

Aplicación de una trayectoria de aprendizaje en estadística universitaria usando tecnología en un proyecto integrador

Miriam Estela Lemus¹ y Dominique Brun Battistini²

RESUMEN

En la Universidad es preciso proporcionar herramientas teóricas de matemáticas que fomenten el razonamiento crítico. Se aplica el uso de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje en la materia de Probabilidad y Estadística de las carreras de Ingeniería de la Universidad Iberoamericana. La estrategia de enseñanza a partir de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje podría ofrecernos resultados favorables en el aprendizaje. Se busca favorecer el aprendizaje de los temas a partir de un problema de aplicación, enlazando estadística con temas de cálculo y álgebra lineal, y haciendo uso de la tecnología por medio de temas transversales de corte socio-emocional. Los resultados reflejan la evolución del pensamiento estadístico en el estudiantado, aterrizando los conocimientos en un proyecto con datos reales. Al calcular los resultados en cada etapa del trabajo áulico se observa una favorable interconexión con las otras materias y el aprovechamiento de la tecnología. Se muestra la apropiación del aprendizaje.

PALABRAS CLAVE

Razonamiento, Trayectoria de aprendizaje, Estadística, Probabilidad, Tecnología.

¹ miriam.lemusg@gmail.com
Universidad Iberoamericana
<https://orcid.org/0000-0002-3884-9232>

² dominique.brun@ibero.mx
Universidad Iberoamericana
<https://orcid.org/0000-0003-3351-510X>

Lemus, M. E., & Brun Battistini, D. (2023). Aplicación de una trayectoria de aprendizaje en estadística universitaria usando tecnología en un proyecto integrador. En A. Castañeda, (Ed.), *Aportes y recursos para la innovación en la educación matemática* (pp. 43–68). SOMIDEM Editorial. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S1/2023/01-02>

ANTECEDENTES

Las materias de probabilidad y estadística que se han implementado desde nivel medio superior y superior en general resultan áridas y poco claras para quien las estudia. En México, el estudiantado cursa en los dos primeros años de preparatoria cálculo diferencial e integral, y es hasta el último año, y de manera opcional, que puede cursar probabilidad y estadística, generando una desconexión entre estas materias y las materias de matemáticas precedentes. La experiencia muestra que el estudiantado asume estas asignaturas como un ejercicio plenamente de uso de fórmulas sin involucrar reflexión sobre la aplicación de las mismas. Así mismo, la falta de desempeño del estudiantado es un hecho recurrente, y las evidencias muestran que la actitud al estudiarlas no es favorable (Julca Vera et al., 2017; Pérez Laverde et al., 2015; Figueroa et al., 2012; Blanco, 2008).

Análogamente, a nivel licenciatura, la materia de probabilidad es considerada sumamente abstracta y difícilmente se le observa aplicación. Así, Sánchez y Valdéz (2017) sostienen que el primer objetivo en la enseñanza de esta materia es la comprensión de los temas asociados con la probabilidad, destacando la importancia de promover el razonamiento en el estudiantado. En el caso de estadística, el alumnado la puede encontrar un poco más tangible, pero no necesariamente se apropia de la aplicación de esta materia a nivel profesional (Ruiz de Miguel, 2015).

Se ha observado en la cátedra que, aun cuando el estudiantado reconoce la importancia que tiene la estadística, no necesariamente se apropia del conocimiento, de tal manera que lo disocia de las demás materias, otorgando una diferencia en importancia entre las materias curriculares que cursa (cálculo, álgebra, programación, entre otras) y la estadística. Por ende, la aplicación de la estadística queda relegada a la resolución de ejercicios teóricos de clase, inscritos en algún libro de texto, los cuales en general provienen de editoriales norteamericanas; es decir, no se abordan problemas cercanos al alumnado. Estas dificultades también se presentan a nivel posgrado. Estudios anteriores ponen de manifiesto que la estadística es vista con cierto recelo por los estudiantes, y que sus actitudes varían de acuerdo a las experiencias previas que hayan tenido con ella (Vilà Baños & Rubio Hurtado, 2016; Ruiz de Miguel, 2015).

En estudios asociados con la actitud del alumnado hacia la estadística, algunos investigadores sostienen que las ideas preconcebidas y las experiencias anteriores con ella, a nivel superior o medio superior, generan en el estudiantado actitudes de rechazo a la materia (Rodríguez-Santero & Gil-Flores, 2019; Vilà Baños & Rubio Hurtado, 2016; Pérez Laverde et al., 2015; Auzmendi 1992), y aunque algunos de ellos muestran inquietud por aprenderla, no dejan de sentir ciertos niveles de angustia al cursarla (Vilà Baños & Rubio Hurtado, 2016).

De acuerdo a nuestra experiencia con estadística en licenciaturas de ingeniería, las aplicaciones son útiles y abarcan un abanico amplio en el desarrollo profesional, desde la industria hasta las ciencias experimentales y las finanzas, propias para el desarrollo de competencias profesionales que impulsen en los estudiantes integración de conocimientos, habilidades y capacidades, así como de actitudes que les permitan afrontar problemáticas a nivel profesional. Por otro lado, también se ha observado que la actitud del alumnado no es favorable para crear un ambiente de aprendizaje propicio, principalmente debido a sus experiencias pasadas o falta de interés por el aprendizaje de esta materia que se considera (por ellos) de menor relevancia (Rodríguez-Santero & Gil-Flores, 2019; Blanco, 2008).

En la Universidad Iberoamericana, las materias de estadística y de probabilidad forman parte del *currículum* de una gran diversidad de licenciaturas. Para el caso de las ingenierías, en la Tabla 1 se presenta el esquema general de la materia de probabilidad y estadística y taller (PEyT), en la cual se describen las secciones con los temas macro que se deberían abordar durante un curso. Los temas generales que abarca esta materia curricular engloban, una parte de estadística descriptiva, seguida de probabilidad, y termina con estadística inferencial y análisis de regresión, tal como se muestra a continuación.

Tabla 1

Plan de cátedra de la materia de PEyT (IBERO)

Temas	Subtemas
Estadística Descriptiva	Análisis y manejo de datos estadísticos descriptivos cualitativos y cuantitativos.
Probabilidad	Probabilidad clásica, axiomática. Análisis y modelos de fdp discretas y continuas. Graficación y análisis.
Muestreo y distribuciones muestrales	Teoría del muestreo. Población y muestra. Tipos de muestreo. Distribución muestral de la media, de la proporción, de la varianza. Teorema de límite central. Distribuciones Ji cuadrada, t-student, F.
Inferencia Estadística	Estimador. Estimación puntual. Estimación por intervalo. Prueba estadística de Hipótesis.
Análisis de Regresión y Correlación	Análisis de correlación y regresión con datos de una base real. Interpretación de resultados.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La problemática en el aprendizaje de la probabilidad y la estadística a diferentes niveles de educación se expresa en diversos artículos de investigación, en los cuales se explica que son varios los elementos que entran en juego

para que el alumnado no se involucre en su aprendizaje y, por ende, que sus actitudes para estudiarlas no sean favorables (Rodríguez-Santero & Gil-Flores, 2019; Mamani & Martínez Pérez, 2018; Sánchez-Matamoros et al., 2018; Vilà Baños & Rubio Hurtado, 2016; Pérez Laverde et al., 2015; Figueroa et al., 2012).

Algunos investigadores proponen que las experiencias anteriores que el alumnado ha tenido, lo abstracto de los temas e incluso la forma de presentar dichas materias, a veces no favorecen su aprendizaje, lo que genera una actitud de rechazo (Vilà Baños & Rubio Hurtado, 2016) y, eventualmente, reprobación.

En un número considerable de investigaciones se menciona la importancia de trabajar de forma secuenciada los temas, a manera de estrategia de enseñanza de forma que la metodología empleada con el uso de trayectorias bien definidas permita al alumnado mejorar su aprendizaje (Gómez-Chacón et al., 2020; Ivars et al., 2020; Inzunza Cazarez & Islas Anguiano, 2019; Sánchez-Matamoros et al., 2018; Martínez et al., 2015; Clements & Sarama, 2004; Gómez & Lupiáñez, 2007).

Otra faceta de la problemática en el aprendizaje de la probabilidad y la estadística es la disociación de estas con el resto del currículum. Es decir, el estudiantado percibe estas materias como aisladas del cálculo, del álgebra, e incluso de la tecnología, lo cual le ofrece menos incentivos para asociarla con su futura vida profesional (Mamani & Martínez Pérez, 2018; Vilá Baños & Rubio Hurtado, 2016; Ruiz de Miguel, 2015).

Adicionalmente, la secuenciación de los temas que se abordan en un curso de probabilidad y estadística no es uniforme entre las instituciones, lo que hace aún más interesante el estudio de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (Vilà Baños & Rubio Hurtado, 2016).

El objetivo de este escrito es el diseño y aplicación de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) en la materia de Probabilidad y Estadística y Taller, perteneciente a las carreras de Ingeniería de la Universidad Iberoamericana Ciudad de México, a fin de favorecer el aprendizaje de los temas previamente establecidos en el plan de estudios. Se diseñará y aplicará una THA de acuerdo con los temas propios de la materia, propiciando el enriquecimiento de esta con asignaturas como cálculo, álgebra lineal y el uso de la tecnología.

Se propone el uso de la tecnología a través de software especializado: Excel, Matlab y Symbolab. Excel para el manejo de la base datos, la selección de la muestra, gráficas y tablas; para la solución de sistemas de ecuaciones, Matlab o Symbolab, de acuerdo con la preferencia del alumnado. El uso de software especializado es indispensable al trabajar con una muestra de tamaño 100. Adicionalmente, se favorece el aprendizaje con la visualización gráfica y elaboración de tablas de resultados, el desarrollo del modelo de probabilidad y la generación de un polinomio interpolante que requiere la

solución de sistemas de ecuaciones. Así se logran integrar las materias de cálculo y álgebra lineal.

Entre las principales aportaciones que se proponen en esta investigación se encuentra la interconexión de materias curriculares que el alumnado cursa o ha cursado en su licenciatura, con la materia de probabilidad y estadística, a fin de observar la asignatura como la aplicación de los conocimientos adquiridos hasta entonces en su licenciatura de ingeniería. Se espera que estos no se queden en el aula una vez acreditada la materia, pues tienen una diversidad de aplicaciones que se pueden desarrollar inclusive en su vida profesional.

Por añadidura, la incorporación de temas transversales en las clases de matemáticas ha sido materia de estudio en la época reciente, volviendo más cercanas al estudiantado las ecuaciones y las gráficas en tanto que reflejan la realidad que se vive, en particular en temas como sustentabilidad, género, interculturalidad, pobreza, entre tantos otros. Textos como el de Karaali y Khadjavi (2021) presentan un compendio de diferentes casos didácticos para jóvenes en un gran abanico de temas, todos relacionados con las matemáticas.

Adicionalmente, como investigadoras nos hemos planteado consolidar nuestra competencia docente de “Mirar profesionalmente” a través del análisis del pensamiento matemático del alumnado de Ingeniería (Gómez-Chacón et al., 2020; Ivars, et al., 2020; Martínez et al., 2015).

En la siguiente sección se dará una perspectiva global de las investigaciones desarrolladas respecto a las aplicaciones de trayectorias de aprendizaje en el campo de la enseñanza de las matemáticas, así como algunas de las principales aportaciones, conceptos y experiencias de investigadores que se han desarrollado en diferentes niveles de aprendizaje. De igual forma, se mencionan autores que han abordado la actitud del alumnado hacia la estadística y que proponen la búsqueda de alternativas de enseñanza para coadyuvar en la mejora de las experiencias áulicas.

MARCO TEÓRICO

El constructo de trayectoria de aprendizaje se puede entender según Clements y Sarama (2004) como un camino hipotético por el que el estudiantado, en este caso universitarios, puede progresar en su aprendizaje de un tópico matemático concreto.

Una trayectoria hipotética de aprendizaje consiste en los objetivos para el estudiantado, las tareas matemáticas que se usarán para promoverlo y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje del estudiantado (Cárcamo et al., 2021; Gómez-Chacón et al., 2020; Inzunza Cazarez & Islas Anguiano, 2019; Sánchez-Matamoros et al., 2018; Sánchez & Valdez, 2017; Simon, 2014; Clements & Sarama, 2004).

De acuerdo con el análisis de Gómez y Lupiáñez (2007) respecto al uso de las trayectorias de aprendizaje matemático y su aplicación, quedó patente su importancia en la enseñanza de las matemáticas, y en particular en la planeación del profesorado cuando diseña las actividades de enseñanza y aprendizaje. Coincidimos con la propuesta de la utilización de la THA que proponen dichos autores acerca de identificar, caracterizar y seleccionar las capacidades del estudiantado que aparecen del estudio del constructo matemático asociado.

Como docentes se debe considerar y plantear el camino que hay que recorrer para alcanzar el aprendizaje que se pretende, teniendo presente que es un proceso cíclico en el cual hay que considerar las capacidades del alumnado que se quieren desarrollar. Es decir, una vez realizada la actividad por parte del grupo, considerar si se ha alcanzado el objetivo planteado en la actividad correspondiente, de ser así, se sigue la secuencia. En caso contrario, determinar áreas de oportunidad para corregir o encauzar la trayectoria dando continuidad a partir de la situación que se vive en ese momento. La evaluación de la trayectoria a partir del logro de los objetivos es una forma de fortalecer el camino a seguir (Clements & Sarama, 2004).

En la literatura se pueden encontrar las competencias que debería desarrollar el estudiantado en el campo específico de materias de estadística. Según Figueroa et al. (2012), se manejan las competencias de la organización, el análisis y la resolución de problemas, así como la interpretación de los datos, incluyendo el uso de la tecnología y el trabajo colaborativo. Por su parte, Inzunza Cazarez e Islas Anguiano (2019) proponen el diseño y aplicación de una trayectoria de aprendizaje mediada por el uso de la tecnología, a fin de desarrollar competencias como el razonamiento del estudiantado sobre temas específicos de estadística: el muestreo, las distribuciones muestrales y la variabilidad, para lo cual utilizan la simulación por computadora como herramienta de aprendizaje. Dichos autores sostienen que esta forma de enseñanza no sólo favorece el desarrollo del razonamiento del alumno, sino que también sienta las bases para la comprensión de la inferencia estadística.

Por otro lado, Ribeiro Campos y Pavan Perin (2020) categorizan las competencias en dominio del lenguaje, pensamiento y razonamiento estadístico, así como la reflexión crítica de aspectos estadísticos. Incluso ha propuesto una competencia adicional muy interesante que tiene que ver con la actitud del estudiantado. Estos autores hacen hincapié en la conciencia socialmente crítica que puede adquirir el estudiantado de materias de estadística, en particular, si los datos son generados por ellos mismos.

En la Figura 1 se establece que, según Simon (2014), se parte de un objetivo matemático establecido por el personal docente, y enseguida se plantea el camino o trayectoria que hipotéticamente el alumnado seguiría para lograr el aprendizaje. De esta manera, mediante la secuencia de temas y

subtemas, se espera que el alumnado alcance el objetivo planteado en el plan de cátedra. Posteriormente, se generan actividades apropiadas para alcanzar el objetivo, mismas que favorecen el desarrollo de las habilidades de pensamiento, en particular las de analizar, comprender y aplicar (Clements & Sarama, 2004; Gómez & Lupiáñez, 2007). Por último, se realiza la evaluación de los aprendizajes a partir de cierto producto.

Figura 1

Trayectoria Hipotética de Aprendizaje en Matemáticas (THA)



Nota. Adaptación de Simon (2014)

Las THA también son conceptualizadas como un constructo que puede ayudar al cuerpo docente a diseñar propuestas de enseñanza que tengan en cuenta estas progresiones en la comprensión de los tópicos matemáticos del estudiantado (Martínez et al., 2015; Ruiz de Miguel, 2015; Clements & Sarama, 2004; Gómez & Lupiáñez, 2007).

Asimismo, estos bloques permiten construir la THA con sus respectivos objetos matemáticos, los objetivos de aprendizaje planteados y las actividades propuestas (Figura 1).

En la literatura se reporta el uso de la THA como un instrumento conceptual que describe el aprendizaje del alumnado como una “acción instrumental”, y se proponen tareas en función de la comprensión observada (Ivars et al., 2020; Inzunza Cazarez & Islas Anguiano, 2019; Ruíz de Miguel, 2015; Martínez et al., 2015; Gómez & Lupiáñez, 2007).

Según autores como Ivars et al. (2020), Gómez-Chacón et al. (2020) y Martínez et al. (2015) entre otros, el generar la posibilidad de aprender de la propia práctica favorece el desarrollo o el incremento de destrezas didácticas en el personal educativo a fin de mejorar su enseñanza. De ahí que la utilización de una THA en la materia que nos ocupa nos permite, como docentes, fortalecer la competencia de Mirar profesionalmente el trabajo del grupo e ir perfeccionando la trayectoria de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con las fortalezas observadas en relación a las competencias, habilidades y actitudes del alumnado para apropiarse del aprendizaje, siendo éste un trabajo cíclico (Gómez & Lupiáñez, 2007).

Con el diseño y la implementación de una THA, el personal docente ya cuenta con el conocimiento específico de matemáticas que quiere enseñar

(transmitir) al alumnado (Sánchez & Valdéz, 2017). Dentro del diseño de la THA, resolver problemas asociados al concepto matemático a desarrollar, y, en este caso, al concatenar las actividades de la THA con el uso (aplicado) de conocimientos de otras materias de matemáticas, en particular la tecnología (Figuroa et al., 2012), se potencia la oportunidad para que el estudiantado se apropie y aprenda no sólo el conocimiento en cuestión, sino que articule una red más compleja o completa sobre el uso de la materia de matemáticas que está cursando.

METODOLOGÍA

En este estudio participaron 11 estudiantes (ocho hombres y tres mujeres) de las carreras de ingeniería que se encontraban inscritos, durante el verano de 2022, en la materia de Probabilidad y Estadística Aplicada y Taller (PEyT), correspondiente al 3º y 4º semestre de los planes de estudio de la Universidad Iberoamericana CDMX. Los cursos de verano en la Universidad Iberoamericana son primordialmente intensivos, con una duración de 15 horas a la semana por seis semanas; en este periodo, el estudiantado elige libremente qué materias tomar. Este grupo estaba formado por estudiantes de Ingeniería Civil, Industrial, Mecánica, Mecatrónica, Telecomunicaciones y Biomédica.

La materia en cuestión fue planeada con la elaboración de una trayectoria hipotética de aprendizaje, considerando los temas que habrían de abordarse de manera secuencial, interconectándose con temas de materias como cálculo y álgebra lineal. Como herramienta tecnológica se utilizó Excel como hoja de cálculo, y MatLab o Symbolab.

Se diseñó un *camino hipotético* en el que el estudiantado puede progresar en su aprendizaje de la probabilidad y la estadística.

En la Figura 2 se presenta el esquema general de la materia de probabilidad y estadística que se aborda durante el curso, en el cual se describen tres grandes bloques con los temas que se deberán adquirir.

Figura 2

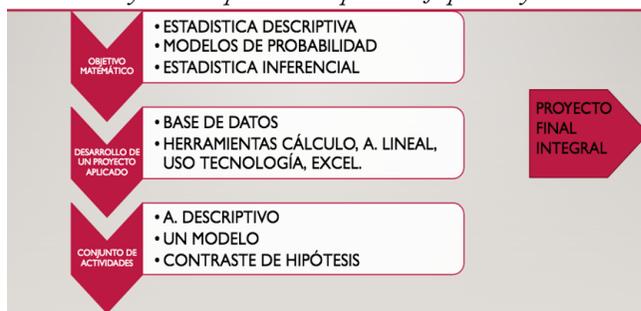
Programa curricular de la materia de Probabilidad, estadística aplicada y taller



Así mismo, tal y como se muestra en el Figura 3, estos bloques permiten construir la THA con sus respectivos objetos matemáticos, los objetivos de aprendizaje planteados y las actividades propuestas.

Figura 3

Diseño general de la trayectoria hipotética de aprendizaje para PeyT



Se comentó con el alumnado la forma de trabajo para este curso y todos decidieron participar en el proyecto que habríamos de desarrollar en nuestra materia. Se formaron cuatro equipos de dos personas y un equipo de tres.

En las clases diarias de tres horas, de lunes a jueves, se abordaron los temas teóricos en el orden propuesto en el plan de clase, y el viernes de cada semana se trabajó a manera de laboratorio para desarrollar la parte del proyecto que se debía cubrir.

Con respecto al desarrollo de las competencias, se realizó una adaptación de los enfoques de Ribeiro Campos y Pavan Perin (2020) para efectos de este proyecto, incluyéndose los factores de trabajo colaborativo y uso de la tecnología (Figueroa et al., 2012) entre las competencias.

El hilo conductor de la THA que se propone es un proyecto donde se incorporan los temas a desarrollar a lo largo del curso, siguiendo una secuencia (conformando etapas) que conduzca y dirija al alumnado a darle sentido a los conceptos de estudio, además de aplicar y apropiarse del conocimiento para aterrizar en un producto cada viernes. Esto permitió corregir y retroalimentar el trabajo realizado de manera semanal y dar continuidad a la trayectoria.

En la Tabla 2 se muestran las etapas del proyecto. Fueron cuatro etapas correspondientes a cada uno de los objetivos planteados en la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA).

El antecedente general se describe a continuación:

La base de datos proporcionada por el profesorado del grupo está conformada por cuatro variables en columnas de datos denominadas confianza, utilidad, ansiedad y motivación hacia las matemáticas; se trata de una base de datos elaborada para el programa doctoral de una de las investigadoras, y se refiere a una escala de Likert aplicada a 380 estudiantes de un bachillerato

de la UNAM que cursaban las materias de Cálculo Diferencial e Integral y/ o de Probabilidad y Estadística. De esta manera se incorporan los temas transversales con datos reales que muestran la respuesta socioemocional de estudiantes frente a una clase de estadística. Este contexto favoreció que los equipos eligieran dos variables de estudio que les permitieron generar implícitamente una pregunta de investigación que quisieran responder por medio de la estadística.

A continuación se describen las etapas que conforman la trayectoria con sus objetivos y actividades asociadas.

Etapa 1. Muestreo y Estadística Descriptiva

Se proporcionó a los estudiantes de PeyT la base de datos que será considerada como población de estudio. Se explicó el contexto de su aplicación para dar sentido a sus conclusiones.

Tabla 2

Planeación de la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje

Etapa	Objetivo matemático	Camino / Actividades	Producto de evaluación por etapa
1	Estadística descriptiva	Selección de variables y de la muestra Conformación de una base de datos en Excel.	Análisis descriptivo completo de la muestra obtenida para cada una de las variables seleccionadas.
2	Modelos de probabilidad	A partir de valores de la tabla de frecuencias de la muestra, generación de un polinomio interpolante. Para la solución de sistemas de ecuaciones, uso de calculadora, wolfram, MatLab, Symbolab y Excel.	Un modelo empírico de probabilidad, para las dos variables de estudio.
3	Inferencia estadística	Realización de Intervalos de confianza para la media de cada variable elegida. Prueba de hipótesis para la media de la muestra contrastada con la media poblacional (base de datos completa) diferencia de medias contrastando las dos variables.	Los intervalos de confianza para la media. Prueba de hipótesis para la media y para la diferencia de medias.
4	Análisis de regresión	Análisis de regresión y correlación identificando si hay relación entre las dos variables de estudio.	Diagrama de dispersión Coeficiente de correlación Modelo de regresión.

Objetivo 1

Con la comprensión de los conceptos de población y muestra, y utilizando la herramienta de Excel, generar una muestra de números aleatorios a partir de la base de datos proporcionada para abordar apropiadamente el análisis descriptivo.

Actividades 1

En Excel, agregar a la base de datos una columna de números aleatorios del 1 al 100 para seleccionar la muestra de la población. Utilizar los números consecutivos de los registros para hacer la selección de la muestra.

Una vez seleccionada la muestra de 100 estudiantes, los equipos eligieron dos de las cuatro variables y articularon su muestra con los datos y variables seleccionadas.

Con los datos de las dos variables, los equipos hicieron todo el análisis estadístico descriptivo para cada una de ellas, utilizando Excel como hoja de cálculo.

Una vez concluidos sus cálculos y gráficas, se les pidió elaborar un reporte con todos los elementos trabajados en esta primera parte, incluyendo tablas de resultados, gráficas y conclusiones o comentarios.

Etapa 2. Modelo de probabilidad

Objetivo 2

Con los datos de la muestra, los equipos han de generar un modelo de probabilidad empírico interconectando conocimientos previamente adquiridos de cálculo y álgebra lineal, e incorporando la teoría de probabilidad.

Actividades 2

Durante la práctica de la segunda semana, los equipos han de generar un modelo de probabilidad a partir de los intervalos de clase del histograma construido la semana anterior. Se seleccionaron los cinco ($n=5$) intervalos más representativos, utilizando las marcas de clase y las frecuencias absolutas a fin de construir un polinomio de grado 4.

El estudiantado ha de generar un polinomio interpolante resolviendo un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas; esto por el método de Gauss-Jordan y a través de MatLab o Symbolab.

Este polinomio habría de normalizarse a partir de su integración para así representar una función de densidad de probabilidad, resultando en un modelo de probabilidad empírico.

Para esta etapa se concatenan conocimientos previos y herramientas tales como: Excel, Álgebra lineal (Sistemas de ecuaciones), Matlab, Symbolab y Cálculo Integral.

Etapas 3. Estadística inferencial

Objetivo 3

Los equipos han de contrastar las medidas muestrales y poblaciones a través de estimación por intervalo y pruebas de hipótesis.

Actividades 3

El trabajo de la tercera semana consistió en que los equipos habrían de desarrollar estimaciones por intervalo de confianza para la media poblacional y la diferencia de medias, así como pruebas de hipótesis sobre la media de cada variable elegida. Igualmente, prueba de hipótesis para la diferencia de medias, generando conclusiones en términos del problema y de los parámetros de estudio.

Etapas 4. Análisis de correlación y Regresión

Objetivo 4

Los equipos deberán buscar una relación lineal entre dos de sus variables de estudio, analizando los resultados obtenidos en términos del problema.

Actividades 4

Los estudiantes habrían de desarrollar un modelo de regresión lineal contrastando dos de las variables seleccionadas al inicio del proyecto, dando un sentido al concepto del mejor modelo lineal asociado para la búsqueda de correlación entre dos variables. Se calculó el coeficiente de correlación de Pearson y se realizó una prueba de hipótesis sobre la significancia de beta (β) verificando si la pendiente de la recta de regresión es diferente de cero.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al inicio del curso, y para fines del proyecto de investigación y aplicación de la THA, las investigadoras explicaron al grupo el contexto del proyecto del cual se derivó la base de datos a la cual considerarían como sus datos poblacionales. Por esta razón, cuando los equipos eligieron libremente sus variables de trabajo, de forma implícita se generaba una pregunta de investigación para responder en la materia de probabilidad y estadística. Esto se vio reflejado en el desarrollo de cada etapa del trabajo semanal con sus comentarios y reflexiones, y en el avance de la THA.

Los equipos fueron avanzando en cada etapa, recibiendo retroalimentación y fortaleciendo el objetivo de “Mirar profesionalmente” al estudiantado. Vale la pena destacar que se observó la evolución del aprendizaje a través de las competencias evidenciadas, tales como la apropiación del uso del lenguaje asociado a la materia y la coherencia de sus conclusiones reflexionadas y pertinentes en términos de las problemáticas que se plantearon de inicio.

Los equipos desarrollaron las actividades propuestas en el laboratorio de cómputo de la Universidad. Se puede destacar que la organización al inte-

rior de cada equipo fue óptima, como la distribución del trabajo y la presentación de resultados; los integrantes hacían cálculos y describían e interpretaban sus resultados en un documento PDF. Sólo hubo un equipo que demeritó su trabajo por falta de compromiso observable en sus documentos entregados.

En esta sección se presenta una muestra de los avances de cada etapa del proyecto realizados por los cinco equipos.

Las variables seleccionadas por cada equipo se encuentran en la Tabla 3.

Tabla 3

Variables de estudio por equipo

Equipo	Variabes elegidas
1	Confianza y Ansiedad
2	Confianza y Motivación
3	Confianza y Utilidad
4	Confianza y Motivación
5	Confianza y Ansiedad

A continuación, se presentan algunos ejemplos del trabajo desarrollado, además de las conclusiones y discusión asociada de los equipos con cada una de las actividades descritas en la metodología.

Objetivo 1

Con la comprensión de los conceptos de población y muestra, y utilizando la herramienta de Excel, generar una muestra de números aleatorios a partir de la base de datos proporcionada para abordar apropiadamente el análisis descriptivo.

Evidencias de aprendizaje

Las siguientes evidencias demuestran que el estudiantado se ha apropiado de los conceptos de muestra, muestreo, variabilidad, forma y sesgo, y medidas de tendencia central. Este manejo del lenguaje indica un alto nivel de comprensión de los conceptos del análisis descriptivo. Se observa que el nivel de análisis que maneja el alumnado es congruente con el aprendizaje adquirido, logrando conclusiones específicas del tema abordado.

He aquí algunos ejemplos de las conclusiones de los equipos tomadas de sus documentos finales, estas demuestran la evolución de su aprendizaje.

Equipo 1: ... *Con ayuda del histograma de frecuencia absoluta de la variable ansiedad de una muestra de 100 alumnos, podemos concluir que las medidas de tendencia central coinciden en el intervalo [2.78,3.15), (...). También se puede ver que tiene un desfase hacia la izquierda, hay aproximadamente un 23% de variación de los datos, por lo tanto, la curtosis es platocúrtica.*

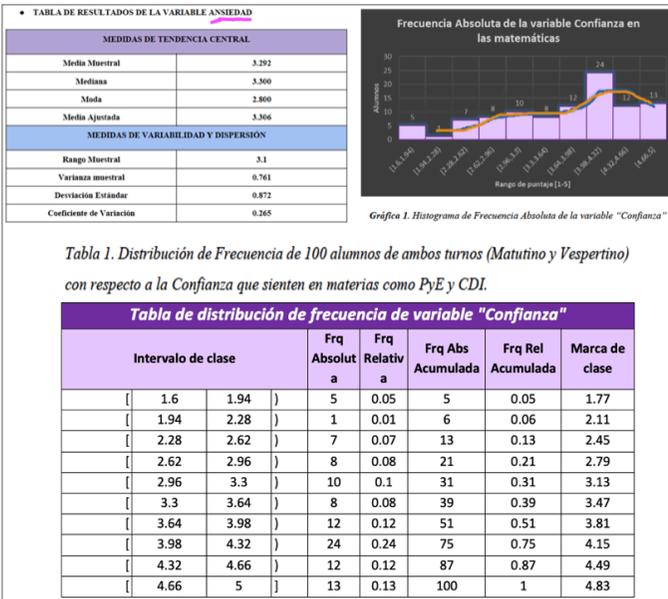
Equipo 3: ... Con esta tabla podemos ver que hay una gran concentración de datos en el extremo superior de los datos por lo tanto hay varios alumnos que se sienten con confianza hacia las matemáticas. (...) por otro lado, vemos que también existe un mayor puntaje donde los alumnos sienten que las matemáticas son de gran utilidad.

Equipo 4: ... Mediante la estadística descriptiva se logró hacer un estudio sobre la confianza y motivación de alumnos de preparatoria hacia las matemáticas, en ambos casos se puede observar un sesgo en las gráficas, donde hay mayor frecuencia en grados de motivación y confianza altos, lo cual indica que están contentos con la materia y desean seguir mejorando su desempeño en la misma.

En la Figura 4 se presenta una tabla de medidas de tendencia central y de variabilidad, una distribución de frecuencias y un histograma.

Figura 4

Muestra de tablas y gráficas desarrolladas en relación con el objetivo 1



Objetivo 2

Con los datos de la muestra, los equipos han de generar un modelo de probabilidad empírico interconectando conocimientos previamente adquiridos de cálculo y álgebra lineal, e incorporando la teoría de probabilidad.

Evidencias de aprendizaje

Las siguientes evidencias demuestran que se ha alcanzado el objetivo concerniente a los modelos probabilísticos, en tanto que sus reflexiones indican que reconocen el vínculo con asignaturas anteriores, pues utilizan métodos aprendidos previamente, adecuándose a la generación de un modelo empírico del uso de la tecnología. Nuevamente, sus conclusiones son reflejo del nivel adecuado de aprendizaje esperado.

conocimientos previamente aprendidos en materias como álgebra lineal, cálculo integral y sistemas de ecuaciones.

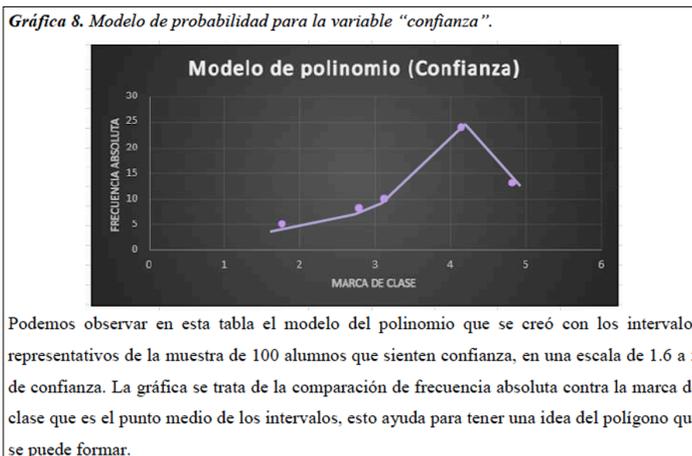
Equipo 3: *Con esta práctica podemos ver la importancia de construir un modelo adecuado que nos ayude a tener un mejor entendimiento de los datos y a su vez proporciona una mayor facilidad para poder analizar los resultados y obtener conclusiones.*

El equipo siguiente muestra, además del objetivo propuesto, la relación que tienen los datos estudiados con los resultados observados.

Equipo 4: *Tras generar el modelo de probabilidad se logró analizar la motivación hacia las matemáticas de los estudiantes de preparatoria, donde se ve claramente una frecuencia mayor en el punto medio del puntaje (...) esto nos dice que la mayoría de los alumnos se sienten con una motivación promedio hacia las matemáticas y muy pocos se sienten con muy poca motivación (...). En la parte de Confianza, se pudo observar igualmente una tendencia en la confianza mayor al promedio (...), indicando que gran mayoría de los alumnos se consideran con confianza ante las matemáticas.*

Figura 6

Muestra de la gráfica de modelo probabilístico (objetivo 2)



En el siguiente comentario se muestra, como desafortunado ejemplo, un equipo que presentó sus análisis con poca claridad en la redacción y sin suficiente compromiso respecto al desarrollo de su trabajo.

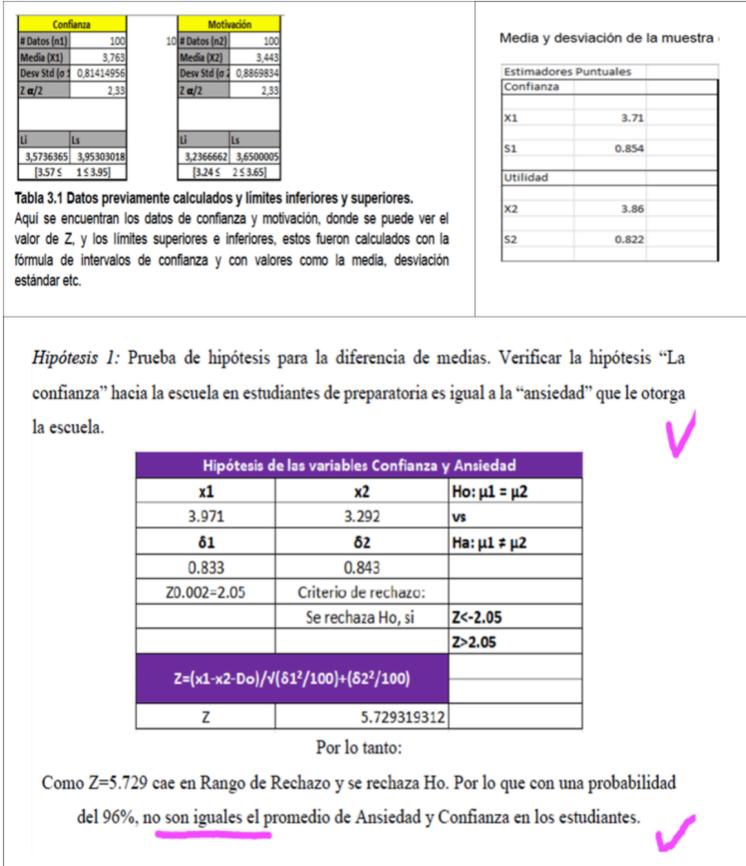
Equipo 5: *...Se puede observar en el histograma de confianza que tenemos una mayor concentración en los alumnos en el Intervalo de 4.2 a 4.6, con 21 valores, al calcular las "a" para obtener un polinomio de grado 4 y después introducir los valores resultantes en una matriz, obtenemos nuestros valores de la resultante, con la cual podemos proceder a calcular mediante una integral el valor de K con el que se tiene una función de densidad de probabilidad que permite modelar los datos, el cual lo despejamos y nos da como resultado: 0.0125.*

Objetivo 3

Los equipos han de contrastar las medidas muestrales y poblaciones a través de estimación por intervalo y pruebas de hipótesis.

Figura 7

Muestra de tabla de resultados y análisis inferencial asociados al objetivo 3



Evidencias de aprendizaje

Las siguientes evidencias demuestran un dominio de los elementos de estadística inferencial, como son los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis. El análisis realizado por los equipos respecto a la asociación del cálculo con el significado en términos del problema, se plasma en la redacción de las conclusiones y análisis presentados.

Una muestra de una estimación de intervalo de confianza y de una prueba de hipótesis se presenta en la Figura 7.

Equipo 1: Para la comparación en que la confianza es mayor a la ansiedad en la matemáticas, se obtuvo Z=2.01, afirmando que(...) se rechaza la Ho. Así se tiene que con una probabilidad del 96%, no son iguales el promedio de Ansiedad y Confianza en los estudiantes.

Equipo 3: Todos estos procesos son de gran ayuda para observar y analizar una hipótesis y ver si ésta se cumple, o si no es el caso también ayuda a poder replan-arse para poder realizar otra prueba.

Equipo 4: *Tras realizar estos intervalos de confianza para las dos variables, se puede ver de forma clara cómo la confianza de los estudiantes hacia las matemáticas en esta muestra, se encuentra entre los valores de 3.57 y 3.95, por otro lado, en la motivación sus valores van de 3.24 a 3.65. En ambos casos hay valores que están por debajo del límite inferior o por arriba del superior, estos valores no entran dentro de nuestro intervalo y no se tomarían en cuenta.*

Objetivo 4.

Los equipos deberán buscar una relación lineal entre sus variables de estudio, analizando los resultados obtenidos en términos del problema.

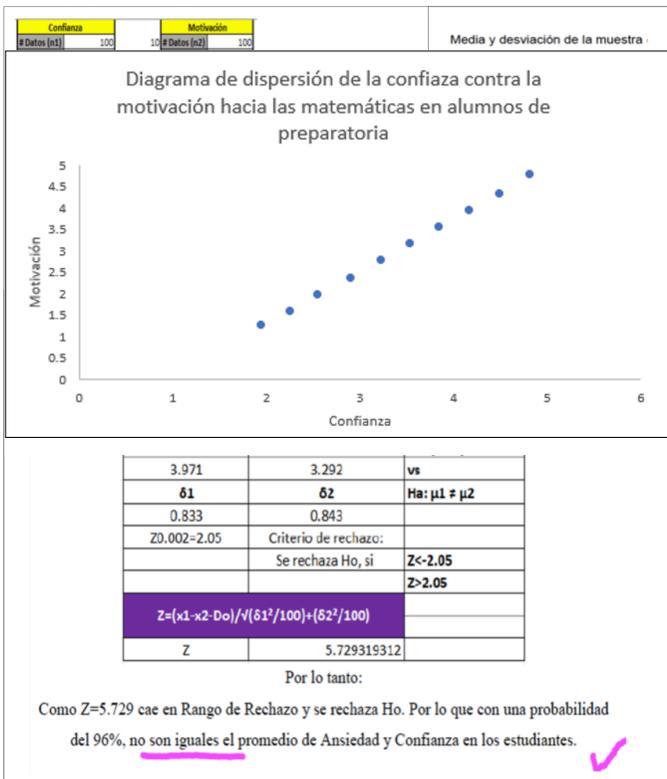
Evidencias de Aprendizaje

Las siguientes evidencias muestran un manejo adecuado del lenguaje, apropiación del conocimiento, y claridad en lo que se refiere a la relación lineal entre dos variables. Se logra la comprensión de la prueba de significancia de BETA. Destaca el aterrizaje de las conclusiones en términos del problema en particular. Sin embargo, hay indicios de la falta de comprensión del concepto de causalidad en contraposición con el de la correlación.

Una muestra de una gráfica de regresión lineal se puede observar en la Figura 8.

Figura 8

Muestra de una gráfica de regresión relacionada con el objetivo 4



Equipo 1: *La ecuación de regresión de mínimos cuadrados ($\hat{y} = -0.441 + 1.088x$), habla de que nos ayudó a saber qué tan relacionados están los comportamientos que provocan las matemáticas a los alumnos de preparatoria. (...) en la prueba de hipótesis se puede concluir que Como $T = 46400502 > 1.984$ cae en región de rechazo por lo que se rechaza H_0 . Por lo tanto, se acepta que B es diferente de 0 y sí hay una relación lineal entre la confianza y la motivación a las matemáticas con una confianza del 95%, dándonos a conocer que la ansiedad influye en la motivación que sienten los alumnos de preparatoria ante las matemáticas.*

Equipo 2: *Al ser el coeficiente de correlación (...) cercano a uno, se puede entender que las dos variables, confianza y motivación, están directamente relacionadas una con la otra; por otro lado, un coeficiente de determinación (r^2) igual a uno, significa un ajuste lineal perfecto (...). Mediante la realización de este trabajo (...) se comprobó que las variables mencionadas están relacionadas de forma directa y lineal, por lo tanto, se podría inferir que los estudiantes que tienen niveles de confianza más altos son los que más motivación tienen en estas materias, el caso contrario igual funciona, ya que se comprobó gráficamente que los diagramas de dispersión con la recta ajustada, siguen un modelo similar al de una recta identidad; por lo tanto, consideramos que el análisis de los resultados obtenidos puede ser de gran ayuda para la realización de planes de estudio o técnicas de enseñanza, en las que se busque priorizar la confianza, esto como consecuencia traería niveles de motivación más alto y a su vez desempeños superiores de los alumnos.*

Equipo 3: *Después de realizar el ejercicio podemos apreciar que la hipótesis planteada es rechazada por mucho, esto nos da a entender que se acepta que B es diferente a 0 y hay una relación lineal entre las dos variables de Confianza y Utilidad, consideradas de importancia en las actitudes hacia las matemáticas en los estudiantes tanto de nivel medio superior y superior.*

Equipo 4: *Con los 10 datos se logró calcular el coeficiente de correlación de Pearson y el coeficiente de determinación, el primero resultó muy grande, esto nos dice que hay mucha relación entre la Confianza y la Motivación. Por otro lado, en el coeficiente de determinación podemos ver cómo el 94.95% de la variación de la motivación es influido por la variación de la Confianza.*

En la sección del análisis de la hipótesis, el equipo 4 planteó lo siguiente:

La confianza hacia las matemáticas en estudiantes de Preparatoria es igual a la motivación que le otorgan a las matemáticas. Por lo que se realizaron los cálculos según las variables (...) para así desarrollar y comprobar si ésta podría ser una hipótesis aceptable o totalmente rechazada con una confianza del 96%. Inicialmente, la hipótesis se presentó con una alta probabilidad de rechazo pues ésta estuvo dentro del área de rechazo al tener un valor mayor que 2.05, límite de la zona de rechazo.

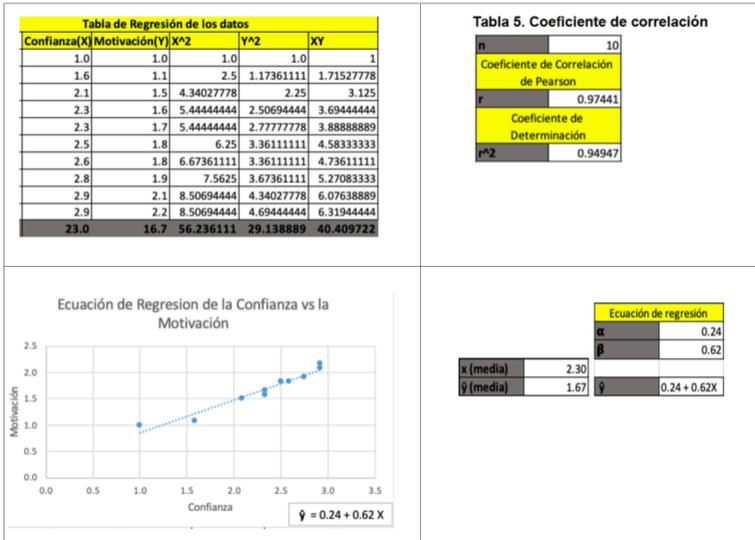
De esta manera, al analizar los datos de la confianza y motivación podemos guiarnos por el entendido de que a mayor grado de confianza presentado en los alumnos, mayor motivación ante las matemáticas, siendo directamente proporcional el grado de confianza y de motivación en alumnos de preparatoria.

Con esta interpretación, el equipo 4 demuestra capacidad de análisis y razonamiento crítico, competencias que nos propusimos desarrollar en el estudiantado.

La Figura 9 muestra la tabla de cálculos conducentes a la obtención de los parámetros de la ecuación de regresión, los coeficientes de correlación y de determinación, y una gráfica ilustrativa.

Figura 9

Muestra de gráficas y tablas relacionadas con el objetivo 4



El equipo hizo una reflexión general que engloba los objetivos del proyecto. Esta reflexión vincula los aspectos socioemocionales y muestra la inclusión de temas transversales que, por lo general, se exploran poco en las ingenierías:

Equipo 4: *Tras hacer una serie de cálculos y su análisis, se puede concluir que hay una gran relación entre la confianza que puede sentir un alumno en las matemáticas y la motivación que la materia le brinde, por lo que es sumamente importante que tenga un buen nivel de confianza y motivación, para así tener un gran desempeño en la materia de matemáticas.*

Con esto dicho, vemos cómo en las materias es sumamente importante el aspecto psicológico del alumno y que con un buen nivel de confianza y motivación pueden sacar mejores resultados, ya que así se siente con mayor impulso para mejorar su aprendizaje y desempeño.

Este equipo no se limitó al contexto de donde se tomaron los datos, si no que profundizó en su análisis hasta llegar a generar recomendaciones para la enseñanza de las matemáticas.

A través de los comentarios y conclusiones de los equipos, se pudo apreciar que el hecho de que el estudiantado realizara la selección de las variables a analizar, planteando de manera implícita preguntas de investigación que estaban asociadas con aquello que tuvieron la inquietud de estudiar, condujo a una actitud más favorable para el aprendizaje de la estadística y la probabilidad. El poder concluir en términos del problema es reflejo del

desarrollo de las competencias planteadas. Asimismo, al ser un tema cercano al alumnado, que además les es interesante, el tratamiento de datos deja de ser frío y tiene un contexto socioemocional motivador.

En la Tabla 4 se resumen las competencias desarrolladas por cada equipo en cuatro diferentes niveles de aprendizaje, basados en la categorización de Ribeiro Campos & Pavan Perin (2020), a la cual se agregó el trabajo colaborativo y el uso de la tecnología.

Tabla 4

Competencias desarrolladas por cada equipo

Competencia/ Equipo	1	2	3	4	5
Dominio del lenguaje	Sobresaliente	Sobresaliente	Satisfactorio	Sobresaliente	Suficiente
Razonamiento	Sobresaliente	Sobresaliente	Sobresaliente	Sobresaliente	Satisfactorio
Pensamiento	Sobresaliente	Satisfactorio	Satisfactorio	Sobresaliente	Suficiente
Reflexión crítica	Sobresaliente	Satisfactorio	Sobresaliente	Sobresaliente	Deficiente
Aprendizaje colaborativo	Sobresaliente	Sobresaliente	Sobresaliente	Sobresaliente	Suficiente
Uso de la tecnología	Sobresaliente	Satisfactorio	Sobresaliente	Sobresaliente	Deficiente

Nota. adaptación de Ribeiro Campos y Pavan Perin (2020)

Al término del curso, de manera individual, el estudiantado reflexionó acerca de su aprendizaje mediante un cuestionario proporcionado por las investigadoras. En la primera parte se les preguntaron datos generales de carrera y semestre, seguida de una sección donde se les daban tres opciones de apreciación acerca de la secuencia temática del curso: lógica, conveniente para comprender los temas, no conveniente para comprender los temas. La tercera sección indaga específicamente en el orden de los temas estudiados en clase. Las fortalezas y oportunidades se preguntan en la siguiente parte para finalmente dejar un espacio para sus reflexiones. El alumnado destacó las competencias observadas en sí mismos, las de mayor frecuencia fueron el pensamiento lógico, compromiso y trabajo en equipo. Cabe destacar que consideraron adecuada la secuencia de los temas estudiados en clase, validando así la THA diseñada; la calificaron en su gran mayoría como lógica, y en segundo lugar como conveniente para la comprensión de los temas. No se presentó ninguna mención respecto a que fuera inconveniente para comprender los temas. Entre las principales fortalezas destacan la mejor comprensión de los temas a través de un análisis más profundo, acompañado

del uso de software y apalancado en el trabajo colaborativo. Las reflexiones fueron positivas, mostrando su satisfacción con la forma de llevar el curso, en particular con el proyecto y con el uso de datos reales en él.

CONCLUSIONES

De acuerdo con estudio realizado, los resultados y análisis obtenidos, llegamos a las siguientes conclusiones.

En principio, consideramos que cumplimos los objetivos planteados en esta investigación. Aún más, consideramos que hemos rebasado las expectativas dado que el estudiantado mostró un interés tangible en el compromiso con su aprendizaje, y también una actitud positiva hacia la probabilidad y la estadística. De acuerdo a los resultados, el estudiantado concluyó adecuadamente sus productos, lo cual refleja un nivel de apropiación más que satisfactorio para un curso de esta naturaleza.

La elaboración del proyecto contó con una característica particular: su diseño contempló una THA acumulativa, de tal manera que los objetivos matemáticos se fueron sumando secuencialmente hasta obtener un producto que, dentro de la lógica del estudiantado, habría de tener sentido. Las THA que hemos observado en la literatura parten de un objeto matemático, y a partir de ello se presenta la secuencia. En nuestro caso, el hilo conductor fue el tema del proyecto, con objetivos parciales acumulativos y con actividades secuenciadas.

Es decir, analizar y estudiar por medio de la materia de probabilidad y estadística una problemática cercana al estudiantado como es la confianza, la ansiedad, motivación o la utilidad hacia las matemáticas, temas transversales socio-emocionales y estrechamente relacionados con su acontecer cotidiano, no sólo le dio un propósito a los análisis que realizaron los equipos, sino que buscaron dar un sentido a sus resultados analíticos y, por medio de su razonamiento, expresar lo que sus cálculos numéricos arrojaron.

Consideramos que los estudiantes le encontraron sentido a la utilidad que representa la materia en cuestión para abordar un proyecto desarrollado de forma secuencial (trayectoria), evidencia tangible de la apropiación del aprendizaje que se logró en la mayoría de los equipos.

Durante el transcurso de la THA fue posible observar la evolución del pensamiento analítico del estudiantado a medida que fue relacionando la materia con asignaturas anteriores y aprovechando el uso de la tecnología.

La propuesta de THA para el caso de materias PEyT favoreció que, como docentes, se monitoreen las actividades del alumnado, evaluando los niveles de aprendizaje y adecuando la trayectoria para favorecer el mayor aprovechamiento. De esta forma se logró el fortalecimiento de la competencia “Mirar profesionalmente” el pensamiento, razonamiento y evolución del aprendizaje en el alumnado, cubriendo así otra de las metas que fue planteada de inicio.

La THA proporcionó al cuerpo docente herramientas para diseñar oportunidades que permitan al estudiantado la apropiación de los conocimientos y el alcance de los objetivos matemáticos planteados, así como distinguir los diferentes niveles cognitivos que desarrolló el alumnado. Fue posible observar esto en el cuestionario de autoevaluación, donde se reporta el desarrollo de sus competencias lógicas, pensamiento secuencial y trabajo en equipo. La categorización de las competencias realizadas permitió elaborar rúbricas más definidas que apoyarán tanto al estudiantado como al profesorado.

Como autorreflexión, por medio del uso y aplicación de esta THA, también fue posible darles un sentido y un contexto a los temas transversales (aspectos socioemocionales y la actitud hacia las matemáticas) en las carreras de ingeniería, y el aprovechamiento de la tecnología para favorecer la aplicación de los conceptos aprendidos. Se observó que la elección libre del alumnado sobre las variables de estudio impactó positivamente en su actitud y en un trabajo colaborativo eficiente. Esto se vio reflejado en sus conclusiones.

Entre las recomendaciones que podemos aportar está la de que el alumnado pueda decidir el tema a abordar en el proyecto a partir de las generalidades propuestas por el cuerpo docente. Cabe señalar que el abanico de los temas transversales es amplio, con temas tales como género, sustentabilidad, derechos humanos, actitudes socioemocionales hacia las matemáticas, entre otros; dichos temas son propicios para disparar preguntas de investigación que el estudiantado podrá responder en un proyecto por medio de la estadística, convirtiéndose en una posible línea de investigación a futuro.

Otra recomendación es la secuenciación que se siguió: estadística descriptiva, teoría de la probabilidad, pasando por muestreo antes de iniciar la estadística inferencial, y culminar con regresión. En futuros trabajos se podrían analizar modificaciones a esta seriación y comparar resultados.

Este estilo de enseñanza cumple la función de que el estudiantado vea la aplicación a nivel profesional de estas materias. De esta forma, se considera que el alumnado ya no ve solamente cálculos numéricos realizados de manera automática sin un contexto o propósito.

Finalmente, constatamos que el desarrollo y evolución de las matemáticas a través de la historia ha sido para buscar soluciones de problemas observados por el ser humano, el cual se da a la tarea de implementar herramientas adecuadas para solventarlo. Al dar una problemática al estudiantado para resolver con herramientas de probabilidad y estadística, se da un sentido y un por qué a su aprendizaje de la materia.

Algunas de las limitaciones observadas en este curso fueron las siguientes.

El curso se desarrolló de manera intensiva durante seis semanas, eso favoreció a la secuencia de trabajo semanal. En algún punto esto es una limitación por la carga académica que tiene el docente al evaluar semana a semana una parte importante del proyecto.

Una segunda limitación es la pertinencia de involucrar el uso de herramientas de cómputo, *in situ*, para monitorear que el trabajo se desarrolle en forma equitativa en cada equipo, y al observar la evolución de los equipos, hacer evaluaciones sustantivas de los procesos desarrollados y de las evidencias en su aprendizaje. El fin es permanecer observando y evaluando cualitativamente.

El factor humano es determinante para la respuesta en torno a la THA: la falta de motivación de uno de los equipos y el trabajo poco satisfactorio que desarrolló, puede considerarse como otra limitación del proyecto. No es posible predecir la respuesta actitudinal del estudiantado.

Esta situación obedece al circuito monitoreo-retroalimentación-evaluación de una THA. Por esta razón, la carga de trabajo deberá ser compartida por al menos dos docentes.

Independientemente del trabajo cotidiano durante el desarrollo del curso y aún considerando las limitaciones observadas, los cortes semanales favorecen el desarrollo y fortalecimiento de la competencia docente denominada Mirar profesionalmente al estudiantado situación que habrá que solventar en un curso semestral.

REFERENCIAS

- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática estadística en las enseñanzas medias y universitarias*. Mensajero.
- Blanco, A. (2008). Una revisión crítica de la investigación sobre las actitudes de los estudiantes universitarios hacia la Estadística. *Revista Complutense de Educación*, 19(2), 311–330. <https://bit.ly/3OZRX64>
- Cárcamo, A., Fortuny, J. M., & Fuentealba, C. (2021). Las trayectorias hipotéticas de aprendizaje: un ejemplo en un curso de álgebra lineal. *Enseñanza de las Ciencias*, 39(1), 45–63. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2857>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning Trajectories in Mathematics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81–89. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1
- Figueroa, S., Perez, M., Baccelli, S., Prieto, G., & Moler, E. (2012). Actitudes hacia la estadística en estudiantes de ingeniería. *Premisa*, 52, pp. 37–49. <https://bit.ly/44dO2XL>
- Gómez, P. & Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), 79–98. <https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6214>
- Gómez-Chacón, I.M., Ortuño, T., & de la Fuente, A. (2020). Aprendizaje-Servicio en Matemáticas: Uso de Trayectorias de Aprendizaje en la formación universitaria. *REDU Revista de docencia universitaria*, 18(1), 213–231. <https://doi.org/10.4995/redu.2020.12079>

- Inzunza Cazares, S., & Islas Anguiano, E. (2019). Análisis de una trayectoria de aprendizaje para desarrollar razonamiento sobre muestras, variabilidad y distribuciones muestrales. *Educación Matemática*, 31(3), 203–230. <https://bit.ly/45rIKKe>
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2020). Uso de una trayectoria hipotética de aprendizaje para proponer actividades de instrucción. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(3), 105–124. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2947>
- Julca Vera, N., Delgado Arenas, R., & Pérez Pérez, M. (2017). Actitud hacia la Estadística y estilos de aprendizaje hacia la estadística en los estudiantes de una Universidad Privada de la Ciudad de Lima. *Revista Científica Pokomuros*, 5(1). <https://doi.org/10.37787/pakamuros-unj.v5i1.52>
- Karaali, G., & Khadjavi, L. (2021). *Mathematics for Social Justice*. American Mathematical Society.
- Mamani, A. R. N., & Martínez Pérez, S. R. (2018). Actitudes hacia la estadística y factores asociados en estudiantes universitarios. *Investigación y Negocios*, 11(18), 64–71. <https://bit.ly/3OFyzK3>
- Martínez, F. J., Llinares, S., & Torregrosa, G. (2015). Propuestas de enseñanza centradas en una trayectoria de aprendizaje de un contenido matemático usando materiales didácticos. En M.T. Tortosa Ybáñez, J.D. Alvarez Teruel, & N. Pellín Buades (Coords.), *XIII Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Nuevas estrategias organizativas y metodológicas en la formación universitaria para responder a la necesidad de adaptación y cambio* (pp. 585–600). Universidad de Alicante. <https://bit.ly/47E453R>
- Pérez Laverde, L. E., Aparicio Pereda, A. S., Bazán Guzmán, J. L., & Jôao Abdounur, O. (2015). Actitudes hacia la estadística de estudiantes universitarios de Colombia. *Educación Matemática*, 27(3), 111–149. <https://bit.ly/45AP0yp>
- Ribeiro Campos, C., & Pavan Perin, A. (2020). About critical and behavioral competences in Statistics Education. *Zetetiké*, 28, 1–18. <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8656795>
- Rodríguez-Santero, J., & Gil-Flores, J. (2019). Actitudes hacia la estadística en estudiantes de Ciencias de la Educación. Propiedades psicométricas de la versión española del Survey of Attitudes Toward Statistics (SATS-36). *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 25(1) art.3. <https://doi.org/10.7203/relieve.25.1.12676>
- Ruiz de Miguel, C. (2015). Actitudes hacia la Estadística de los alumnos del grado en pedagogía, educación social, y maestro de educación primaria de la UCM. *Educación XX1*, 18(2), 351–374. <https://doi.org/10.5944/educxx1.12158>
- Sánchez, E., & Valdéz, J. (2017). Las ideas fundamentales de probabilidad en el razonamiento de estudiantes de bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 127–143. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i11.180>

- Sánchez-Matamoros, G., Moreno, M., Pérez-Tyteca, P., & Callejo, M. L. (2018). Trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida como instrumento conceptual usado por futuros maestros de Educación Infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(2), 203–228. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2124>
- Simon, M. (2014). Hypothetical Learning Trajectories in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 272–275). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_72
- Vilá Baños, R., & Rubio Hurtado, M.J. (2016). Actitudes hacia la Estadística en el alumnado del grado de Pedagogía de la Universidad de Barcelona. *REDU. Revista de Docencia Universitaria*, 14(1), 131–149. <https://doi.org/10.4995/redu.2016.5766>