

El profesor de matemáticas y su conocimiento especializado: algunas de sus reflexiones

Leticia Sosa Guerrero¹

RESUMEN

En este documento mostramos elementos que den cuenta de la importancia de la especialización del conocimiento del profesor de matemáticas. Usamos como referente teórico el Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas. Presentamos algunas reflexiones de dos profesores de nivel secundaria y una profesora de nivel primaria que, después de conocer el modelo, lo usan para diseñar una planeación, la puesta en el aula de ésta y el posterior análisis y propuesta de mejora. En su reflexión de ese proceso, los dos profesores y la profesora expresan la importancia de profundizar en la búsqueda de los conocimientos requeridos por el profesor de matemáticas, tomar conciencia de en cuáles conocimientos prestar mayor atención y tomar eso como un reto para mejorar su propia práctica docente, además, reconocen en el MTSK una oportunidad de aprendizaje.

PALABRAS CLAVE

Especializado, conocimiento del profesor, matemáticas, reflexión, formación.

¹ lsosa@uaz.edu.mx

Universidad Autónoma de Zacatecas

<https://orcid.org/0000-0002-4905-6684>

INTRODUCCIÓN

Ball, et al. (2008) hacen notar diversos aspectos que dan cuenta de la importancia del conocimiento del profesor. A través del ejemplo de la resta hacen un recorrido para destacar, entre otros elementos, que para enseñar matemáticas no basta con saber hacer las actividades que el profesor le asigna a los estudiantes, sino que también es necesario tener conocimiento para enseñarlas. Por ejemplo, enseñar matemáticas va más allá de saber identificar si una respuesta dada por los estudiantes es incorrecta, pues el profesor ha de trascender, conocer la fuente del error y ayudar a los alumnos a corregir su problema. Además del conocimiento que necesita el profesor para afrontar las respuestas inesperadas que dan los estudiantes, ha de tener conocimiento para entender y explicarse qué pensamiento matemático del estudiante puede producir esa respuesta y validarla matemáticamente (e.g. describir el método que el estudiante está usando y cómo justificar eso matemáticamente). No ha de quedarse ahí, sino que ha de saber también qué representaciones son entonces más adecuadas para enseñar el contenido y hacerlo más comprensible para los estudiantes (Shulman, 1986).

Así pues, adquirir o tener esos conocimientos para enseñar matemáticas no es fácil. El profesor ha de ser un aprendiz y muchas de las veces ha de vivir él el proceso de estudiante para saber cómo enseñar matemáticas, tratar de ponerse en el lugar del alumno, comprender los errores, dificultades y obstáculos por los que pasa el estudiante para aprender un contenido matemático.

Más aún, existen problemas como los que exponen McCrory et al. (2012) en los cuales existen elementos sustanciales que se pueden aprovechar en el proceso del profesor, o futuro profesor, para aprender cómo enseñar matemáticas. Por ejemplo, en uno de ellos se pide evaluar $f(2) - g(0)$, los datos se dan a partir de una gráfica de las dos funciones (de ellas se puede deducir que $f(2) = -2$ y $g(0) = 2$), y lo interesante de esto es, además de saber el resultado de evaluar lo que se pide, entender y comprender qué errores o qué pensamiento matemático puede dar como resultado los números que aparecen en los otros incisos, pues al ser una cuestión de opción múltiple se les ofrecen cinco incisos (A. -4; B. -2; C. 0; D. 1; E. 4); sólo el inciso A representa la respuesta correcta, los otros cuatro incisos representan resultados que pueden venir de posibles errores que cometen los estudiantes. En nuestra opinión, hacer el ejercicio en grupo y que sean los propios profesores, o futuros profesores, quienes indaguen qué error o qué pensamiento matemático pudo producir el resultado —por ejemplo el -2, el 0, el 1 ó el 4— es un proceso muy rico para ellos, pues la discusión de pensamientos que se puede dar en el grupo es muy aprovechable para la riqueza de conocimientos del profesor de matemáticas.

Otro de los problemas que proponen McCrory et al. (2012) es:

Amy está construyendo una secuencia de figuras geométricas con palillos de dientes siguiendo un patrón específico (creando un triángulo hacia arriba y uno hacia abajo alternativamente). A continuación se presentan las imágenes de las tres primeras figuras que ella construye. La variable denota la posición de una figura en la secuencia.



Al encontrar una descripción matemática del patrón, Amy explica su razonamiento. (McCrory et al., 2012, p. 600)

Este es un problema interesante en el que se puede poner de relieve las formas de pensar sobre las matemáticas e interpretar el lenguaje matemático de los estudiantes, pues se trata de un problema de respuesta de opción múltiple, de elegir de entre fórmulas equivalentes (A. $f = 2t + 1$; B. $f = 2(t + 1) - 1$; C. $f = 3t - (t - 1)$; D. $f = 3t + 1 - t$; f representa el número total de palillos utilizados en una figura) aquella que representa más el razonamiento de Amy:

Primero utilizo tres palillos para cada triángulo:



pero luego me doy cuenta de que estoy contando un palillo dos veces para cada uno de los triángulos excepto para el último, así que tengo que quitar esos palillos (McCrory et al., 2012, p. 600).

Ese problema tiene la característica de que las fórmulas de los cuatro incisos son equivalentes, pero sólo C es el correcto por representar las matemáticas en las palabras de la estudiante y conectar la fórmula algebraica con el diagrama y con su explicación. Se trata de ideas matemáticas que los profesores conocen y usan, de tal manera que los profesores de matemáticas que normalmente atienden el pensamiento matemático de los estudiantes reconocerían más fácilmente la relación directa entre las ideas de Amy, los dibujos de palillos de dientes y C como respuesta correcta.

Con este problema, al estar en un grupo de formación, se posibilita ir provocando la sensibilidad en los profesores, o futuros profesores, al ver que, en realidad, si intentan simplificar las expresiones todas dan $2t + 1$, entonces empiezan a entender la esencia del problema, donde han de tener cuidado y poner atención en cada palabra expresada por Amy. De hecho, una discusión interesante que se hace en grupo consiste en ir indagando a qué traducción correspondería lo representando en los demás incisos. Es en ese proceso en el que se da mucha riqueza de conocimientos, de sensibilidad de los profesores o futuros profesores de matemáticas, sobre todo en cuanto a comprender el lenguaje del pensamiento matemático que expresan los estudiantes.

Con lo anterior queremos destacar algunos componentes del conocimiento del profesor y de la importancia de esos conocimientos para que se especialice como profesor de matemáticas.

La especialización del conocimiento del profesor de matemáticas es muy importante, incluso en estrategias didácticas tan novedosas como el uso de memes matemáticos (Guadarrama et al, 2018; Sosa, en prensa) que pueden ser utilizados para incentivar, de acuerdo con Bini et al. (2022), la creatividad, el ingenio, los heurísticos (Polya, 1945), etc. Estos aspectos, además de ser fundamentales, son bien vistos en el proyecto *Future of Education and Skills 2030* de la *Organisation for Economic Cooperation and Development* [OECD] (2018a), y en el marco de matemáticas de OECD (2022b) PISA 2022 pues incorporan la creatividad entre las capacidades básicas del siglo XXI para ser potenciadas en todos los estudiantes. Así pues, el profesor de matemáticas podría aprovecharlos en pro de hacer matemáticas en el aula, pero sin un conocimiento especializado, amplio y profundo, difícilmente funcionarán a favor de la enseñanza y el aprendizaje.

Usar el meme matemático como estrategia didáctica implica desarrollar varios aspectos, por ejemplo, hay que poner de relieve el poder epistémico que nutre las discusiones matemáticas y amplía la gama de signos que sólo se ven en la escuela, fomentar el conocimiento conceptual en profundidad, pues han de ser memes elaborados siguiendo rigurosamente las normas del campo de las matemáticas y la cultura digital regulados por lo social, y el significado matemático estructural donde el significado es matemáticamente correcto. Por tanto, podemos decir que validar, incluso diseñar, desarrollar e implementar un meme matemático en el aula exige de conocimientos que lo hagan especialista como profesor de matemáticas.

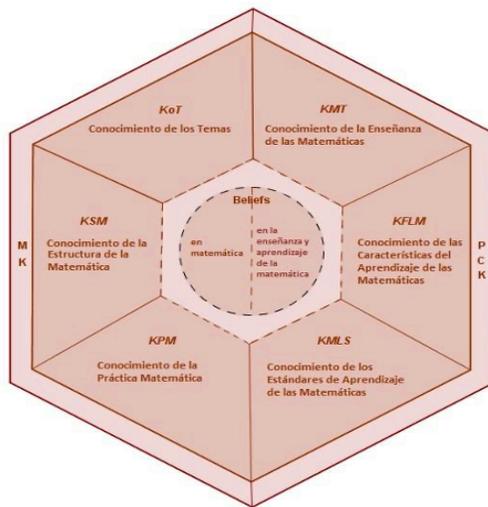
A continuación mostramos un modelo que aborda componentes del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK).

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas - *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) (Carrillo, et al., 2013) consta de tres dominios: Conocimiento Matemático (MK), Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) y Creencias (Beliefs). Nos centraremos en los dos primeros. En el Conocimiento Matemático hay tres subdominios: Conocimiento de los Temas, Conocimiento de la Estructura Matemática y Conocimiento de la Práctica Matemática. Mientras que en el Conocimiento Didáctico del Contenido, los tres subdominios son: Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas, Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas.

Figura 1

Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)



Nota. Las siglas MK, KoT, KSM, KPM, PCK, KMT, KFLM, KMLS corresponden a las siglas de los subdominios en inglés. Tomado de: Carrillo et al. (2013)

La Tabla 1 muestra el contenido del modelo MTSK de manera sucinta.

Tabla 1

Síntesis del contenido del modelo MTSK

Conocimiento Matemático (MK)	Conocimiento de los Temas	Conocimiento de conceptos, definiciones, propiedades y sus fundamentos, procedimientos, fenomenología y registros de representación que caractericen aspectos del tema matemático abordado.
	Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas	Conocimiento de conexiones interconceptuales.
	Conocimiento de la Práctica Matemática	Conocimiento sobre cómo crear, producir o hacer matemáticas.
Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)	Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas	Conocimiento de teorías de enseñanza de las matemáticas, estrategias y recursos materiales y virtuales, así como el conocimiento de ejemplos y ayudas matemáticas adecuados para el contenido matemático.
	Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas	Conocimiento de teorías de aprendizaje de las matemáticas, fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje y formas de interacción de los alumnos con el contenido matemático.
	Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas	Conocimiento de qué puede/debe esperarse que aprendan los alumnos en un nivel escolar determinado.

Apoyamos la idea de conocimiento especializado en consonancia con Scheiner et al. (2019), es decir, en términos del conocimiento que se cultiva, el conocimiento que más que un tipo de conocimiento es un estilo de conocimiento, en el sentido de repensar lo que significa el conocimiento del profesor de matemáticas donde tal estilo de conocimiento no es un estado de ser sino un proceso que ofrezca una nueva visión de lo que hace que el conocimiento de los profesores de matemáticas se especialice.

Más aún, de acuerdo con Ramos-Rodríguez et al. (2022)

El profesor de matemática, para desarrollar su práctica, necesita un conocimiento especializado para enseñar, tanto disciplinar como didáctico. En todo su quehacer profesional el profesor moviliza significados, propiedades y definiciones de los temas matemáticos, además, bosqueja las formas de construcción de la materia, las relaciones entre contenidos, el conocimiento sobre la enseñanza de matemática y las características del aprendizaje de contenidos matemáticos, entre otros. (p.339)

Así pues,

El modelo MTSK es una valiosa herramienta para profundizar en el conocimiento del profesor a partir de la observación de aula, además un recurso para el diseño de propuestas formativas para profesores en formación y en ejercicio. La especialización del modelo MTSK permite diferenciar los elementos del conocimiento general, para centrarnos exclusivamente en el conocimiento matemático y didáctico del contenido. A partir de la identificación y de la organización de componentes de conocimiento manifestado por profesores se permite profundizar en el conocimiento especializado en su conjunto y desde la óptica formativa permite diseñar acciones formativas orientadas en el conocimiento necesario integrar, activar o desarrollar. (Ramos-Rodríguez et al. 2022, p.341)

Cabe destacar que para una enseñanza efectiva también es necesario que el profesor reflexione sobre su práctica. La reflexión, inclusive, es uno de los aspectos relevantes para aproximar la teoría y la práctica en la investigación sobre la formación y el aprendizaje de los profesores de matemáticas (Kieran et al., 2013). De hecho, la importancia de que los profesores reflexionen sobre su práctica es un tema recurrente (Sowder, 2007). En sus trabajos, Dewey (1910) ya hacía notar la importancia de la reflexión del profesor. Shön (1983, 1987) aporta a la literatura la importancia de la reflexión del profesor en la práctica y para la práctica.

Darling-Hammond (1988) expresa:

Los docentes deben ser capaces de analizar y reflexionar sobre su práctica, evaluar los efectos de su enseñanza y refinar y mejorar su instrucción. Ellos deben evaluar continuamente lo que los estudiantes piensan y entienden y modificar sus planes para tener en cuenta lo que han descubierto. (Darling-Hammond, 1998, p.8)

Inclusive,

La reflexión docente se considera un elemento fundamental en el desarrollo profesional y un medio para la progresiva comprensión de la práctica. (Castellanos & Moreno, 2022, p. 96)

De tal manera que el formador de profesores de matemáticas ha de gestionar el proceso de reflexión, entender y replantear alternativas para asumir el problema de la práctica (Flores, 2007). Es decir, la reflexión es clave para lograr una enseñanza de calidad, por ello, en este trabajo presentamos algunas reflexiones de profesores que utilizan el modelo MTSK para diseñar una planeación de enseñanza de un contenido matemático concreto, su puesta en acción, el análisis y una propuesta de mejora.

MÉTODO

En cuanto al método, es un estudio de casos (Stake, 2007) que consiste de un grupo de 19 estudiantes (futuros profesores y profesores de nivel secundaria, bachillerato y superior) que participan en un curso de formación de profesores durante seis meses. En este documento reportamos elementos relevantes de tres casos; dos son de profesores de matemáticas en nivel secundaria (alumnos con edades de 12 a 15 años) y uno de una profesora que llevaba 3 años siendo profesora de primaria (específicamente de niños entre los 7 y 10 años), pero desde hace tres meses trabaja con carreras técnicas y tecnológicas (estudiantes de 18 a 20 años). Llamaremos a los dos profesores con el pseudónimo de Rob y Jo (con 4 y 3 años de experiencia respectivamente), y a la profesora con el de Da.

Primero se les presentaron, de manera interactiva, las actividades explicadas en el apartado de Introducción de este documento, a fin de sensibilizarlos como aprendices para enseñar matemáticas. Se buscó que trataran de ponerse en el lugar de los alumnos al ir realizando ellos mismos las actividades, y luego ponerse en el papel del profesor profesional tratando de comprender la importancia de cada uno de los conocimientos requeridos por el profesor para enseñar matemáticas, tratando de comprender la matemática que está detrás del contenido matemático que va a enseñar, de comprender el pensamiento matemático que pudieran estar empleando sus alumnos ante una respuesta incorrecta matemáticamente, pero también ante una respuesta inesperada, pero con argumentos matemáticos, reflexionar sobre qué tratamiento didáctico usaría ante esas situaciones, etc.

Posteriormente se les presenta el modelo MTSK, primero a través de una lectura base (Carrillo et al., 2013) y luego a manera de ejemplos la de “KMT: Ejemplos y ayudas” (Sosa et al., 2016), la de “KFLM: Características de aprendizaje en Álgebra” (Sosa et al., 2015) y el de “KPM en Geometría” (Zakaryan & Sosa, 2021). Una vez que se familiaricen con el modelo, se les pide que en equipo trabajen el diseño de la planeación de un tema matemático a enseñarse de manera natural (sin imponer el tema), a más o menos un mes de que comienzan la planeación, pues antes de hacerla deben tener el concentrado de conocimientos para ese tema matemático, usando los dominios, subdominios y categorías del MTSK, agregando el porqué, para

qué y un ejemplo. Es decir, en pareja, una vez que se deciden por un tópico matemático concreto del nivel educativo en el que se desempeñan como profesores, van tomando uno a uno los subdominios del MK y luego los del PCK, y llenando su tabla del concentrado de conocimientos. No sólo basta con definir al menos un indicador de conocimiento para cada categoría de los subdominios, sino también han de cuestionarse *por qué* y *para qué* sería importante dicho conocimiento en la enseñanza de ese tópico, y escribir un ejemplo *ad hoc* a ese indicador.

Tabla 2

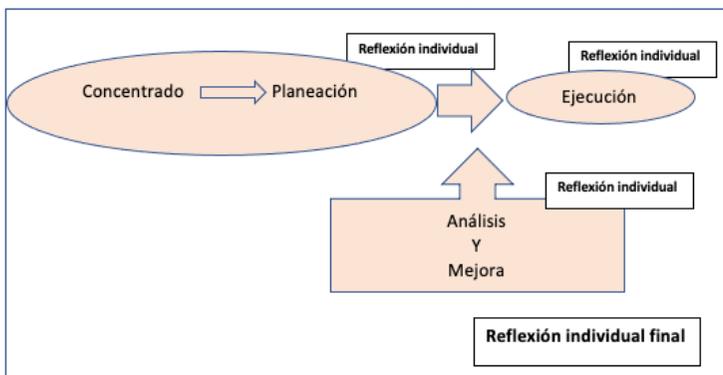
Encabezados de las columnas del concentrado de conocimientos para el tópico matemático concreto

Dominio	Subdominio	Categoría	Indicador	Por qué	Para qué	Ejemplo
---------	------------	-----------	-----------	---------	----------	---------

Luego, la misión es darle vida a todo ese concentrado de conocimientos en la planeación de enseñanza, a fin de que estén presentes cuando vayan a ponerla en acción en el aula. Así pues, la tarea es buscar actividades hechas, hacer adaptaciones, o incluso diseñarlas, con el propósito de hacer que dichos indicadores del concentrado se presenten cuando vayan a llevar a cabo la planeación de enseñanza. Después de la planeación realizada en pareja viene la ejecución o puesta en acción de ésta por parte de ambos. Posteriormente, han de realizar el análisis y la propuesta de mejora del concentrado y de la planeación, considerando, además de su propia experiencia, los comentarios aportados por sus compañeros y por la instructora del curso, a efectos de tenerla preparada por si la ocupan en el siguiente ciclo escolar, volver a experimentar y mejorar. Al final de cada etapa (planeación-ejecución-análisis y mejora) se les pide una reflexión individual, y después de todas ellas, una reflexión final (Figura 2).

Figura 2

El proceso: Concentrado de conocimientos-Planeación-Ejecución-Análisis-Mejora



Nota. Fuente: Elaboración propia.

RESULTADOS

La reflexión individual final es orientada por varias preguntas, aquí mostramos seis de ellas (Tabla 3). Presentamos algunos aspectos relevantes de las reflexiones individuales finales de los profesores Rob y Jo en torno a esas preguntas. En cuanto a la profesora Da, sólo presentamos un aspecto al final, que incluimos porque consideramos importante lo que expresa. Cabe mencionar que para referenciar las reflexiones usamos la nomenclatura (Pseudónimo, RFPi) para nuestro control interno, por tanto (Rob, RFP1) corresponde a Rob, Reflexión Final Pregunta 1.

Tabla 3

Preguntas que orientan la reflexión individual final

1. ¿A mí qué me quedó de ese proceso?
2. ¿Qué me puede servir?
3. ¿Cómo me puede servir?
4. ¿Para qué me puede servir?
5. ¿Qué cambiaría en mí?
6. ¿Cómo inducir ese cambio?

Fuente: Elaboración propia.

1. ¿A mí qué me quedó de ese proceso?

Rob: *En cuanto al concentrado de indicadores del MTSK hay muchas cosas a destacar, ya que para desarrollar éste, se debió primero comprender en qué consistía el modelo MTSK, valoro la importancia del modelo como una herramienta fundamental para el propio autoanálisis.*

En este sentido, la primera tarea a realizar previo al desarrollo del concentrado, era precisamente comprender en lo general los distintos dominios, subdominios y categorías del modelo MTSK. Durante este primer acercamiento; asimilar y diferenciar los subdominios no fue cosa sencilla, ya que existían indicadores que en una primera instancia podrían parecer de un tipo de conocimiento cuando en realidad pertenecían a otro. Estas confusiones se debían principalmente a mi conocimiento limitado sobre el modelo. Sin embargo, conforme se fueron ejemplificando por parte del titular de la asignatura, todo fue quedando un poco más claro. Iniciando con ello a reconocer la importancia de los dos dominios que se abordaron: el MK y el PCK.

Dentro del MK, debo decir que los conocimientos sobre matemáticas que yo reconocía eran principalmente del KoT, no había reflexionado sobre la importancia de los conocimientos que debe tener el profesor sobre las matemáticas en relación a las distintas conexiones entre los objetos matemáticos y sobre la manera de “hacer matemáticas”. Aunque de alguna manera sí relacionaba la importancia de conocer los conocimientos previos que debiera tener el alumno y los aprendizajes de los próximos ciclos como vitales para determinar las formas y alcances de la enseñanza; no lo había visualizado desde el contexto de la propia matemática. En este sentido, las conexiones de complejización y simplificación de alguna

manera me fueron evidentes, sin embargo, los de contenido transversales y auxiliares sí fueron completamente nuevos para mí.

En cuanto al KPM, es quizás el que más complejo de identificar me parece; sin embargo, entiendo por este subdominio como aquellos conocimientos que tiene el profesor sobre cómo practica la matemática, cómo hace matemáticas, cómo reflexiona.

En cuanto al KoT, la categoría de la fenomenología, la reconocía previamente como un conocimiento secundario, tipo “curiosidad” que en algunas ocasiones podría servir para explicar la parte práctica de algún objeto matemático; sin embargo, no era consciente de su importancia como conocimiento del profesor. El resto de categorías me eran más cercanas, que si bien, no las domino, si me eran más evidentes ya que abarcan los conceptos.

Por lo anterior, es que analizar el dominio del MK me permite reconocer que éste es mucho más amplio y rico de lo que originalmente conocía.

Por otro lado, dentro del PCK, tenía un conocimiento mezclado donde integraba en un mismo aspecto a la enseñanza y el aprendizaje. Sin embargo, a partir del análisis de este dominio me percaté de la importancia de diferenciar puntualmente estos dos conocimientos en los subdominios de KFLM y KMT ya que esto nos permite autoanalizarnos acerca del proceso completo de la educación, tanto la forma en cómo enseñamos y la forma en cómo aprenden los alumnos. Ya que, si bien se da primero la enseñanza y luego el aprendizaje en el aula, al planearse una clase debe ser analizado desde la perspectiva inversa, es decir, cómo aprenden los alumnos para luego diseñar la forma de enseñanza.

En este sentido, me parece bastante valioso el reconocer la importancia de los conocimientos sobre teorías de aprendizaje (oficiales o empíricas), las fortalezas y dificultades relacionadas al aprendizaje, las concepciones que tienen los alumnos respecto a determinado objeto matemático; pero sobre todo, las formas de cómo el alumno interactúa con el objeto matemático, ya que éste conocimiento no siempre es bien valorado y generalmente viene desde la experiencia o de la lectura de mucha literatura existente, a mi modo de entender. (Rob, RFP1)

Rob destaca sus propias oportunidades de aprendizaje y conflictos a los que se enfrentó en un primer acercamiento al modelo MTSK, al llenar el concentrado de conocimientos.

Jo: El trabajo realizado bajo el MTSK, me permitió conocer de primera mano los conocimientos que como profesor debo tener y esto me invitó a reflexionar y revisar mis conocimientos y darme cuenta de que aún hay muchas cosas sobre las cuales debo seguir trabajando, también ver que hay saberes que en ningún momento había considerado, como por ejemplo la fenomenología. También me resultó muy significativo el poder estudiar el MTSK pero a su vez el poder llevarlo a la práctica, creo que fue una muy buena oportunidad para profundizar un poco más y poner de forma más práctica su relación con los conocimientos del profesor y cómo estos si generan o producen cambios en la enseñanza y aprendizaje, ya que por medio de él como profesor pude considerar previamente todo lo que se iba a poner en juego, de alguna forma preparado para lo que podía ocurrir en una clase y tener mayor seguridad de cómo atender lo que pudiera ocurrir y direccionar hacia el aprendizaje que esperaba con mis estudiantes. (Jo, RFP1)

Jo menciona elementos que le parecen importantes tanto en el llenado del concentrado de conocimientos como en la realización de la planeación y de la ejecución de la planeación en el aula.

2. ¿Qué me puede servir?

Rob: *El realizar una tabla con los indicadores a partir del MTSK me permite realizar una reflexión más profunda acerca del objeto matemático a enseñar, visualizar los alcances que este conocimiento conlleva y los conocimientos previos necesarios para poderse abordar. Así como todo el contexto matemático que describe, origina, representa y aplica al objeto matemático. En este sentido, es un buen parámetro de autoanálisis sobre lo que se conoce y desconoce del objeto matemático que permita capacitarse antes de llevarlo a cabo en el aula, de tal manera que esto evite comentar incongruencias, verdades a medias o falsas que pudieran originar obstáculos didácticos para el alumno que luego le sean difíciles de erradicar.* (Rob, RFP2)

Jo: *Me puede servir acerca de cómo fortalecer mis conocimientos para lograr una enseñanza y aprendizaje más efectivo, que todo esto depende de mí y de mi compromiso con ser un mejor profesor. Me puede servir que para ver cambios debo comenzar por prepararme lo más que pueda, que no puedo decir o contemplar que ya domino un conocimiento ya que siempre va a existir algo más por aprender y que no solo se relaciona con el estudiar, leer, investigar, que también parte de lo que yo pueda compartir y recibir de otras personas, que mis colegas profesores también son una oportunidad de aprendizaje, que no debo ser solo yo, que en comunidad puedo crecer aún más, puede socializar, compartir y adaptar estrategias y saberes que puede favorecer mi práctica.*

Me puede servir el tener presente lo que es la identidad del profesor, cuál es mi identidad o qué clase de profesor deseo ser a futuro, que ese debe ser un foco que no debo perder y así cada día de a poco ir avanzando de forma consciente y comprometida hacia esa meta, que como tal es un proceso que poco a poco irá por sí mismo dando resultados y estos serán evidentes por sí mismos. Otro aspecto importante que considero me puede servir es el de sacar espacios para analizar y reflexionar sobre todo lo que acontece en mi práctica, reflexionar es un momento para mí mismo, que me permite autoevaluarme y en ese sentido poder identificar con mayor detenimiento cada uno de los momentos de una clase, lo bueno, lo no tan bueno y aprender de ello. Un espacio para saber que lo que estoy haciendo realmente está siendo efectivo y a su vez para ver que debo mejorar, todo esto para seguir creciendo y adquiriendo conocimientos en favor de mi propia práctica. (Jo, RFP2)

Rob y Jo expresan aspectos de bondades de utilidad que ven en el uso del MTSK, sin embargo, Jo también da cuenta de matices que corresponden a la reflexión sobre la práctica (Shön, 1987).

3. ¿Cómo me puede servir?

Rob: *El concentrado de indicadores del MTSK me sirve como una guía relativamente rápida de elaborar que me permite reflexionar sobre los conocimientos*

que tengo, o no, sobre un determinado objeto matemático. A partir de los cuales, me permite prepararme de mejor manera al identificar mis áreas de oportunidad y atenderlas a través de la elaboración del propio concentrado de indicadores. Asimismo, las columnas del por qué, para qué y el ejemplo, son un apoyo de reflexión sobre el conocimiento identificado, ya que esto hace pensar sobre sus causas y efectos, tanto para el docente como para el alumno. (Rob, RFP3)

Jo: El MTSK me puede servir como un modelo para apoyar mi enseñanza referida a los diferentes contenidos, ya que puedo volver sobre él en cualquier momento para revisar los conocimientos que debo considerar con respecto a la enseñanza y aprendizaje de un contenido y en este sentido ser mi referente a la hora planear, haciendo mi mayor esfuerzo por emplearlo lo mejor que pueda, pero con más certeza de que por medio de él voy a mejorar mis conocimientos y que de su aplicabilidad voy a estar más cerca de alcanzar el profesor en que deseo convertirme. (Jo, RFP3)

Rob remarca la importancia de que estén incluidos el “Por qué”, “Para qué” y el “Ejemplo” en el llenado del concentrado de conocimientos, mientras que Jo hace referencia al MTSK como recurso referente a la hora de hacer una planeación de enseñanza para ir mejorando su práctica docente.

4. ¿Para qué me puede servir?

Rob: El concentrado de indicadores del MTSK me sirve para realizar un autoanálisis de mis propios conocimientos y áreas de oportunidad respecto a un objeto matemático. A partir de los cuales logre atenderlos para estar mejor preparado y capacitado para enseñar dicho objeto matemático. Mejorando de esta manera mi desarrollo profesional al impartir clases mejor estructuradas que logren un mejor aprendizaje en mis alumnos, lo cual es el propósito de toda mi actividad docente. En este sentido, identifiqué que mis mayores áreas de oportunidad en este momento son el KSM, el KPM, y la fenomenología en el KoT. (Rob, RFP4)

Jo: El MTSK es otro aspecto fundamental dentro de los que ahora considero me puede servir para seguir aprendiendo y fortaleciendo mis conocimientos, ya que este semestre me permitió darme cuenta de la importancia de poder tener un modelo que me permita a mí mismo como profesor evaluar mis saberes en cuanto a un contenido escolar, es decir, no se trata de un modelo que me muestra los conocimientos que no tengo, sino más bien lo veo como un referente de apoyo que orienta al profesor, en mi caso lo veo así, como una guía que indica de forma precisa unos aspectos centrales y que como profesor debo conocer, por tanto si no estás en esa línea, puedas reflexionar pensando en el qué vas a hacer para mejorar en aquello que aún presentas alguna carencia. (Jo, RFP4)

Rob y Jo ven al MTSK como instrumento de autoperfeccionamiento como profesores de matemáticas.

5. ¿Qué cambiaría en mí?

Rob: El concentrado de indicadores me hizo reflexionar sobre la importancia de los distintos conocimientos especializados que debe tener el profesor, por tanto,

cambiaría en mí el pensamiento de que no hay nada más que aprender sobre cierto objeto matemático, ya que, esta actividad me abrió los ojos en el sentido de darme cuenta todo lo que conlleva el proceso de enseñar matemáticas y lo que se debe conocer para hacerlo con calidad. (Rob, RFP9)

Jo: *Yo cambiaría la forma en que planeaba con anterioridad. Considero que antes la planeación la enfocaba pensando en mí, pensando en que conocimientos necesitaba impartir y así mismos que didácticas ya conocía para aplicarlas y que ejemplos me gustaban y con cuales yo me sentía más cómodo, sin embargo, muy pocas veces tenía en cuenta a mis estudiantes, es decir, no pensaba en qué dificultades ellos podrían estar presentando y su origen, teniendo en cuenta que las podría estar causando yo mismo con mi enseñanza o que fuesen propias de las matemáticas, en general, no pensaba en la forma en que mis estudiantes piensan, en cómo ven las matemáticas o de qué manera razonan al resolver y al enfrentarse ante situaciones donde deben aplicar las matemáticas que les enseñó. Por lo cual, creo que este ha sido uno de los grandes aportes y cambios que he tenido en el transcurso de este año, el pensar mientras planeo en mis estudiantes y en cómo esos conocimientos van a tomar sentido en mi aula.*

Aprendí que mi aula es un espacio no solo de aprendizaje para mis estudiantes sino también para mí, donde puedo aprender de mí mismo, de mis estudiantes y la interacción con ellos, que esto me lleva a conocer el trabajo que yo mismo realizo y a identificar qué estoy haciendo mal para saber en qué debo mejorar. (Jo, RFP9)

Rob y Jo mencionan aspectos de cambios necesarios en su práctica como profesores de matemáticas a partir del uso del modelo MTSK en lo encomendado en el curso.

6. ¿Cómo inducir ese cambio?

Rob: *Concentrado de indicadores: Mediante la reflexión, información, aplicación y retroalimentación de los conocimientos especializados que debo tener como docente de matemáticas. Ese proceso es fundamental para reconocer y valorar la importancia de todos estos conocimientos especializados que permitan comprometerme y conscientizarme genuinamente por nuevas alternativas de educación. (Rob, RFP10)*

Jo: *Todo me ha servido para reflexionar en torno a mi práctica, ya que es aprender, pero a su vez contrastarlo con mi práctica comenzar a ser más consciente de todo lo que acontecía a mi alrededor y que desconocía, ahora ya puedo tener una base para poder analizar el por qué puede suceder algo con mis estudiantes, si realmente están aprendiendo, si desde mi enseñanza estoy favoreciendo realmente el aprendizaje de las matemáticas, analizar creencias y concepciones y su influencia en mis clases, es decir, ya puedo ver todo un panorama que anteriormente era desconocido y por tanto, creo que ya el poder reconocer todo ello ya me ha inducido hacia un cambio, un cambio para buscar hacer las cosas diferente, de que mi enseñanza sea cada vez más efectiva. De esta manera lo siguiente, es no solo quedarme con lo que ya identifiqué sino comenzar a realizar acciones desde mi práctica para que mi enseñanza y el aprendizaje de mis estudiantes sea cada vez más significativo. (Jo, RFP10)*

Rob y Jo expresan ideas de cómo inducirían sus propios cambios mencionados en la reflexión de la pregunta anterior, a fin de mejorar su práctica como profesores de matemáticas.

Los profesores Rob y Da agregan al final:

Rob: *Por otro lado, para aprender más, en este momento, se me dificultó el tiempo. En ese sentido, debo aprender a organizar de mejor manera mis tiempos para poder dedicarle tiempo significativo (y no por cantidad) a cada una de las actividades que realice, desarrollando en ese sentido mis planeaciones de clase de manera más integral con su respectivo proceso de reflexión. (Rob, RF)*

Da: *Creo que mis conocimientos matemáticos necesitan ser trabajados, llevaba alrededor de 3 años siendo profesora de primaria, específicamente de niños entre los 7 y 10 años donde la matemática que enseñaba giraba en torno a las operaciones básicas y aspectos geométricos básicos al igual que estadísticos. Ahora desde hace unos tres meses logré iniciar a trabajar con carreras técnicas y tecnológicas donde el área de matemáticas se centra en matemática fundamental que comprende el trabajo de todos los conocimientos que se adquieren en secundaria y bachillerato, esto ha sido para mí una experiencia compleja porque he tenido que retomar aspectos que no estudiaba desde la universidad y que me ha costado comprender porque no reconozco fenomenología por ejemplo de ecuaciones; los conocimientos de las estructuras de las matemáticas en cuanto a las conexiones se me ha hecho complejo el poder conocerlas e inclusive el conocimiento de la práctica de las matemáticas. Estoy muy feliz en esta nueva experiencia pero que me llena de retos, necesito conocer las matemáticas que enseñó así que ahora debo lograr profundizar, conocerla, manejarla y adquirir conocimientos didácticos que no me lleven solamente a la aplicación de fórmulas o procedimientos, que me permitan lograr que mis estudiantes realmente comprendan el sentido y los aportes que lo que les enseñó tienen para sus vidas y más que nada, estar preparada para sus preguntas, dudas y cuestionamientos.*

El modelo MTSK me ha servido mucho en este nuevo cambio, no voy a afirmar que he analizado todas mis planeaciones a la luz de este, pero si he intentado reconocer aspectos de cada categoría y realmente me falta, me falta abundar y me falta conocer. Creo que el tiempo y la práctica me ayudará a lograrlo, sin embargo, es algo en lo que ya estoy trabajando, porque sé que lo debo lograr. (Da, RF)

Rob y Da hacen mención de algunas dificultades, su preocupación pero en el caso de Da, también su felicidad con esta nueva experiencia durante el proceso del curso.

CONCLUSIONES

Investigar y reflexionar acerca de los procesos de la formación de los futuros profesores y profesores de matemáticas es sumamente importante, pues un elemento clave para lograr el aprendizaje de los estudiantes es la riqueza y consolidación de su formación (Darling-Hammond, 2000; Darling-Hammond et al., 2009; Ramos-Rodríguez et al., 2022). En dichos procesos, el conocimiento especializado juega un papel fundamental.

Usar el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) en la formación de futuros profesores y profesores de matemáticas requiere compromiso, responsabilidad, paciencia y tenacidad tanto por parte de ellos mismos como de su formador, en particular en el llenado del concentrado de conocimientos, el diseño de la planeación, la puesta en común de ésta, el análisis y la propuesta de mejora. El MTSK ha servido de guía a los profesores para autoevaluarse, identificando en su persona hasta qué punto tiene o no los conocimientos establecidos en el modelo. Significa cambiar la visión de una planificación común y corriente, buscar, diseñar actividades y conectarlas. Además de profundizar en la búsqueda de los conocimientos requeridos por el profesor de matemáticas, es importante tomar conciencia de en cuáles conocimientos prestar mayor atención y tomar eso como un reto, como áreas de oportunidad para mejorar su propia práctica docente. El MTSK brinda al profesor una oportunidad de aprendizaje.

El proceso de llevar a cabo el llenado del concentrado de conocimientos, la planeación, ejecución, análisis y propuesta de mejora, visto como un proceso más que como un resultado, puede ayudar a construir, desarrollar y mejorar conocimientos que, en su conjunto, se conviertan en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Más aún, no se debe dejar de lado la importancia de las tareas o actividades que se realicen en los cursos de formación de profesores para potenciar el uso del MTSK en el vínculo teoría-práctica, además de la relevancia del acompañamiento cognitivo y emocional que se debe de dar a los (futuros) profesores, a fin de que sea mejor aprovechado el proceso que se da durante el uso del MTSK, y, por supuesto el papel significativo que juega la reflexión durante todo el proceso y desarrollo del MTSK en la formación (inicial o continua) de profesores.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue desarrollada al amparo de la Red Iberoamericana MTSK (auspiciada por la AUIP) y del Proyecto de Investigación PID2021-122180OB-I00 del Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España.

REFERENCIAS

- Ball D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
<https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bini, G., Bikner-Ahsbahs, A. & Robutti, O. (2022). “How to meme it”: reverse engineering the creative process of mathematical Internet memes. *Educational Studies in Mathematics*, 112(1), 1–34.
<https://doi.org/10.1007/s10649-022-10173-1>

- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)* (pp. 2985–2994). <https://bit.ly/3QkvIHt>
- Castellanos, M. T., & Moreno, A. (2022). Reflexión de futuros profesores de matemáticas sobre las tareas de enseñanza. En J. A. Fernández-Plaza, J. L. Lupiáñez, A. Moreno, & R. Ramírez (Coords.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a los profesores Pablo Flores e Isidoro Segovia* (pp. 95–115). Octaedro.
- Darling-Hammond, L. (1998). Teacher learning that supports student learning. *Educational Leadership*, 55(5), 6–11. <https://bit.ly/49gjZ5t>
- Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement. *Education policy analysis archives*, 8(1), 1–44. <https://doi.org/10.14507/epaa.v8n1.2000>
- Darling-Hammond, L., Johnson, C., & Chung Wei, R. (2009). Teacher preparation and teacher learning: A changing policy landscape. En: G. Sykes, B. Schneider, & D. N. Plank (Eds.). *Handbook of education policy research* (pp. 613–636). Routledge.
- Dewey, J. (1910). *How we think*. Heath.
- Flores, P. (2007). Profesores de Matemáticas reflexivos: Formación y cuestiones de investigación. *PNA*, 1(4), 139–158. <https://bit.ly/3tR8mBA>
- Guadarrama, A., Mendoza, C., Díaz, J., & Becerril, F. (2018). El uso de los memes como estrategia didáctica aplicada en las matemáticas. En Virtual Educa (Ed.), XIX Encuentro Internacional Virtual Educa Bahía 2018. Virtual Educa. <https://bit.ly/40o9OaI>
- Kieran, C., Krainer, K., & Shaughnessy, J. M. (2013). Linking research to practice: Teachers as key stakeholders in mathematics education research. En: M. A. K. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (ed.). *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 361–392). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_12
- McCrory, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D., & Senk, S. L. (2012). Knowledge of Algebra for Teaching: A Framework of Knowledge and Practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 584–615. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.43.5.0584>
- Organisation for Economic Cooperation and Development. (2018a). *The Future of Education and Skills Education 2030*. OECD. <https://bit.ly/3QE0oVo>
- Organisation for Economic Cooperation and Development. (2018b). *PISA 2021. Mathematics Framework*. OECD. <https://bit.ly/40ISq6E>
- Polya, G. (1945). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Stanford University. <https://bit.ly/3QJjyl>

- Ramos-Rodríguez, E., Rojas, N., Valenzuela, M., & Martínez, M.V. (2022). Aportes teóricos a la formación de profesores desde tesis doctorales y su desarrollo en la educación matemática en Chile. En J. A. Fernández-Plaza, J. L. Lupiáñez, A. Moreno, & R. Ramírez (Coords.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a los profesores Pablo Flores e Isidoro Segovia* (pp. 95-115). Octaedro.
- Scheiner, T., Montes, M.A., Godino, Carrillo, J., & Pino-Fan L. (2019). What Makes Mathematics Teacher Knowledge Specialized? Offering Alternative Views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153–172. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>
- Shulman, L.S. (1986) Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <http://dx.doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Sosa, L. (en prensa). El diseño de memes matemáticos como movilizador de conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista del Consejo Zacatecano de Ciencia y Tecnología*.
- Sosa, L., Flores Medrano, E., & Carrillo Yáñez, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 173–189. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1522>
- Sosa, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *Educación Matemática*, 28(2), 151–174. <https://doi.org/10.24844/EM2802.06>
- Sowder, J.T. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (157–223). National Council of Teachers of Mathematics-Information Age Publishing. <https://bit.ly/3siB1zc>
- Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudios de casos*. Ediciones Morata, S. L.
- Zakaryan, D., & Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación Matemática*, 33(1), 71–97. <https://doi.org/10.24844/em3301.03>

