

Explorando áreas de polígonos: conexiones matemáticas en estudiantes de Nivel Medio Superior

Alberto León-del Carmen ¹ 

Javier García-García ² 

Gerardo Salgado-Beltrán ³ 

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo caracterizar las conexiones matemáticas que evidencian estudiantes de nivel medio superior al resolver tareas sobre el área de polígonos regulares. En ese contexto, una conexión matemática se entiende como el proceso mediante el cual un estudiante establece una relación verdadera entre dos o más ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones o significados ya sea entre sí, con otras disciplinas o con la vida real. Esta investigación, de carácter cualitativa y enmarcada en un estudio de casos con alcance descriptivo, recurrió a entrevistas basadas en tareas para la recolección de datos. Los casos de estudio fueron cinco estudiantes de nivel medio superior del sur de México, cuyas producciones se analizaron mediante el análisis temático. Los resultados permitieron caracterizar conexiones matemáticas de tipo procedimental, de representaciones diferentes, parte-todo, característica, implicación e inter-conceptual. Sin embargo, su frecuencia varió entre tareas y entre casos de estudio.

Palabras clave

Conexiones matemáticas, áreas, entrevistas basadas en tareas, análisis temático, bachillerato

¹ 15289354@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México

² jagarcia@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México

³ 14251@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México

Antecedentes

La literatura especializada reporta que establecer conexiones matemáticas es una forma en la que las personas intentan organizar ideas matemáticas en sistemas coherentes (Vargas-Herrera et al., 2024). La relevancia de las conexiones matemáticas reside, entre otros aspectos, en su capacidad para facilitar la integración de conocimientos y la interdisciplinariedad. Además, contribuye a la resolución de problemas, tanto prácticos como aquellos que no son de naturaleza matemática, y resultan importantes para alcanzar la comprensión matemática (Cawley & Foley, 2002; Eli et al., 2013; Gainsburg, 2008; Glass, 2002; García-García, 2019; 2024). También desarrollar la habilidad de establecer conexiones matemáticas puede incrementar las habilidades de razonamiento y comunicación matemática (Bingölbali & Coşkun, 2016; Baki et al., 2009).

Por otra parte, diversas investigaciones en Educación Matemática han evidenciado dificultades persistentes en los estudiantes de distintos niveles educativos respecto a la comprensión del área y el perímetro de figuras geométricas (Caviedes et al., 2019, 2022; D'Amore & Fandiño, 2007; Kospentaris et al., 2011). Entre estas se encuentran el uso mecánico de fórmulas, la limitada vinculación conceptual del área con sus representaciones geométricas y errores al estimar áreas sin datos numéricos explícitos. Estos resultados se alinean con lo que reporta la literatura desde el enfoque de conexiones, pues esta indica que la conexión procedimental es la que con mayor frecuencia emerge cuando los estudiantes resuelven problemas sobre diversos conceptos matemáticos (Bingölbali & Coşkun, 2016; Baki et al., 2009; Cawley & Foley, 2002; Eli et al., 2013; Gainsburg, 2008; Glass, 2002; García-García, 2019), lo que implica el uso de fórmulas y algoritmos. Sin embargo, esto no es suficiente para potenciar la comprensión matemática de los estudiantes.

La revisión de la literatura muestra que el estudio de las conexiones matemáticas en estudiantes de nivel medio superior ha recibido una atención limitada, a pesar de su reconocida importancia en el desarrollo de la comprensión matemática. Esta situación resalta la importancia de indagar cómo los estudiantes de este nivel las establecen al abordar tareas relacionadas con el cálculo del área de polígonos, un contenido que forma parte explícita del currículo de matemáticas en México (SEP, 2017, 2023). Analizar dichas conexiones no solo permite identificar los conocimientos que poseen los estudiantes, sino también las relaciones que construyen entre definiciones, procedimientos y propiedades geométricas.

En este sentido, resulta fundamental analizar cómo los estudiantes establecen conexiones matemáticas al resolver problemas geométricos, lo que posibilita identificar patrones en su razonamiento y proponer diseños

para el aula (Cruz-Acevedo & García-García, 2023; García-García et al., 2022) que fortalezcan la interrelación entre conceptos matemáticos y promuevan una comprensión más articulada de conocimiento. Esto ayudaría a mejorar el desempeño de los estudiantes (Dogan et al., 2022; Novo et al., 2019) y a su capacidad para concebir las matemáticas como un sistema coherente e interrelacionado (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Koestler et al., 2013; Bahar et al., 2023). Por lo tanto, este estudio busca responder a la siguiente pregunta: ¿Qué conexiones matemáticas evidencian estudiantes mexicanos de nivel medio superior al resolver tareas que involucran el área de polígonos regulares? De esta pregunta se deriva el objetivo de caracterizar esas conexiones matemáticas que los estudiantes de nivel medio superior evidencian al resolver tareas que involucran el área de polígonos regulares.

Marco conceptual

Considerando la pregunta de investigación que guía a este trabajo, en esta sección se definen los elementos teóricos que juegan un doble propósito. Primero, sirven para el diseño de las tareas que fueron utilizadas para coleccionar datos y, segundo, para analizar las producciones escritas y verbales de los estudiantes. En ese contexto, se define el constructo conexiones matemáticas y se explican las tipologías consideradas en esta investigación.

Conexiones matemáticas

Este constructo se entiende en el sentido de García-García y Dolores-Flores (2018), quienes definen a las conexiones matemáticas como los procesos a través de los cuales un estudiante establece una relación verdadera entre dos o más ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones y significados entre sí, con otras disciplinas o con la vida real. Esas relaciones verdaderas logran hacerse evidentes en las producciones escritas de un estudiante, así como en los argumentos verbales que ofrece.

La revisión de la literatura indica que no hay una única forma de estudiar conexiones matemáticas. Por ejemplo, Businskas (2008), Eli et al. (2013) y García-García y Dolores-Flores (2018; 2021a, 2021b) proponen algunas categorías para estudiarlas. Sin embargo, considerando el objetivo de la presente investigación, se adopta a priori la siguiente tipología de conexiones matemáticas, previstas para su identificación en la producción de los estudiantes de nivel medio superior.

Conexión matemática de tipo procedimental

Se presenta cuando el sujeto utiliza un procedimiento (reglas, algoritmos o fórmulas) para resolver alguna tarea que involucra un concepto matemático (Businskas, 2008; García-García & Dolores-Flores, 2021a). El procedi-

miento utilizado por el estudiante debe estar basado en argumentos válidos. Por ejemplo, cuando utiliza directamente una fórmula para encontrar el área de un polígono regular, evidencia este tipo de conexión matemática siempre que justifique su respuesta.

Conexión matemática de tipo representaciones diferentes

Puede ser de dos tipos: representaciones alternas o representaciones equivalentes (Businskas, 2008; García-García & Dolores-Flores, 2021a). Una representación alterna se presenta cuando un sujeto logra convertir, en el sentido de Duval (2017), un concepto matemático utilizando diferentes registros. Por ejemplo, cuando un estudiante es capaz de representar pictóricamente una figura geométrica teniendo las características descritas de la misma está empleando una representación alterna, pues convierte una representación geométrica a una pictórica. Por otro lado, una representación es equivalente cuando se realiza un tratamiento, también el sentido de Duval (2017), a un concepto matemático, es decir, éste se representa de formas distintas dentro de un mismo registro semiótico (Businskas, 2008). Por ejemplo, cuando el estudiante escribe la fórmula del área de un rectángulo como la suma de las áreas de los triángulos que lo componen, es decir, representa en el registro algebraico dos formas distintas de una misma expresión, lo que constituye una conexión de tipo representación equivalente.

Conexión matemática de tipo parte-todo

Esta tipología destaca la relación entre diferentes componentes o partes de conceptos matemáticos (Hatisaru et al., 2024). Se manifiesta cuando un sujeto establece relaciones lógicas entre conceptos matemáticos ya sea de generalización o de inclusión (Businskas, 2008; García-García & Dolores-Flores, 2021a). La primera relación ocurre cuando un concepto matemático es una generalización de otro, o bien, cuando un concepto matemático es un caso particular de otro y, la segunda relación, cuando un concepto matemático está incluido o cuando engloba a otro (Businskas, 2008). Por ejemplo, cuando un estudiante reconoce que un triángulo equilátero es un caso particular de un triángulo isósceles, evidencia este tipo de conexión matemática.

Otro ejemplo se observa cuando un estudiante descompone un hexágono regular en partes más simples (triángulos equiláteros) cuando se le pide encontrar su área. Así, estará relacionando el cálculo del área del hexágono (todo) con el área de sus componentes (partes). Con ello, el estudiante estará evidenciando una comprensión del todo como una estructura compuesta por elementos con propiedades geométricas bien definidas.

Conexión matemática de tipo implicación

Esta conexión matemática se manifiesta cuando un concepto depende de otro de una manera lógica (Businskas, 2008), es decir, cuando se establece

una relación de la forma $P \Rightarrow Q$. En Hatisaru et al. (2024) a esta tipología se denomina “Si-Entonces”, quienes explican que son conexiones derivadas de secuencias y relaciones lógicas, que permiten sacar conclusiones basadas en relaciones condicionales entre ideas matemáticas. Por ejemplo, se evidencia cuando un estudiante es capaz de establecer que, si dos polígonos son congruentes, entonces sus áreas son iguales. Este argumento revelaría una comprensión de la congruencia no solo como igualdad en forma y medida, sino también en sus consecuencias sobre propiedades métricas como el área. El razonamiento condicional en este contexto implica la comprensión de una relación lógica en la que el reconocimiento de la congruencia entre dos polígonos (P) conduce necesariamente, bajo el principio de conservación métrica, a la afirmación de igualdad de áreas (Q), siempre que la congruencia se cumpla plenamente.

Conexión matemática de tipo característica

Esta conexión se evidencia cuando se identifica propiedades o cualidades de los conceptos matemáticos que los hacen diferentes o similares de otros (Eli et al., 2013; García-García & Dolores-Flores, 2021a). En ese sentido, se centran en las características o propiedades esenciales de los conceptos matemáticos que permiten captar los aspectos fundamentales, características y atributos que definen estos conceptos (Hatisaru et al., 2024). De acuerdo con García-García (2024), esta conexión puede incluir la explicación verbal o escrita de ciertos elementos de una representación (ya sea algebraica, geométrica, gráfica, etc.), así como la identificación de características implícitas en definiciones, teoremas o procedimientos.

Un ejemplo de esta conexión se observa cuando un estudiante reconoce que el área de un polígono depende de características esenciales como la medida de sus lados o su apotema, y comprende que esta dependencia es una consecuencia directa de la estructura simétrica del polígono. Al identificar que el uso de la apotema no es arbitrario, sino que responde a una propiedad geométrica del polígono regular (la posibilidad de descomposición en triángulos isósceles congruentes), el estudiante articula las características definitorias del concepto de área en este contexto. Esta comprensión va más allá de la aplicación mecánica de una fórmula, ya que implica una apreciación de las propiedades que sustentan dicha fórmula, lo cual favorece una comprensión más estructurada y significativa del conocimiento geométrico.

Conexión matemática de tipo significado

Esta conexión se manifiesta cuando el estudiante otorga sentido a un concepto matemático, es decir, lo que significa para él. Incluye aquellas en las que ofrece una definición que el estudiante ha construido para estos conceptos e incluso, cuando describe su contexto de uso (García-García &

Dolores-Flores, 2021a). Esta tipología también abarca respuestas en las que un individuo proporciona una definición formal de conceptos o teoremas matemáticos, considerando todas las características o propiedades matemáticas que puedan tener. A diferencia de la tipología anterior, en esta el estudiante es capaz de señalar todos los atributos, cualidades o propiedades, mientras que en el otro tipo el sujeto solo menciona algunos de estos.

Un ejemplo de esta conexión se observa cuando un estudiante define el área de un polígono como la medida de la superficie limitada por sus lados, cuantificada en unidades cuadradas, y calculada mediante una fórmula que depende del número de lados, la longitud de estos y la apotema en el caso de polígonos regulares. Esta formulación no solo incorpora una definición formal, sino que también refleja una comprensión del concepto como herramienta para cuantificar extensión, vinculada con propiedades geométricas específicas. Al integrar dimensiones semánticas (lo que significa el área), estructurales (cómo se calcula) y contextuales (cuándo y por qué se usa), el estudiante demuestra una conexión de tipo significado, lo cual evidencia un nivel avanzado de comprensión conceptual.

Conexión matemática de tipo inter-conceptual

Esta conexión se manifiesta cuando un estudiante establece una relación entre dos o más diferentes conceptos matemáticos (García-García, 2024) para resolver una tarea. Esta relación se construye porque los conceptos interconectados son indispensables para resolver ciertas tareas matemáticas. Las conexiones entre conceptos matemáticos son relevantes porque los estudiantes deben tener estas habilidades matemáticas previamente para alcanzar un mayor aprendizaje (Bahar et al., 2023).

Un ejemplo de esta conexión se presenta cuando el estudiante, para calcular el área de un triángulo equilátero donde solo se conoce el valor de los lados, aplica el Teorema de Pitágoras para encontrar el valor de la altura y calcular así el área. Así, relaciona conceptos como área, altura y el teorema entre sí para resolver la tarea propuesta. El hecho de integrar estos conceptos en una secuencia lógica para dar solución al problema constituye evidencia de una conexión inter-conceptual, ya que el estudiante demuestra capacidad para coordinar e integrar distintos saberes en función de un objetivo matemático común.

Polígonos y su área

En el contexto de la geometría, se denomina polígono a una porción del plano delimitada por un conjunto finito de segmentos de rectas consecutivos, llamados lados del polígono. Estos segmentos se unen entre sí formando una figura cerrada, cuyos vértices corresponden a los puntos de intersección de los lados. Uno de los aspectos fundamentales en el estudio de los polígonos

es la medición de su superficie, conocida como área. Esta, según Wentworth y Smith (2003) se define como la medida de la superficie, expresada en unidades de superficie. Una unidad de superficie corresponde a la superficie de una figura tomada como referencia para medir otras superficies, comúnmente, se utiliza como unidad la superficie de un cuadrado cuyo lado tiene una longitud igual a la unidad de medida lineal.

En general, el cálculo o medición de áreas no se realiza mediante el conteo directo de cuadrados unitarios o sus partes que encajan en la figura cuya área se busca. En su lugar, se recurre a métodos indirectos, como la medición de ciertos elementos lineales de la figura (por ejemplo, base y altura) y la aplicación de procedimientos y fórmulas previamente establecidas. Asimismo, se pueden realizar razonamientos, propiedades geométricas e inferencias que conduzcan a deducir el área sin recurrir a procedimientos explícitos de medición.

Metodología

La presente es una investigación de naturaleza cualitativa que emplea el método de estudio de casos. Este método resulta pertinente en función al objetivo del estudio planteado. Esto porque permite investigar detalladamente una unidad social (un individuo, un grupo cultural, una institución, etc.), implicando la observación minuciosa y el análisis completo de un número limitado de sucesos o situaciones (Kothari, 2004). En particular, se emplea el estudio de caso intrínseco, puesto que busca un mejor entendimiento del caso en sí mismo y no persigue resolver un problema general (Stake, 2012).

En ese mismo sentido, la investigación posee un alcance descriptivo. Kothari (2004) considera que son aquellos estudios que se ocupan de describir las características de un individuo o de un grupo en particular. En línea con esta postura, Hernández (2014) indica que la meta del investigador en estas investigaciones consiste en describir fenómenos, situaciones, contextos y sucesos; es decir, detallar cómo son y se manifiestan.

Contexto y selección de los casos de estudio

El estudio se desarrolló en dos escuelas pertenecientes al nivel medio superior ubicadas al sur de México, ambas reconocidas como centros de calidad educativa, con procesos certificados y una gestión académica y administrativa respaldada por la normatividad institucional. Las dos instituciones cuentan con la infraestructura y planta académica suficiente para ofrecer una educación de calidad.

Para la selección de los casos de estudio se consideraron tres criterios, garantizando además que la identidad de los participantes quedaría en el anonimato: participación voluntaria, acceder a ser entrevistados y grabados,

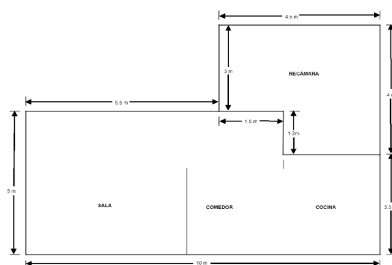
y haber cursado el recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático II que plantea el MCCEMS. Este último criterio aseguró que los estudiantes hubieran trabajado previamente el tema de área de polígonos. De esta manera, los casos de estudio elegidos fueron 5 estudiantes del segundo semestre. De ellos, cuatro son hombres y una es mujer, con edades de entre 16 y 17 años, así como con promedios de 9.0 a 9.9. De ahora en adelante se hará referencia a ellos como E1, E2, E3, E4 y E5.

Recolección de datos

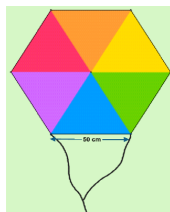
Para la recolección de datos se empleó la Entrevista Basada en Tareas (EBT). Esto porque este método permite centrar la atención directamente en los procesos (las conexiones matemáticas) de los casos de estudio al abordar tareas matemáticas, en lugar de sólo centrarse en los patrones de respuestas correctas e incorrectas de sus producciones. Para diseñar la EBT se consideraron los siguientes principios sugeridos en Goldin (2000): Plantear tareas que sean accesibles para los participantes, incluir tareas que incorporen ricas estructuras de representación, desarrollo de la entrevista descrita explícitamente y prever contingencias, elección previa del qué y cuánto grabar, diseño de la entrevista previendo posibilidades nuevas o imprevistas y, realización de una entrevista piloto.

Las tareas propuestas fueron algunas adaptadas de estudios previos (por ejemplo, Caviedes et al., 2019; Alfonso et al., 2016), mientras que otras fueron de autoría propia. Tras ser validadas por usuarios y expertos, las tareas seleccionadas para la recolección de datos fueron las siguientes:

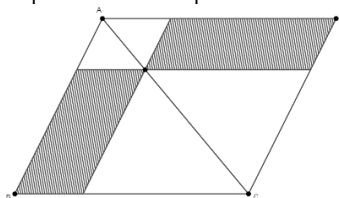
1. La figura muestra el plano de una casa. Todo el piso será cubierto de loseta, a excepción del piso de la recámara, el cual será cubierto con alfombra. Si el metro cuadrado de alfombra cuesta \$170, ¿Cuánto se gastará en alfombra para cubrir por completo el piso de la recámara?



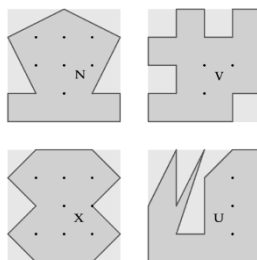
2. Kike participará en una competencia de papalotes y tiene en mente llevar el papalote que se ve en la imagen de al lado. En él, las varillas de madera que lo sostienen forman triángulos equiláteros. ¿Cuánto papel en total necesitará para hacer su papalote sin que le falte?



3. Por un punto de la diagonal del paralelogramo ABCD se trazan las paralelas a los lados de esta figura. ¿Qué relación hay entre las áreas de las superficies sombreadas? Justifica ampliamente tu respuesta.



4. Don Pánfilo tiene un terreno con forma cuadrada, cuyo lado mide 20 metros, y quiere sembrar cacahuete. Sin embargo, se dio cuenta que una zona no es cultivable porque es muy pedregosa. Si la zona cultivable corresponde a tres cuartos de la superficie total del terreno y construye una cerca en forma de polígono, decide cuáles de los siguientes dibujos podrían corresponder al terreno de don Pánfilo. Justifica tu respuesta.



Por otro lado, con el propósito de obtener la mayor cantidad de datos posibles de los casos de estudio, se formularon preguntas auxiliares mientras estos resolvían las tareas. Este proceso fue grabado en audio y video para su posterior análisis.

Análisis de datos

Los datos fueron analizados mediante el análisis temático, que permite identificar el significado de un conjunto de datos, además de examinar en profundidad un aspecto particular de un fenómeno (Braun & Clarke, 2012). Este método originalmente se divide en seis fases: Familiarizarse con los datos, Generación de códigos iniciales, Búsqueda de temas, Revisión de temas potenciales, Definir y nombrar temas, así como la Elaboración del

informe. Sin embargo, en esta investigación el análisis se realizó siguiendo una versión simplificada del procedimiento propuesto por García-García (2024) quien la adaptó a un estudio con un enfoque similar a este trabajo. Durante todo el proceso, se efectuó triangulación entre los investigadores para ganar confiabilidad y validez de los resultados (Betrián-Villas et al., 2016). Las fases consideradas en el análisis fueron las siguientes:

Fase 1. Familiarización con los datos. Se transcribieron todos los argumentos y justificaciones ofrecidas por los casos de estudio en las producciones orales y escritas cuando resolvieron las tareas propuestas. Posteriormente, se efectuó una lectura exhaustiva de los datos, repitiendo las revisiones tantas veces como fue necesario para lograr una comprensión detallada del lenguaje empleado por los casos de estudio.

Fase 2. Generación de códigos y temas iniciales. En esta fase, los temas se consideran como un tipo de conexión matemática. Para su desarrollo: (1) se llevó a cabo una revisión minuciosa de las producciones verbales y escritas de los casos de estudio, con el fin de identificar relaciones verdaderas (ver Figura 1) entre ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones y significados, tanto dentro del ámbito matemático como en conexión con otras disciplinas o contextos de la vida cotidiana (García-García & Dolores-Flores, 2018); (2) estas relaciones verdaderas se categorizaron inicialmente como códigos abiertos, (3) luego, estos códigos fueron refinados y agrupados cuando compartían patrones de respuesta, mientras que aquellos que de forma individual contenían información relevante se conservaron por separado para responder a la pregunta de investigación; (4) finalmente, los códigos se clasificaron como tipos específicos de conexiones matemáticas, de acuerdo con el marco conceptual adoptado. Este proceso permitió identificar las primeras conexiones matemáticas evidenciadas por los casos de estudio al resolver las tareas propuestas (ver ejemplo en la Tabla 1).

Figura 1

Identificación de los códigos iniciales a partir de los extractos de la entrevista

EN: Cuéntame qué hiciste.
E2: Estas tres áreas (las que están ubicadas bajo la diagonal) serían igual a estas tres áreas (las que están ubicadas arriba de la diagonal) por el criterio de congruencia LAL. Tomando en cuenta el lado BA con el lado CD, luego el ángulo BAC es igual al DCA, y el lado AC es el lado común, entonces es LAL. Entonces estas áreas son iguales (la del triángulo ABC y ACD). Pasa lo mismo con esta área más pequeña (la del paralelogramo blanco más grande), pongámosle más letras para representarlo. Lo mismo, LAL (señala los lados y ángulo iguales).
EN: ¿Por qué son iguales?
E2: Porque es un paralelogramo, las líneas EF y CG son paralelas, al igual que EG y FG. Esos lados son iguales.
EN: ¿Es suficiente con decir eso?
E2: Sí.
EN: ¿Por qué dices que es un paralelogramo (FEGC)?
E2: Porque por hipótesis nos dicen que es un paralelogramo (ABCD) y estas también (las paralelas trazadas a los lados). Entonces EG y FC son paralelas, y FE con CG, entonces este (FEGC) es un paralelogramo.
EN: De acuerdo, continúa con la explicación.
E2: Por el criterio LAL, con el lado EF igual al lado GC, el ángulo FEC igual al GCE, y EC lado común, bueno con esto está demostrado, con los criterios de congruencia, que esta área (la de EFC) es igual a esta área (la de EGC). Sería lo mismo con esta área pequeña y esta otra (los triángulos del paralelogramo blanco pequeño), usando el mismo procedimiento (señala el criterio LAL que usó anteriormente). Bajo estas mismas reglas, esta parte debe ser igual a esta (las áreas sombreadas), para que todo esto (el área del triángulo ABC) sea igual a todo esto (el área del triángulo ADC), porque está demostrado que el área de este triángulo ABC es igual a la de este (ADC).

Nota. Los enunciados resaltados con un mismo color indica que tienen alguna característica en común.

Tabla 1*Identificación de los códigos y temas iniciales*

Extracto	Código inicial	Temas
E2: ...dice que son triángulos equiláteros, todos sus lados son iguales...	Los triángulos equiláteros son los que tienen todos sus lados iguales.	Conexión de significado
EN: Esto es... ¿perímetro? E2: Sí es perímetro, sería la suma de todos los lados...	El perímetro es la suma de todos los lados de la figura.	Conexión de significado
E2: La apotema ... es la distancia de la mitad de un lado al centro [señala el vértice interior al hexágono de uno de los triángulos].	La apotema es la distancia entre el centro del hexágono y el centro de uno de sus lados.	Conexión de significado

Nota. Fuente: Elaboración propia.

Fase 3. Revisión y definición de temas. En esta fase, se llevó a cabo una revisión de los temas iniciales identificados previamente, los cuales fueron contrastados con los códigos iniciales y las producciones de los estudiantes. A medida que se consolidó la comprensión de los patrones de significado expresados en sus procedimientos y argumentaciones, fue posible reconocer de manera objetiva, gracias a la triangulación entre investigadores, las conexiones matemáticas que lograron establecer los casos de estudio. Las definiciones de los temas son las que se asumieron en el marco conceptual.

Fase 4. Elaboración del informe. En esta fase se comenzó la preparación del informe de investigación. Como parte de su elaboración, se tomó en cuenta el marco conceptual, centrando el análisis exclusivamente en la caracterización de las conexiones matemáticas establecidas por los casos de estudio. Para lograrlo, se decidió presentar ejemplos ilustrativos (evidencias escritas o verbales) que representaran cada conexión matemática identificada en los casos de estudio. Estos fueron seleccionados por su representatividad y por mostrar con mayor claridad las conexiones matemáticas caracterizadas, esto también explica la distribución por tareas consideradas en la sección de resultados. Dado que el objetivo del estudio se enfocó únicamente en las conexiones matemáticas evidenciadas por los participantes, se decidió por no reportar las dificultades y errores que surgieron en las producciones, ya que no formaban parte del objetivo de la investigación.

Resultados

Los hallazgos permitieron identificar una variedad de conexiones matemáticas evidenciadas en los casos de estudio (Tabla 2). Estas se alinean con las previstas en el marco conceptual.

Los resultados de la Tabla 2 se detallan a continuación, explicando cada tipología de conexión matemática.

Tabla 2
Conexiones matemáticas identificadas en las producciones escritas y verbales de los casos de estudio

Caso de estudio	Tarea	Conexiones matemáticas identificadas
E1	1	Representaciones diferentes, procedimental, parte-todo y característica
	2	Representaciones diferentes, característica, implicación, inter-conceptual y parte-todo
	3	Implicación e inter-conceptual,
	4	Procedimental
E2	1	Representaciones diferentes, procedimental y parte-todo
	2	Representaciones diferentes, procedimental, significado, parte-todo, implicación e inter-conceptual
	3	Representaciones diferentes, procedimental, implicación y significado
	4	Representaciones diferentes, procedimental y parte-todo
E3	1	Representaciones diferentes, procedimental y parte-todo
	2	Representaciones diferentes, procedimental, inter-conceptual, significado, parte-todo y característica
	3	Representaciones diferentes, procedimental, implicación y significado
	4	Representaciones diferentes, procedimental y parte-todo
E4	1	Significado
	2	Procedimental e inter-conceptual
	3	Significado
	4	Implicación
E5	1	Representaciones diferentes y parte-todo
	2	Representaciones diferentes, procedimental, característica e inter-conceptual
	3	Representaciones diferentes, procedimental, implicación, característica y parte-todo
	4	Representaciones diferentes y procedimental

Nota. Fuente: Elaboración propia.

Conexión matemática de tipo procedimental

Esta conexión matemática mostró variaciones entre los casos de estudio. E4 la evidenció solo en la tarea 2; E1 en las tareas 1 y 4; E2 y E3 la mostraron en las cuatro tareas; y E5 en las tareas 2, 3 y 4. Un ejemplo se identifica en la tarea 1, donde E1 calculó el área de la recámara restando el área sombreada al área total del rectángulo. Para ello, aplicó implícitamente la fórmula del área de un rectángulo, determinó ambas áreas y luego realizó la resta para obtener el resultado (Figura 2).

Figura 2

Procedimiento empleado por E1 para encontrar el área de la recámara

$$\begin{aligned}
 \text{Área de la recámara} &= \text{Área del rectángulo} - \text{área sombreada} \\
 &= 4.5\text{m} \times 1.2\text{m} - 1.5\text{m} \times 1.2\text{m} = 18.9\text{m}^2 - 1.8\text{m}^2 = \underline{17.1\text{m}^2} \\
 &= 12.6\text{m}^2 - 1.8\text{m}^2 = \underline{10.8\text{m}^2}
 \end{aligned}$$

el m² de alfombra cuesta \$170

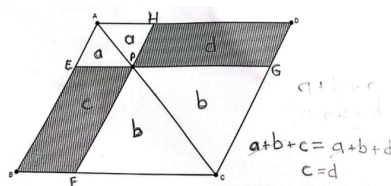
17.1 m² sería $(17.1 \times 170) \approx \underline{2907}$ \$2907

Conexión matemática de tipo representaciones diferentes

Esta conexión matemática se identificó en distintas tareas según el caso de estudio. E1 la evidenció en las tareas 1 y 2; E2, E3 y E5, en las cuatro tareas; y E4 no la utilizó. Por ejemplo, en la tarea 3, cuando E5, tras establecer la igualdad entre los triángulos ABC y ACD, afirmó que las áreas de los polígonos representados en la figura dada eran iguales. Al respecto, escribió “ $a + b + c = a + b + d$ ”, y, a partir de esta igualdad, aplicó propiedades algebraicas para resolver la tarea (Figura 3). En este caso, E5 transitó de un registro geométrico a uno algebraico y, operó con dos representaciones distintas dentro de este último registro para hacer referencia al área solicitada.

Figura 3

Representación geométrica y algebraica utilizada por E5 al resolver la tarea 3

**Conexión matemática de tipo parte-todo**

Esta conexión matemática emergió con mayor frecuencia en ciertas tareas y con distintos grados de profundidad según el caso de estudio. E2 y E3 la evidenciaron en las tareas 1, 2 y 4; E1 en las tareas 1 y 2; y E5 en las tareas 1 y 3. E4 no la evidenció en ninguna tarea. Un ejemplo se presenta en la tarea 2, cuando E3 argumentó que el área de cualquier triángulo (caso general) se calcula con la fórmula $A = \frac{bh}{2}$, y que, en un triángulo particular con base 1 y altura 3, el área es $\frac{3}{2}$. Esto se identifica en el siguiente extracto:

E3: [...] Luego usando la fórmula de base por altura sobre dos ($\frac{bh}{2}$) en este triángulo de base 1 y altura 3, es igual a $\frac{3}{2}$.

A partir del extracto, se observa que E3 vinculó un caso general (la fórmula para cualquier triángulo) con un caso particular (un triángulo específico de base 1 y altura 3). Esta relación entre lo general y lo particular caracteriza la conexión matemática de tipo parte-todo.

Conexión matemática de tipo implicación

Esta conexión matemática se evidenció en distintos momentos, dependiendo del caso de estudio. E1 y E2 la evidenciaron en las tareas 2 y 3; E3 y E5 en la tarea 3; y E4, solo en la tarea 4. Por ejemplo, en la tarea 4, E4 afirmó que un polígono es cuadrado, implica que sus 4 lados son iguales. Esto se identifica en el siguiente extracto:

E4: [...] *es de forma cuadrada* [refiriéndose al terreno descrito en la tarea 4], *entonces todos sus lados son iguales* [...]

Otro ejemplo aparece con E1 en la tarea 3, al señalar que, si un cuadrilátero es un paralelogramo, entonces los ángulos de los vértices opuestos son iguales. En ambos casos, se establece una relación condicional entre una propiedad general y una consecuencia lógica, lo que caracteriza esta tipología de conexión.

Conexión matemática de tipo característica

Esta conexión matemática no se manifestó de forma uniforme entre los casos de estudio ni en todas las tareas. E1 la evidenció en las tareas 1 y 2; E5 en las tareas 2 y 3; y E3, solo en la tarea 2. E2 y E4 no la evidenciaron. Un ejemplo se presenta con E5 en la tarea 2, cuando afirmó que cualquier hexágono está formado por 6 triángulos equiláteros iguales. Esto se identifica en el siguiente extracto:

E5: [...] *es un hexágono y que está formado por triángulos equiláteros, bueno eso es una característica de los hexágonos*

Otro caso es el de E3 en la tarea 2. Al respecto, E3 identificó una característica fundamental de los triángulos rectángulos al asociarlos con un ángulo de 90° , condición necesaria para aplicar el Teorema de Pitágoras. Esto se identifica en el siguiente extracto:

Entrevistador: *Este Teorema ¿se puede aplicar a cualquier triángulo?*

E3: *Eh no, no se puede aplicar para todos*

Entrevistador: *¿Qué características tienen esos triángulos donde sí puedes aplicarlo?*

E3: *Me parece que tienen un ángulo de 90°*

Entrevistador: *¿Cómo se llaman?*

E3: *No, la verdad no sé*

Conexión matemática de tipo significado

Esta conexión matemática se caracteriza por activar los conocimientos conceptuales que permiten atribuir sentido a un término o propiedad matemática, más allá de su uso mecánico. Su manifestación varió entre los casos de estudio, lo que refleja distintos niveles de apropiación conceptual. En particular, E2 y E3 evidenciaron esta conexión en las tareas 2 y 3, respectivamente, mientras que E4 lo hizo en la tarea 3. En contraste, E1 y E5 no mostraron indicios claros de establecer esta conexión matemática. Por ejemplo, en la tarea 2, E2 definió el perímetro de un polígono como la

suma de las magnitudes de todos los lados del polígono. Esta respuesta revela una comprensión del significado del concepto, más que un uso mecánico del mismo. El siguiente fragmento lo ilustra:

Entrevistador: *Esto es ¿perímetro?*

E2: *Sí es perímetro, sería la suma de todos los lados*

Otro ejemplo aparece con E4 en la tarea 3, al definir a los triángulos equiláteros como aquellos triángulos que tienen sus tres lados y sus tres ángulos iguales.

Conexión matemática de tipo inter-conceptual

Esta conexión matemática se define por la articulación de dos o más conceptos matemáticos distintos, con el fin de generar una comprensión integrada que contribuya a la resolución de una tarea. Se identificó en las producciones de E2, E3, E4 y E5 durante la resolución de la tarea 2, mientras que E1 la evidenció en las tareas 2 y 3. Un ejemplo se observa en la tarea 2 con E1, quien señaló que es posible aplicar el teorema de Pitágoras para encontrar el área de cualquier triángulo equilátero. Este razonamiento se basa en descomponer el triángulo equilátero en dos triángulos rectángulos, calcular la altura con el teorema y luego usarla para hallar el área. El siguiente fragmento lo ilustra:

Entrevistador: *¿Por qué ahí puedes usar el Teorema de Pitágoras?*

E1: *Porque aquí (dentro de un triángulo equilátero) se forma un triángulo rectángulo con la altura (del triángulo equilátero) que forma ángulo de 90° respecto de este lado del triángulo. Y el teorema de Pitágoras se puede utilizar en cualquier triángulo rectángulo*

Aquí, E1 estableció una relación verdadera entre el Teorema de Pitágoras y cálculo del área, ambos necesarios para resolver la tarea 2, que implicaba encontrar implícitamente encontrar el área de un hexágono. Otro ejemplo aparece en la tarea 3 cuando E1 utilizó el Teorema de Tales para demostrar la congruencia (caso particular de la semejanza) de triángulos que se forman entre los segmentos de rectas. Esto se identifica en el siguiente extracto:

Entrevistador: *A ver, ¿Qué fue lo que hiciste?*

E1: *Se trazó una paralela por este punto ¿no?, por teorema de Tales este triángulo es semejante al ABC [...]*

Entrevistador: *¿Qué dice el teorema de Tales?*

E1: *Dadas dos rectas cualesquiera, si trazas rectas paralelas [que intersequen a las rectas dadas] se forman triángulos semejantes*

Entrevistador: *Eso que dices ¿para qué lo utilizaste?*

E1: *Para demostrar que estos ángulos son iguales [fundamental para la resolución de la tarea 3]*

En este caso, E1 articuló el conocimiento sobre semejanza de triángulos con propiedades angulares, a partir del Teorema de Tales, para sustentar una argumentación válida y con ello resolver consistentemente la tarea 3.

Discusión y conclusiones

La pregunta que orientó esta investigación fue ¿Qué conexiones matemáticas evidencian estudiantes mexicanos de nivel medio superior al resolver tareas que involucran el área de polígonos regulares? Los resultados mostraron que los casos de estudio lograron establecer las conexiones matemáticas previstas en el marco conceptual siendo evidenciadas con mayor frecuencia las de tipo: procedimental, implicación e inter-conceptual, seguidas de las conexiones de tipo: parte-todo y representaciones diferentes (Tabla 3). Estas conexiones matemáticas han sido reportadas previamente cuando estudiantes resuelven tareas asociadas a diferentes conceptos matemáticos (por ejemplo, Campo-Meneses & García-García, 2020; García-García & Dolores-Flores, 2018, 2021) y en las producciones de profesores (por ejemplo, Businskas, 2008; Eli et al., 2013; Evitts, 2004; Rodríguez-Nieto et al., 2022).

Tabla 3
Conexiones matemáticas evidenciadas por los casos de estudio

Conexiones matemáticas evidenciadas	Caso de estudio				
	E1	E2	E3	E4	E5
Representaciones diferentes	•	•	•		•
Procedimental	•	•	•	•	•
Característica	•		•		•
Parte-todo	•	•	•		•
Implicación	•	•	•	•	•
Significado		•	•	•	
Inter-conceptual	•	•	•	•	•

Nota. Fuente: Elaboración propia.

En general, se observó que las conexiones de tipo procedimental fueron las más recurrentes en las tareas propuestas, lo que sugiere que los casos de estudio dependieron principalmente de la aplicación de algoritmos y fórmulas para resolver problemas matemáticos. Este hallazgo es consistente con los resultados de estudios previos (por ejemplo, García-García y Dolores-Flores, 2018, 2021a, 2021b; Campo-Meneses & García-García, 2020), que han señalado que predomina el uso de procedimientos mecanizados en la resolución de problemas. Sin embargo, también se identificaron conexiones como de representaciones diferentes, parte-todo, de característica y de significado. Esto indica que algunos estudiantes logran establecer relaciones entre conceptos matemáticos más allá del uso de procedimientos, lo que evidencia un pensamiento matemático más estructurado.

Esta investigación evidenció que las conexiones se establecieron en diferentes momentos variaron según la tarea. En particular, se observó que se establecieron más conexiones matemáticas en las tareas 2 y 3, que en las tareas 1 y 4. El predominio de conexiones matemáticas en las primeras tareas puede atribuirse a su diseño, ya que fomentaban la exploración y el uso de conocimientos más amplios. Este enfoque permitió a los casos de estudio establecer relaciones entre diversos conceptos matemáticos (como el Teorema de Pitágoras, el Teorema de Tales, paralelogramos, así como las representaciones geométricas y algebraicas de estos) y abordar la solución de la tarea más allá de la aplicación mecánica de procedimientos previamente establecidos. En contraste, las tareas 1 y 4 no representaron un desafío significativo para los casos de estudio una vez que identificaron el procedimiento necesario para su resolución.

En cuanto al análisis individual, destaca el caso de E3, quien evidenció los siete tipos de conexiones matemáticas, lo que sugiere que su estructura cognitiva es capaz de establecer vínculos diversos entre conceptos matemáticos. Por otro lado, E4 evidenció menos conexiones, particularmente de los tipos representaciones diferentes, característica y parte-todo. Este resultado sugiere que E4 podría enfrentar desafíos en la resolución de tareas que requieren relacionar dos o más conceptos entre sí, dependiendo en gran medida de procedimientos mecánicos sin establecer conexiones significativas entre conceptos. La ausencia de conexiones matemáticas como parte-todo y de representaciones diferentes sugiere que E4 no tiende a descomponer ni reconstruir las figuras geométricas para vincular propiedades, lo que puede ser un indicador de un bajo rendimiento en tareas de mayor complejidad.

Los resultados evidenciaron que los casos de estudio presentan dificultades al trabajar con tareas que involucran el área de polígonos. Algunos de ellos no mostraron habilidad para vincular diferentes representaciones matemáticas del concepto, considerando las representaciones gráficas, algebraicas o geométricas, restringiendo su trabajo a un único enfoque de resolución. Esto se refleja en la baja aparición de conexiones matemáticas de tipo representaciones diferentes, lo que podría reflejar limitaciones en la capacidad de interpretar y traducir información entre distintos registros. Esta situación resulta relevante, pues Weinberg (2001) expresó que, la profundidad de la comprensión conceptual que un estudiante tiene sobre un concepto matemático particular es directamente proporcional a su capacidad para traducir y transformar las representaciones del concepto a través y dentro de una amplia variedad de sistemas de representación.

E4 mostró dificultades para identificar propiedades o características centrales de un objeto matemático, como las propiedades de un triángulo equilátero, necesarias para resolver las tareas propuestas. En ese sentido, el desempeño de E4 resalta la importancia de diseñar tareas que promuevan el

análisis de propiedades, la identificación de características de objetos matemáticos y la aplicación de teoremas asociados. Del mismo modo, destaca la necesidad de incluir actividades que favorezcan el uso de múltiples representaciones y promuevan una comprensión amplia de los conceptos, pues Duval (2006) considera que los sistemas de representaciones son fundamentales para el aprendizaje conceptual, pues influyen directamente en lo que el estudiante logra aprender. Así mismo, el uso de diferentes representaciones es una parte importante para hacer conexiones (Businskas, 2008; Mhlolo, 2012; Mhlolo et al., 2012; NCTM, 2014) y estas resultan importantes para lograr la comprensión matemática (Cawley & Foley, 2002; Eli et al., 2013; Gainsburg, 2008; Glass, 2002; García-García, 2024).

El caso de E4 invita a reflexionar sobre las diferencias individuales en la formación matemática previa y las posibles barreras cognitivas que limitan el desempeño del estudiante. Los casos de E1, E2 y E5 presentaron tendencias semejantes entre sí, lo que sugiere que, si bien estos no parecen tener definiciones sólidas de algunos conceptos matemáticos involucrados, logran apoyarse en conocimientos previos para resolver de manera consistente la mayoría de las tareas propuestas. Esto coincide con lo declarado por García-García y Dolores-Flores (2018) quienes sostienen que ofrecer una respuesta correcta, no implica necesariamente establecer conexiones matemáticas.

Aunque el análisis mostró que los casos de estudio establecieron conexiones matemáticas en todas las tareas, se evidenció que algunos de ellos no lograron completarlas de manera íntegra. Lo anterior coincide con los resultados de Maphutha et al. (2023). Este hallazgo sugiere que los casos de estudio tienen dificultades para resolver de forma consistente una tarea cuando no logran establecer suficientes conexiones matemáticas. Una de las probables causas a la que se le puede atribuir esta dificultad es la falta de conocimientos previos de los casos de estudio para resolver problemas geométricos. Estos resultados son interesantes porque los casos de estudio son alumnos con un promedio alto lo que sugiere que en alumnos con un rendimiento regular y bajo las conexiones matemáticas utilizadas podrían resultar menos elaboradas.

La falta de descomposición de polígonos en figuras más simples para analizar relaciones fundamentales, como las áreas de figuras compuestas, evidencia desafíos adicionales. Esto sugiere que se debe guiar a los estudiantes para que establezcan vínculos entre lo general y los casos particulares (Mhlolo, 2012). Asimismo, se evidenciaron dificultades en la identificación de características clave de los polígonos, lo que llevó a errores en la interpretación y aplicación de fórmulas. Otro hallazgo relevante fue la tendencia a emplear procedimientos rutinarios sin cuestionar su validez o sustento matemático, lo que limita el desarrollo de un pensamiento matemático más reflexivo e interconectado.

Caviedes et al. (2019; 2022) reportaron que, una de las causas de la dificultad al trabajar con tareas que involucran el área de polígonos es la tendencia de los estudiantes a usar la fórmula del área de memoria y asociar el concepto del área con el uso de fórmulas para su cálculo. Estos hallazgos resaltan la importancia de diseñar estrategias de enseñanza que fomenten la generación de conexiones matemáticas más allá del simple uso de fórmulas. Actividades que impliquen la conversión entre diferentes representaciones y la aplicación de principios matemáticos en contextos diversos podrían mejorar la capacidad de los estudiantes para establecer relaciones entre conceptos matemáticos.

Los resultados de este estudio permitieron caracterizar las conexiones matemáticas que emergen en la resolución de tareas relacionadas con el área de polígonos. No obstante, aunque el estudio aporta evidencia de lo que hacen los estudiantes al resolver este tipo de tareas, presenta ciertas limitaciones, entre ellas, el tamaño reducido de la muestra y el enfoque en un contexto educativo específico (las dos escuelas de nivel medio superior), lo que restringe la posibilidad de hacer una generalización de los resultados.

Asimismo, los resultados sugieren que el enfoque actual en la enseñanza del área de polígonos en nivel medio superior podría enriquecerse mediante una mayor integración de estrategias que promuevan establecer conexiones matemáticas. En ese mismo sentido, los hallazgos de esta investigación sugieren que la formación docente debe fomentar una comprensión relacional del conocimiento matemático, donde los futuros profesores de matemáticas aprendan a identificar, promover y valorar distintas tipologías de conexiones matemáticas en el aula.

Esto último implica diseñar tareas que estimulen la articulación de conceptos, representaciones y significados, así como desarrollar habilidades diagnósticas para interpretar las producciones de los estudiantes más allá del acierto o error. Asimismo, se destaca la importancia de favorecer una enseñanza centrada en el significado de los conceptos trabajados y no solo en el procedimiento, mediante un enfoque reflexivo que reconozca el valor didáctico de las conexiones matemáticas en la comprensión profunda de los contenidos. Esto se podría lograr si se diseñan tareas que requieran relacionar conceptos geométricos y algebraicos empleando diferentes representaciones lo que fortalecería el razonamiento matemático y la comprensión del área de polígonos en los estudiantes de nivel medio superior. Asimismo, la capacitación del maestro en servicio para promover el establecimiento de conexiones matemáticas en el aula podría contribuir a la mejora del aprendizaje.

En conclusión, las conexiones matemáticas identificadas en los casos de estudio, así como las dificultades que experimentaron otros para su establecimiento, destacan la necesidad de replantear las estrategias didácticas vigentes en la enseñanza de la geometría y proponer nuevas que favorezcan

la construcción de conexiones matemáticas tal como se demanda actualmente en el currículum mexicano. Por ello, se recomienda en futuras investigaciones ampliar la muestra, incluir una mayor variedad de contextos educativos y proponer diseños para el aula basados en el desarrollo de conexiones matemáticas para evaluar su impacto en el aprendizaje de conceptos matemáticos tales como el área de polígonos. Esto podría ser fundamental para la mejora de la comprensión de los estudiantes.

Referencias

- Alfonso, F., Benítez, N., Peralta, B.E., Ramírez, K. Y., & Restrepo, A. M. (2016). Cálculo de área de polígonos por el método de descomposición y recomposición. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 2* (pp. 13–75). Ediciones Uniandes-Universidad de los Andes.
- Bahar, R., Munadi, S., & Rosnawati, R. (2023). The Brainstorming Method on Pesantren Students' Mathematical Connection and Metacognition Skills. *Pegem Journal of Education and Instruction*, 13(3), 228–238.
- Baki, A., Çathoğlu, H., Coştu, S., & Birgin, O. (2009). Conceptions of high school students about mathematics connections to the real-life. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 1402–1407. <https://doi.org/b9rb5g>
- Betrián-Villas, E., Galitó-Gispert, N., García-Merino, N., Monclús, G. J., & Macarulla-García, M. (2016). La Triangulación Múltiple como Estrategia Metodológica. REICE. Revista Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia Y Cambio En Educación, 11(4). <https://doi.org/10.15366/reice2013.11.4.001>
- Bingölbali, E., & Coşkun, M. (2016). A proposed conceptual framework for enhancing the use of making connections skill in mathematics teaching. *Education and Science*, 41(183), 233–249. <https://doi.org/10.15390/EB.2016.4764>
- Businskas, A. (2008). *Conversations About Connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections* [Tesis doctoral no publicada]. Simon Fraser University.
- Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. En H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, & K. J. Sher (Eds), *APA handbook of research methods in psychology, Vol. 2: Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and biological* (pp. 57–71). American Psychological Association.
- Campo-Meneses, K., & García-García, J. (2020). Exploring mathematical connections associated with the exponential and logarithmic function in Colombian university students. *Educación Matemática*, 32(3), 209–240.
- Caviedes, S., de Gamboa, G., & Badillo, E. (2019). Conexiones matemáticas que establecen maestros en formación al resolver tareas de medida y comparación de áreas. *Praxis*, 15(1), 69–87. <https://doi.org/10.21676/23897856.2984>

- Caviedes, S., de Gamboa, G., & Badillo, E. (2022). Conocimiento movilizado por estudiantes para maestro, al comparar áreas de figuras 2D. *Uniciencia*, 36(1), 1–20. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.41>
- Cawley, J., & Foley, T. (2002). Connecting math and science for all students. *Teaching Exceptional Children*, 34(4), 14–19. <https://doi.org/qbfp>
- Cruz-Acevedo, A. A., & García-García, J. (2023). Conexiones matemáticas promovidas en los libros de texto del telebachillerato sobre el concepto de pendiente. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 14, e1825. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v14i0.1825
- D'Amore, B., & Fandiño, M. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 39–68.
- Dogan, H., Shear, E., Contreras, A.F.G., & Hoffman, L. (2022). Linear independence from a perspective of connections. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(1), 190–205.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Springer.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103–131.
- Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J., & Lee, C. W. (2013). Mathematical connection and their relationship to mathematics knowledge for teaching geometry. *School Science and Mathematics*, 113(3), 120–134. <https://doi.org/qbfq>
- Evitts, T. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula* [Tesis doctoral no publicada]. Pennsylvania State University College of Education.
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199–219. <https://doi.org/d6fkm8>
- García-García, J. (2019). Escenarios de exploración de conexiones matemáticas. *Números*, 100, 129–133.
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227–252.
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021a). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. *Mathematics Education Research Journal*, 33, 1–22. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x>
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021b). Exploring pre-university students' mathematical connections when solving Calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(2), 912–936. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1729429>

- García-García, J., Hernández-Yañez, M. E., & Rivera López, M. I. (2022). Conexiones matemáticas promovidas en los planes y programas de estudio mexicanos de nivel secundaria y media superior sobre el concepto de ecuación cuadrática. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 13, 1–20. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v13i0.1485
- García-García, J. (2024). Mathematical Understanding Based on the Mathematical Connections Made by Mexican High School Students Regarding Linear Equations and Functions. *The Mathematics Enthusiast*, 21(3), 673–717.
- Goldin, G. A. (2000). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research. En: A. E. Kelly, & R. A. Lesh, (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 517–545). Lawrence Erlbaum Associates.
- Glass, B. (2002). Students connecting mathematical ideas: possibilities in a liberal arts mathematics class. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21, 75–85. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00104-9](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00104-9)
- Hataru, V., Stacey, K., & Star, J. (2024). Mathematical Connections in Preservice Secondary Mathematics Teachers' Solution Strategies to Algebra Problems. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática*, 25, 33–55.
- Hernández, R. (2014). *Metodología de la Investigación*. McGraw Hill.
- Kothari, C. R. (2004). *Research Methodology: Methods and Techniques*. New Age International.
- Koestler, C., Felton, M. D., Bieda, K. N., & Otten, S. (2013). *Connecting the NCTM Process Standards and the CCSSM Practices*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Kospentaris, G., Spyrou, P. & Lappas, D. (2011). Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 77(1), 105–127.
- Maphutha, K., Maoto, S., & Mutodi, P. (2023). Exploring grade 11 learners' mathematical connections when solving two-dimensional trigonometric problems in an activity-based learning environment. *Journal on Mathematics Education*, 14(2), 293–310. <https://doi.org/10.22342/jme.v14i2.pp293-310>
- Mhlolo, M. K. (2012). Mathematical connections of a higher cognitive level: A tool we may use to identify these in practice. *African Journal of Research in MST Education*, 16(2), 49–64
- Mhlolo, M. K., Venkat, H., & Schäfer, M. (2012). The nature and quality of the mathematical connections teachers make. *Pythagoras*, 33(1), 1–9.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.

- Novo, M., Berciano, A., & Alsina, A. (2019). Conexiones matemáticas de tipo conceptual en niños de 4 años. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 8(2), 166–192. <https://doi.org/10.17583/redimat.2019.3938>
- Rodríguez-Nieto, C., Rodríguez-Vásquez, F., Font, V., & Morales-Carballo, A. (2022). A new view about connections: the mathematical connections established by a teacher when teaching the derivative. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(6), 1231–1256. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1799254>
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Planes de estudio de referencia del componente básico del marco curricular común de la educación media superior*. SEP. <https://bit.ly/4hnA65w>
- Secretaría de Educación Pública (2023). *Programa de estudios del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático II*. SEP.
- Stake, R. E. (2012). Estudio de casos cualitativos. En N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Coords.), *Las estrategias de investigación cualitativa: Manual de investigación cualitativa* (Vol. 3, pp. 154–197). Gedisa.
- Vargas-Herrera, J. P., Vanegas, Y., & Giménez, J. (2024). Conexiones extra-matemáticas que establecen futuros maestros de Educación Primaria al diseñar tareas escolares geométricas. *AIEM – Avances de investigación en educación matemática*, 25, 57–80.
- Weinberg, S. L. (2001). *Is there a connection between fractions and division? Students' inconsistent responses*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association.
- Wentworth, J., & Smith, D. E. (2003). *Geometría plana y del espacio*. Editorial Porrúa.

