaría su inversión. La bina D consideró la información siguiente dada en el problema: “El plan de Martín es reforestar las 1,404 hectáreas con pinos y encinos en menos de dos años”, “se le ocurre presupuestar cierta cantidad inicial” en el problema (Figura 1). Esto le permitió pensar en la cantidad de 1,000,000 de pesos como cantidad inicial y hacer una proyección para dos años. La tabla de Excel elaborada (Figura 6) se puede reutilizar para planear y predecir costos de reforestación a partir de otros datos distintos. Así lo manifestó la bina D.

Nuestra idea es que la hoja de cálculo en Excel permita a Martín manipular el modelo y usar su forma dinámica para observar que pasaría con diferentes valores tanto de hectáreas, precio, e incluso inversiones.

Esta bina calculó desde el inicio de la resolución de la MEA cuánto le costaría a Martín reforestar las 1,404 hectáreas. En el modelo se nota cómo los estudiantes explicaron en detalle el proceso a seguir para resolver el problema. Cada paso del proceso fue numerado o acompañado con alguna representación para un mejor entendimiento de Martín. En la tabla final elaborada con Excel (Figura 6) sintetizaron todos los cálculos para compartir con Martín un proceso general reutilizable para calcular diferentes presupuestos, dependiendo de la situación a resolver.

Reflexiones relacionadas con el tema de reforestación

Durante el proceso de resolución del problema planteado en la MEA, los estudiantes de la bina D reflexionaron sobre los datos, las relaciones entre los mismos. Sin embargo, su reflexión sobre la situación ambiental fue distinta a la del resto del grupo, surgió posterior a la discusión grupal. Identificaron que Martín requería reforestar 1,404 hectáreas con pinos y encinos en menos de dos años y se enfocaron en esta necesidad. El reconocimiento de la relevancia de reforestar el bosque y la falta de recursos económicos los llevó a buscar alternativas para sugerirle a Martín cómo obtener estos recursos. Por lo tanto, al conectar el problema con sus experiencias y conocimiento sobre inversiones, propusieron a Martín un modelo detallado sobre cómo emprender una posible proyección de inversión a dos años para garantizar el éxito de la reforestación. Adicionalmente, la discusión de los modelos de forma grupal fue fundamental para que los estudiantes incluyeran en sus reflexiones la necesidad de abordar estos temas sociales en los salones de clases de matemáticas. En el Foro compartieron sus reflexiones:

Estudiante D1: *[La MEA es] una actividad llena de experiencias diferentes y valiosas, donde no solo la construcción del conocimiento matemático sale a flote, sino también, las habilidades sociales y de empatía con el ambiente y el contexto que nos rodea.*

Estas reflexiones evidencian la importancia que los estudiantes otorgaron al contexto presentado en la nota periodística de la MEA, al reconocer su potencial para fomentar la empatía hacia el cuidado del medio ambiente. Señalaron, además, que este contexto brinda una oportunidad invaluable para comprender las realidades asociadas a vivir cerca de un bosque.

Discusión y conclusiones

Respecto a la pregunta de investigación: ¿En qué medida la MEA Propuesta de reforestación contribuye al uso del conocimiento sobre la función lineal a la vez que promueve la reflexión sobre la situación ambiental planteada? La MEA Propuesta de reforestación contribuyó a la conexión de reflexiones y

conocimiento matemático como razones, proporciones y función lineal para abordarla. Los modelos se conformaron por distintas representaciones aritméticas, tabulares, gráficas y algebraicas. Como señalan Lesh y Doerr (2003) y Lesh y Carmona (2003) los significados —en este caso, de la función lineal— estuvieron distribuidos en las distintas representaciones.

Cada modelo presentó diferencias únicas y reflejó la interpretación propia de cada equipo o bina sobre el fenómeno. Esta observación se alinea con lo expuesto por Lesh (2010), English (2021) y Lesh y Kelly (2000) con respecto a la naturaleza compleja de las MEAs. Parte de esta complejidad se manifiesta en la emergencia de una diversidad de modelos, como ocurrió durante la resolución de la MEA Propuesta de reforestación, por parte de los estudiantes.

Los estudiantes expresaron y articularon sus experiencias personales, conocimiento matemático y reflexiones a través de los distintos modelos construidos, donde por ejemplo le dieron o no importancia a las especies hojosas y determinaron si sólo debían plantar la cantidad de árboles descrita en el problema. Los estudiantes tenían claro que el cliente era Martín y que requería una herramienta matemática útil que le permitiera reforestar el bosque cercano a su comunidad. La identificación de quién era el cliente e interpretación de qué necesitaba también fue fundamental al abordar estas MEA, porque definió la construcción del modelo, su modificación, ampliación y refinamiento, aspectos esenciales en la MMP (Lesh & Yoon, 2004).

En la descripción de cada modelo se destaca cómo los estudiantes utilizaron su conocimiento matemático y cómo, de manera organizada y estructurada, a través de pasos claros y coherentes, presentaron a Martín una herramienta para responder sus dudas. Esto usualmente ocurre cuando los estudiantes han tenido experiencias previas con la resolución de MEAs, según lo planteado por Lesh y Yoon (2004), ya que estas experiencias anteriores sirven como punto de referencia. En este caso particular, varios meses atrás, los estudiantes habían abordado la MEA titulada El Gigante Bondadoso y la MEA Deforestación, estas MEAs pueden revisarse en Vargas-Alejo et al. (2018) y Vargas-Alejo y Montero-Moguel (2023).

Los estudiantes incorporaron en su modelo las explicaciones que consideraron necesarias, tratando de que fueran lo más simple, claras y bien organizadas para que Martín, e incluso otros interesados pudieran usarlas en situaciones similares. Identificaron y explicaron a Martín a partir de qué condiciones iniciales (por ejemplo, en cuanto a cantidad de pinos, encinos y hojosas) estaban construidos los modelos, las relaciones matemáticas entre los datos y las operaciones realizadas, a fin de que el modelo pudiera ser modificado. Los modelos integraron otras áreas de conocimiento como administración y manejo de recursos naturales. De esta manera se observó en el proceso de solución de la MEA la dimensión de conocimiento

matemático sugerida por la UNESCO (2017) necesaria para fomentar una educación con calidad, una Educación para el Desarrollo Sostenible.

Los estudiantes mostraron empatía ante la situación problema. Mencionaron que no solo las instancias de gobierno son responsables, sino que todos los ciudadanos (incluidos ellos) deberían participar. En este sentido, se observa cómo la MEA contribuye a la segunda dimensión importante mencionada por UNESCO (2017) para promover la Educación para el Desarrollo Sostenible, relacionada con contribuir a “una transformación sostenible de la sociedad”, permitiendo a los estudiantes aprender a vivir juntos con un profundo respeto por el medio ambiente y la dignidad para todos.

Utilizando los términos de Rodgers (2002) se observó que las ideas de los estudiantes evolucionaron a partir de la primera interpretación sobre el fenómeno a través de la lectura y la actividad de identificar datos y variables. Reflexionaron sobre la pertinencia del uso o no de cierta información para resolver el problema y tomaron decisiones. Establecieron relaciones y realizaron cálculos. Reflexionaron sobre cómo comunicar el modelo por escrito y redactaron la carta con ideas más elaboradas en comparación con las iniciales. Al final de todo el proceso señalaron que su interpretación matemática de la situación se amplió al observar los modelos de sus compañeros.

Finalmente, podemos concluir que la MEA Propuesta de reforestación puede contribuir al uso del conocimiento matemático en situaciones complejas y a la reflexión sobre la situación ambiental de cuidado del entorno. Esta actividad puede estimular el desarrollo creativo y emocional de los estudiantes. Mediante ella se pueden comunicar valores culturales a las nuevas o futuras generaciones como el respeto y cuidado hacia la naturaleza. Es un recurso educativo que puede ser considerado entre los materiales para lograr una educación con calidad, una Educación para el Desarrollo Sostenible.

Limitaciones y Futuras Investigaciones

Aunque esta investigación aporta a la comprensión de los efectos de las MEAs en estudiantes de posgrado, somos conscientes de la necesidad de formar a los estudiantes desde una edad temprana bajo un enfoque sostenible. Por lo tanto, consideramos que futuras investigaciones podrían abordar el impacto de las MEAs en contextos de estudiantes de niveles básicos, permitiendo así comprender el refinamiento de ideas matemáticas y reflexiones sobre el impacto social desde temprana edad.

Agradecimiento

Reconocimiento al apoyo brindado por Conahcyt a través del programa de becas asignadas a estudiantes de posgrado, y a la Universidad de Guadalajara.

Las opiniones, hallazgos y conclusiones expresadas pertenecen a los autores y no reflejan necesariamente las de este programa. Este documento es resultado del proyecto Educación basada en la modelación como respuesta a los desafíos globales.

Referencias

- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), 77–101.
<http://dx.doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Doerr, H. M. (2016). Designing sequences of model development tasks. En C. R. Hirsch, & A. R. McDuffie (Eds.), *Annual Perspectives in Mathematics Education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 197–205). National Council of Teachers of Mathematics.
- English L. D. (2021). Mathematical and Interdisciplinary Modeling in Optimizing Young Children's Learning. En J. M. Suh, M. H. Wickstrom, & L. D. English (Eds.), *Exploring Mathematical Modeling with Young Learners* (pp. 3–23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-63900-6_1
- Hamilton, E., Lesh, R., Lester, F., & Brilleslyper, M. (2008). Model-eliciting activities (MEAs) as a bridge between engineering education research and mathematics education research. *Advances in Engineering Education*, 1(2), 1–25.
- Lesh, R. (2010). Tools, researchable issues and conjectures for investigating what it means to understand statistics (or other topics) meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(2), 16–48.
- Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T., & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. En R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 35–58). Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought revealing activities for students and teachers. En M. Hoover, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591–645). Routledge.
- Lesh, R., & Carmona, G. (2003). Piagetian conceptual systems and models for mathematizing everyday experiences. En R. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 71–96). Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and Modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 3–34). Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R., & Kelly, A. E. (2000). Multitiered Teaching Experiments. En A. E. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 197–230). Lawrence Erlbaum Associates.

- Lesh, R., & Yoon, C. (2004). Evolving communities of mind in which development involves several interacting and simultaneously developing strands. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 205–226.
https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_7
- Lesh, R., Yoon, C., & Zawojewski, J. (2007). John Dewey revisited: Making mathematics practical versus making practice mathematical. En R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education* (pp. 315–348). Lawrence Erlbaum Associates.
- Moore, T., Miller, R. L., Lesh, R. A., Stohlmann, M. S., & Kim, Y. R. (2013). Modeling in engineering: The role of representational fluency in students' conceptual understanding. *Journal of Engineering Education*, 102(1), 141–178.
<https://doi.org/10.1002/jee.20004>
- Montero-Moguel, L., & Vargas-Alejo, V. (2022). Ciclos de modelación y razonamiento covariacional al realizar una actividad provocadora de modelos. *Revista Educación Matemática*, 34(1), 214–248.
<https://doi.org/10.24844/EM3401.08>
- Montero-Moguel, L. E., Vargas-Alejo, V., Lima, C., & Carmona, G. (2022). Potential of an MEA to advance business students' modeling skills. En A. E. Lischka, E. B. Dyer, R. S. Jones, J. N. Lovett, J. Strayer, & S. Drown (Eds.), *Proceedings of the forty-fourth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1657–1665). Middle Tennessee State University.
- Rodgers, C. (2002). Defining reflection: Another look at John Dewey and reflective thinking. *Teachers College Record*, 104(4), 842–866.
- Sevinc, S. (2022). Toward a reconceptualization of model development from models-and-modeling perspective in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 109(3), 611–638.
- Sevinc, S., & Lesh, R. (2021). Preservice mathematics teachers' conceptions of mathematically rich and contextually realistic problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25, 1–29. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09512-5>
- Sriraman, B., & Lesh, R. A. (2006). Modeling conceptions revisited. *ZDM*, 38(3), 247–254.
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2016). *Global education monitoring report. Education for people and planet: Creating sustainable futures for all*. UNESCO.
<https://gem-report-2016.unesco.org/en/chapter/introduction/>
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2017). *Text-books for sustainable development: A guide to embedding*. UNESCO.
<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000259932>
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2020). *Education for Sustainable Development: A roadmap*. UNESCO.
<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374802>

- Vargas-Alejo, V., & Montero-Moguel, L. (2023). Recomendaciones para promover la modelación en el aula: cerrando la brecha entre investigación y práctica. En A. Castañeda (Ed.), *Aportes y recursos para la innovación en educación matemática* (pp. 69–95). SOMIDEM.
<https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S1/2023/01-03>
- Vargas-Alejo, V., Reyes-Rodríguez, A., & Cristóbal-Escalante, C. (2018). La deforestación como consecuencia del incremento de áreas de cultivo: Actividad Provocadora de Modelos. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*, 99, 7–28.
<http://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es/epsilon/files/epsilon99.pdf>
- Vorhölter, K., & Siller, H. S. (2023). Modelling as an approach to implementing Education for Sustainable Development in mathematics teaching. En P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.), *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (pp. 1371–1378). Alfréd Rényi Institute of Mathematics; Eötvös Loránd University of Budapest – ERME. <https://hal.science/hal-04416559>

