

Ecuaciones Cuadráticas y algunas aplicaciones

Fabiola del Carmen Beltrán Aguirre ¹ 

Elba Lilia de la Cruz García ² 

Jorge Alberto Rodríguez Castro ³ 

Teresa Nohemí Cárdenas Arriaga ⁴ 

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos al aplicar el REA Ecuaciones Cuadráticas en tres grupos de alumnos inscritos en las materias de Precálculo, que se imparten en algunas de las carreras del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías. El objetivo del REA es que el alumnado aplique sus conocimientos sobre ecuaciones cuadráticas para resolver problemas planteados, utilizando representaciones algebraicas y gráficas mediante una verificación de sus logros. Esto se evidenció a través de una exposición de los estudiantes para mostrar la forma de resolver los problemas asignados por equipo. Como resultado se observó que la mayoría había comprendido el tema de ecuaciones cuadráticas, mostrando un pensamiento crítico y la habilidad para plantear la fórmula cuadrática y solucionar dichos problemas por diferentes métodos.

Palabras clave

Aprendizaje cooperativo, REA, ecuaciones cuadráticas

¹ fabiola.beltran@academicos.udg.mx
Universidad de Guadalajara

² elba.delacruz@academicos.udg.mx
Universidad de Guadalajara

³ jorge.rcastro@academicos.udg.mx
Universidad de Guadalajara

⁴ teresa.cardenas@academicos.udg.mx
Universidad de Guadalajara

Beltrán Aguirre, F. del C., de la Cruz García, E. L., Rodríguez Castro, J. A., & Cárdenas Arriaga, T. N. (2025). Ecuaciones Cuadráticas y algunas aplicaciones. En C. M. Orozco Rodríguez, M. G. Vera Soria, A., M. S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Recursos Educativos en Abierto basados en Metodologías Activas para la Enseñanza de las Ciencias* (pp. 43–55). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S2/2025/02-03>

Introducción

En este artículo, se explora el Recurso Educativo Abierto (REA) construido de acuerdo con el modelo ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación, Evaluación), una metodología reconocida por ser sistemática y efectiva en el desarrollo de material educativo. Después de analizar las necesidades de aprendizaje se desarrolló este REA, así como el diseño de las actividades que posteriormente se describirán. Se muestran algunas capturas de pantalla con la descripción de los diferentes apartados que integran el REA, también se incluyen evidencias de trabajos realizados por algunos alumnos y se da una descripción de cómo se implementó y evaluó el REA; se finaliza con las conclusiones obtenidas de los comentarios de los alumnos y de la evaluación por pares del material.

El REA está concebido para fomentar la autonomía del estudiante, permitiéndoles no solo interactuar con su contenido, sino también buscar información externa. Su diseño se fundamenta en el enfoque de Acceso Universal (DUA), que incluye elementos visuales atractivos, instrucciones escritas y audios para facilitar la comprensión y accesibilidad, especialmente para personas con dificultades visuales o diferentes estilos de aprendizaje.

En este capítulo se encuentra el análisis que se realizó y que motivó la generación del REA, además de cómo fue que esta se diseñó. Posteriormente se presenta el desarrollo del recurso y algunas capturas de pantalla, seguido de la implementación, evaluación por pares y, finalmente, se encuentran las conclusiones de la aplicación de este recurso.

Construcción del REA de acuerdo al modelo ADDIE

Análisis

Uno de los problemas a los que se enfrenta el profesorado que imparte el curso de Precálculo en los primeros semestres en el Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI) en las carreras de Ingeniería Mecánica Eléctrica (INME), Ingeniería Química (INQU), Licenciatura en Ciencias de los Materiales (LCMA), Ingeniería Civil (ICIV), Licenciatura en Física (LIFI), Ingeniería de los alimentos (LINA) (Cálculo I), Ingeniería en Computación (INCO) e Ingeniería en Informática (INNI), Ingeniería Biomédica (INBI), Ingeniería en comunicaciones y Electrónica (INCE) (Seminario de Solución de Problemas de Métodos Matemáticos I) entre otras, tiene que ver con el desinterés del alumnado para aprender a resolver ecuaciones cuadráticas, pues considera que no se aplicarán en un futuro o en situaciones reales. Otro problema es la dificultad para realizar representaciones simbólicas de uso común en matemáticas, es decir, el conjunto de signos o símbolos utilizados para comunicar sus ideas, las cuales son representaciones externas también conocidas como representaciones semióticas

(Tamayo, 2006). En el caso de los estudiantes del CUCEI, se les dificulta plantear las ecuaciones a partir de un problema dado; aunado a ello tienen problemas para factorizar ecuaciones de segundo grado, determinar la naturaleza de las raíces o encontrar los puntos donde la gráfica cruza el eje x .

Según Cerón-Estrada (2023), el origen de las problemáticas al resolver ecuaciones de segundo grado consta de un proceso complejo en el que convergen gran cantidad de factores que ponen en evidencia lo sorprendente y vasto que es el Álgebra, pues agiliza con mayor demanda la mente porque es la antesala para la matemática avanzada. El lenguaje simbólico desarrolla el pensamiento abstracto, aquel que se vale de las creaciones mentales que proyectan las soluciones a las que se pueden llegar.

Para atender a ello, se creó un REA sobre el tema de ecuaciones cuadráticas para ser utilizado en el curso de Precálculo, el cual se imparte en el primer semestre de la mayoría de las Ingenierías y Licenciaturas del CUCEI.

El REA fue implementado en grupos de las carreras de Física, Ingeniería Civil, Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica e Ingeniería Biomédica; grupos donde los autores de este documento imparten el curso de Precálculo. El tema de ecuaciones cuadráticas se encuentra en el capítulo 7, es decir, para el momento de implementar el REA, cada uno de los profesores ya tenía un tiempo considerable frente al grupo en el que se utilizó el recurso.

El REA está diseñado para que el estudiantado trabaje de manera autogestiva, no limitándose sólo a su contenido, pues puede buscar información fuera de él. También se pide que, luego de realizar la revisión del REA, se reúnan en equipos para poder resolver algunos ejercicios de aplicación, llevando a cabo el trabajo colaborativo.

En el REA, el alumnado tiene la posibilidad de revisar, en la sección de “Aprende”, específicamente en el apartado de “Aplicaciones”, tres videos que le dan ideas de cómo puede plantear, a partir de un problema dado, una ecuación (cuadrática) para luego resolverla con el método más adecuado. En el mismo recurso se encuentran explicados los métodos con los que es posible resolver una ecuación cuadrática, así como ejercicios y teoría al respecto. Consideramos que al mostrar que sí hay aplicación de las ecuaciones cuadráticas, además de tener toda la información en un solo lugar (REA) y en un medio muy accesible para el estudiantado, será posible que se interesen más por aprender este tema.

Es de suma importancia que el alumnado esté familiarizado con el desarrollo de procedimientos algebraicos, métodos de factorización y uso de algún software matemático (libre o con licencia) que ayude a realizar gráficas, o en su defecto, saber graficar de forma tabular (manualmente).

Los contenidos temáticos del REA son:

- Concepto de ecuación cuadrática
- Solución de las ecuaciones cuadráticas

- Tipos de soluciones (reales distintas, reales repetidas, complejas)
- Gráficas de las ecuaciones cuadráticas.

Diseño

El objetivo de este REA es que el alumnado aplique sus conocimientos de ecuaciones cuadráticas en problemas planteados, utilizando el método más conveniente (factorización, fórmula general, completar un trinomio cuadrado perfecto) y realizando los procedimientos algebraicos y gráficos con o sin el apoyo de la tecnología.

El diseño está basado en el modelo DUA (Diseño de Acceso Universal), contiene imágenes para llamar la atención de las personas que lo trabajen, además, las indicaciones están escritas y se presentan algunos audios con ellas para que las personas con poca visibilidad o diferente tipo de aprendizaje puedan escuchar.

Este material se realizó con el apoyo de eXelearning con el estilo DUA. El video con las indicaciones estará subtítuloado, y las instrucciones de las actividades estarán en formato editable para que cada estudiante la adapte a sus necesidades (color, tamaño, fuente) y para poder leerlos en voz alta (texto a voz).

Existen distintos modos de llevar a cabo las discusiones que despiertan el razonamiento. Según Torp y Sage (1998), los pasos a seguir son:

1. Presentar el problema
2. Identificar lo que sabemos, lo que nos hace falta saber y las ideas que tenemos al respecto
3. Definir el problema al detalle
4. Reunir y compartir información
5. Generar posibles soluciones
6. Determinar el mejor abanico de soluciones
7. Presentar la solución
8. Hacer un informe final sobre el problema

En este REA se plantean actividades que se alinean con el trabajo colaborativo, ya que los alumnos se reúnen en equipos para resolver los problemas asignados. Dichas actividades son:

- 1) Presentación y revisión de ejemplos de aplicaciones de Ecuaciones Cuadráticas con la finalidad de motivar al estudiante.
- 2) Revisión de material sobre teoría de ecuaciones cuadráticas y ejercicios para practicar.
- 3) Analizar el problema asignado en equipo, hacer lista de conocimientos y acciones necesarios para abordar el problema, analizar la información, resolver el problema, organizar la exposición, hacer un video donde se exponga el problema resuelto y, finalmente,

4) Hacer una reflexión de forma individual sobre la importancia de las ecuaciones cuadráticas.

En la siguiente tabla se muestran cada una de las actividades, recursos educativos, estrategias metodológicas y evaluación.

Tabla 1

Planeación del REA

Sección del REA	Objetivo educativo	Recurso o actividad
Presentación	Presentar el objetivo del REA	Se enuncia el objetivo debajo de una imagen con la finalidad dar a conocer el contenido al estudiantado
Motivate	Captar el interés del estudiantado en el tema de ecuaciones cuadráticas	• En esta sección se inicia con una pregunta detonadora ¿Se utilizan de verdad? • Video donde se observa la aplicación de ecuaciones cuadráticas en la vida real • Apoyo visual con video de aplicaciones de la función cuadrática
Aprende	Que el estudiantado identifique las representaciones algebraicas, así como los diferentes métodos para resolver las ecuaciones cuadráticas	• Información sobre los diferentes temas referentes a ecuaciones cuadráticas (definiciones, tipos de raíces, fórmula general, método de factorización, etc.), los cuales se presentan en diferentes formatos: videos y escritos • Video interactivo y sopa de letras para poner a prueba la teoría sobre la naturaleza de las raíces • Actividad de GeoGebra para visualizar las gráficas de las funciones cuadráticas • Actividad para practicar el método de factorización • Apartado para revisar aplicaciones de ecuaciones cuadráticas
Realiza	Que el alumnado logre poner en práctica lo aprendido con el material del REA y resuelva ecuaciones cuadráticas utilizando representaciones algebraicas y gráficas	En equipo, con el objetivo de resolver un problema de aplicación que implique ecuaciones cuadráticas, realizarán las actividades: • Diagrama de flujo de las acciones a tomar • <i>Check list</i> de los conocimientos que tienen o no para resolver un problema que implique ecuaciones cuadráticas • Descripción del proceso de resolución del problema • Video sobre la resolución de un problema de aplicación que implique ecuaciones cuadráticas

Desarrollo

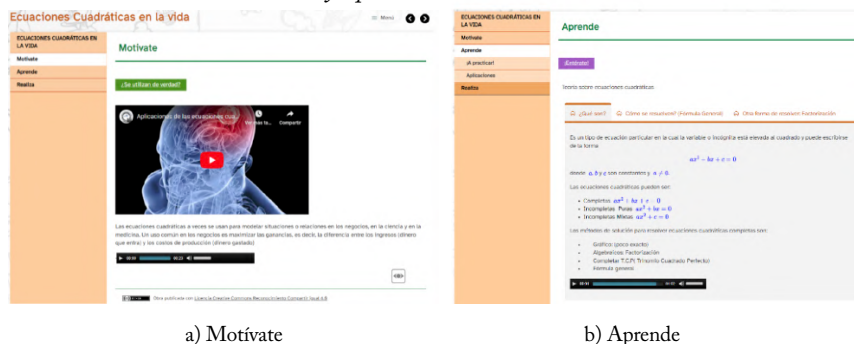
El REA está dividido en 4 secciones: Ecuaciones cuadráticas en la vida, Motivate, Aprende y Realiza.

En la primera sección, la presentación del REA Ecuaciones cuadráticas en la vida, se muestra el objetivo debajo de una imagen, que la finalidad de llamar la atención del estudiantado.

En la sección de *Motivate* (Figura 1 a), cuyo objetivo es enganchar al alumnado para que, como dice el nombre de esta sección, se motive a explorar el REA, se comienza con la pregunta detonadora ¿Se utilizan de verdad?, después se muestra un video dónde se observa la aplicación de ecuaciones cuadráticas en la vida real. Además, como apoyo visual adicional, se muestra un video de aplicaciones de la función cuadrática.

Figura 1

Portadas de las secciones Motivate y Aprende



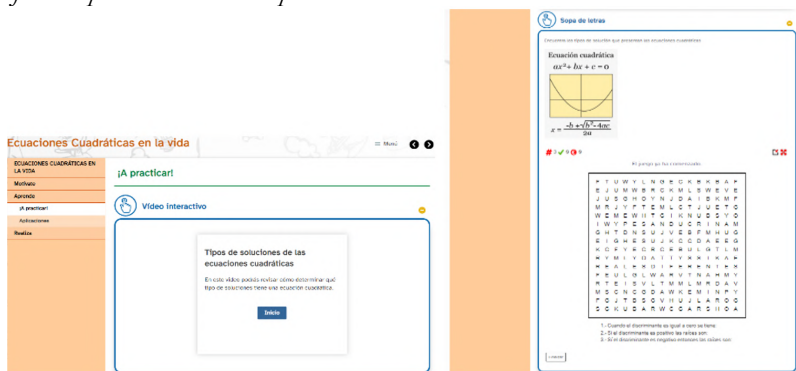
a) Motivate

b) Aprende

En la sección *Aprende* (Figura 1 b), al dar clic en el botón *Entérate*, se encuentra información dividida en tres pestañas, las cuales se describen a continuación:

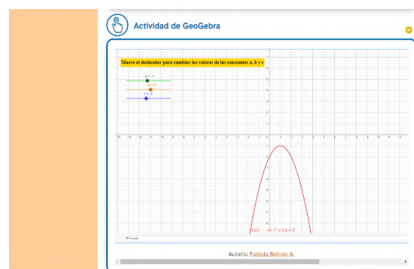
- *¿Qué es una ecuación cuadrática?* Se presenta la teoría de lo que es una ecuación cuadrática.
- *¿Cómo se resuelven? (Fórmula general)* Se muestran dos videos con la explicación del método fórmula general para resolver las ecuaciones cuadráticas.
- *Otra forma de resolver: Factorización.* Se presenta de manera escrita la teoría sobre el método de factorización y algunos ejemplos resueltos, además de un video donde se explica este método. Dentro de la misma sección *Aprende* (Figura 2) hay dos subsecciones: *¡A practicar!* y *Aplicaciones*.

En la subsección *¡A practicar!* hay un video interactivo (Figura 2 a) y una sopa de letras (Figura 2 b) para practicar los tipos de solución de una ecuación cuadrática. También se presenta una actividad de GeoGebra (software libre al que se puede acceder desde una aplicación o su sitio web) (Figura 2 c) que permite interactuar, ya que, al utilizar los deslizadores, es posible visualizar las gráficas de cada una de las diferentes funciones cuadráticas y el efecto que tiene deslizar cada uno de ellos. Por último, se muestra una actividad interactiva en GeoGebra para practicar el método de factorización (Figura 2 d).

Figura 2*Diferentes partes de la sección Aprende*

a) Video interactivo

b) Juego de Sopa de Letras



c) Actividad de GeoGebra



d) Liga de internet con problemas interactivos

En la segunda subsección Aplicaciones (Figura 3) se muestran 7 ligas que enlazan a distintas páginas en las que el estudiantado puede observar ejemplos con problemas de ecuaciones de segundo grado y de distintos tipos de ecuaciones cuadráticas; algunas de estas páginas permiten interactuar y practicar. La intención de este apartado es que el alumnado vea que sí existen problemas en los que las ecuaciones cuadráticas pueden ser aplicadas.

Figura 3*Portada de sección Aplicaciones*

En la última sección, llamada Realiza (Figura 4 a), se encuentra una actividad destinada realizarse en equipo. En este apartado se dan las indicaciones para resolver un problema de aplicación de ecuaciones cuadráticas, en el cual los estudiantes deberán recuperar sus conocimientos previos, conocimientos nuevos, plantear método de solución y formas de solucionar el problema, finalmente, deberán presentar la solución en un video que será evaluado con una rúbrica (Figura 4 b) diseñada para este fin.

En esta última actividad se privilegia la metodología activa de trabajo cooperativo apoyándonos en la solución de problemas dados, ya que el estudiantado debe agruparse en equipos y, como se observa en las indicaciones, definir los roles que tiene cada integrante del equipo, con lo que se pretende asegurar que se logren los objetivos de resolver y presentar la solución del problema planteado.

Figura 4
Diferentes partes de la sección Realiza y Rúbrica del REA



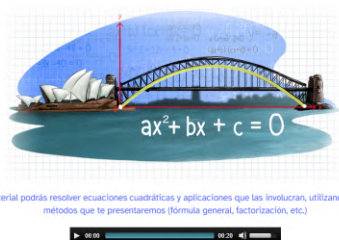
Se buscó también mostrar diferentes formas de implicación para que el estudiantado se involucre en los problemas y logre comprender el tema para demostrar que lo aprendió y exprese las soluciones del problema en un video.

En la Figura 5 se presentan el REA, así como la portada, en la que se observa la gráfica y ecuación general de una ecuación cuadrática sobre el puente del puerto de Sídney.

Figura 5

Portada del REA Ecuaciones Cuadráticas en la Vida

ECUACIONES CUADRÁTICAS EN LA VIDA



Nota. https://depmate.cucei.udg.mx/REA_Ecuaciones_cuadraticas/

Implementación

Entre las habilidades indispensables que un egresado de una licenciatura o ingeniería debe tener es la de aprender a comunicar sus ideas. Dadas las condiciones de este REA, el trabajo en equipo las mejora o las desarrolla, en caso de no tenerlas.

Según Torp y Sage (1998), existen distintas maneras de llevar a cabo las discusiones que despiertan el razonamiento, como son:

1. Presentar el problema.
2. Identificar lo que sabemos, lo que nos hace falta saber y las ideas que tenemos al respecto.
3. Definir el problema al detalle.
4. Reunir y compartir información.
5. Generar posibles soluciones.
6. Determinar el mejor abanico de soluciones.
7. Presentar la solución.
8. Hacer un informe final sobre el problema.

Lo anterior fue la secuencia sugerida para la implementación de este REA. Para llevar a cabo la implementación se formaron equipos de 3 a 5 integrantes, según el criterio del profesor. A continuación, se les proporcionó la liga del recurso, en la cual encontraron un menú desplegable con textos, videos, ejemplos, ejercicios, sopas de letras, gráficas, aplicaciones, etcétera; una gran y diversa cantidad de material útil para aprender el tema.

Después de recibir los trabajos, el profesor de cada grupo dio una retroalimentación general acerca del tema de ecuaciones cuadráticas. Para los tres profesores que participaron fue muy gratificante observar que la mayoría del alumnado comprendía fácilmente lo que se estaba trabajando, pues los conocimientos previos que se generaron con el uso del REA fueron significativos.

El tiempo destinado para el desarrollo de este trabajo fue de dos sesiones, equivalentes a 4 horas de clase, comprendidas entre las fechas del 9 al 16 de octubre del 2023. A continuación se muestran algunas capturas de pantalla del trabajo realizado por los estudiantes.

Evaluación

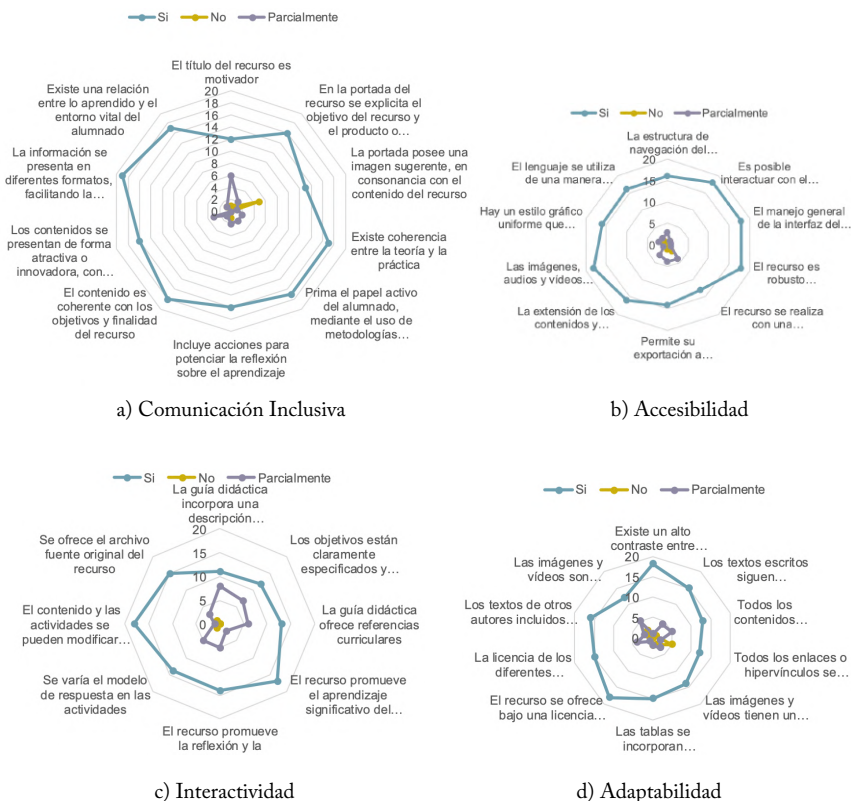
Una vez que el REA estuvo terminado, y antes de darse a conocer al estudiantado, se presentó a otros profesores, los cuales atendieron el recurso e hicieron una evaluación en la que se indagaba sobre aspectos como comunicación inclusiva, interactividad, adaptabilidad y accesibilidad. Los resultados de esta evaluación, en general, fueron buenos, aunque hubo algunos comentarios negativos sobre el REA (que el interfaz gráfico no era muy accesible, no identificaban que tenían que hacer clic en algunos botones o links, entre otros), los cuales se tomaron en cuenta y para hacer modificaciones antes de presentar este objeto de aprendizaje a los alumnos. En la Figura 7 se observa la evaluación por pares que realizaron algunos profesores.

En una sesión posterior a la entrega de los videos y documentos solicitados en el REA, cada alumno contestó un formulario de 16 preguntas sobre su percepción en el uso del recurso, donde la mayoría contestó que es muy sencillo trabajar en él, que los videos les facilitan entender el tema, que les ayudó ver ejercicios resueltos y que el único inconveniente que observaron fue que era mucho material para el poco tiempo que el programa marca para su estudio. Entre las sugerencias que se mencionaron se tiene que el REA pueda mejorar algunos aspectos como el diseño, pues resultó poco llamativo; también se hizo mención a que es necesario tener el contacto de una persona que pueda resolver las dudas y dar retroalimentación al momento de trabajar en el REA. Después de leer las respuestas en los formularios acerca de la evaluación del REA, los autores procedieron a hacer algunas modificaciones en el recurso. Uno de los cambios fue incluir los contactos de los autores para poder recibir las dudas, sugerencias e inquietudes de los usuarios. En cuanto a la experiencia de los autores con la puesta en práctica del REA con sus estudiantes, los resultados obtenidos fueron muy gratificantes, ya que los profesores observaron al grupo motivado para trabajar porque ellos consideraban que habían entendido el tema y, en la mayoría de los casos, así fue, debido a que el profesor dio un repaso rápido de cuadráticas (posterior a que los alumnos trabajaron en el REA).

Resultó muy notoria la facilidad con la que se pudo avanzar en este tema con los estudiantes, los cuales se mostraron muy participativos.

Figura 7

Algunas gráficas de evaluación del recurso por pares



Conclusiones

La integración de la tecnología e internet han transformado la manera de aprender, así como los métodos de enseñanza. Dentro de este contexto, la implementación del REA ha demostrado ser una estrategia eficaz para motivar el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, reduciendo el desinterés comúnmente observado por parte del alumnado. A medida que el alumno manipulaba el REA según sus necesidades, no solo relacionaban las ecuaciones cuadráticas con su gráfica, sino que también encontraba las intersecciones, analizaba sus partes, encontraba las raíces, y ampliaba su perspectiva sobre los métodos de resolución y dónde utilizarlos, incrementando así su habilidad para encontrar situaciones del mundo real en las cuales se puedan aplicar estas ecuaciones.

Quedó evidenciada la perspectiva constructivista a lo largo de esta investigación, ya que los estudiantes asumieron un papel activo en su aprendizaje al involucrarse en discusiones críticas y defendiendo sus razonamientos. Se sugiere el uso gradual de los REA en las materias de matemáticas para licenciaturas e ingenierías, sin prescindir del apoyo del profesor a cargo, siendo éste un elemento esencial en el proceso de aprendizaje.

Para futuras investigaciones se recomienda realizar el estudio con mayor número de grupos, comparando cualitativamente el rendimiento de aquellos que utilicen métodos de enseñanza tradicionales (expositivo en pizarrón por parte del profesor) en contraste con los grupos que trabajen de manera colaborativa con apoyo del REA. Esta comparación permitirá una evaluación más precisa sobre el impacto del REA, así mismo, proporcionaría una visión objetiva de la eficiencia del recurso. Lo anterior contribuiría a optimizar estrategias pedagógicas en pro del proceso de aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los estudiantes en contextos universitarios.

Referencias

- Cerón-Estrada, V. T. (2023). Estrategias didácticas que hacen frente a las problemáticas presentadas en la resolución de ecuaciones cuadráticas. *Revista Mexicana de Investigación e Intervención Educativa*, 2(3), 5–12.
- Tamayo, O.E (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, XVIII (45). 37–49.
- Torp, L. & Sage, S. (1998). *Problemas como posibilidades: aprendizaje basado en problemas para la educación K-12*. Ascd.

