

Concepciones alternativas sobre el concepto de ángulo en estudiantes de nivel medio superior

Guadalupe Sánchez-Gómez ¹

Gerardo Salgado-Beltrán ² 

Javier García-García ³ 

Resumen

Este capítulo presenta los resultados de una investigación cuyo objetivo fue identificar las concepciones alternativas sobre el concepto de ángulo en estudiantes de Nivel Medio Superior de una zona rural en el estado de Guerrero, México. Para la recolección de datos, se aplicó una Entrevista Basada en Tareas a 20 estudiantes, y se empleó un análisis temático para su procesamiento. Entre las concepciones alternativas encontradas, destacaron interpretaciones del ángulo como área, el signo del ángulo determinado por la dirección de sus lados, la medida del ángulo como la longitud del arco angular, la medida del ángulo en función de la longitud de sus lados y el ángulo interpretado como una distancia. Estos hallazgos revelan la diversidad de formas en que los estudiantes conciben al ángulo, lo que puede afectar significativamente el aprendizaje de otros conceptos matemáticos. Estos resultados proponen reflexionar sobre futuras investigaciones para favorecer una comprensión más profunda de ángulo.

Palabras clave

Concepciones alternativas, ángulo, entrevista basadas en tareas, estudiantes, zona rural

¹ 23500994@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México

² 14251@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México

³ jagarcia@uagro.mx

Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México

Sánchez-Gómez, G., Salgado-Beltrán, G., & García-García, J. (2025). Concepciones alternativas sobre el concepto de ángulo en estudiantes de nivel medio superior. En E. L. Juárez Ruiz, & L. A. Hernández Rebollar (Eds.), *Tendencias en la Educación Matemática 2025* (pp. 93–110). Editorial SOMIDEM.
<https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2025/01-04>

Introducción

El concepto de ángulo es fundamental en el currículo de matemáticas, tanto en México como en otros países. Se introduce desde los primeros años de la educación primaria y se consolida en la secundaria (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Rotaecche & Montiel, 2017; Secretaría de Educación Pública [SEP], 2023). Su estudio resulta importante para que los estudiantes analicen su entorno espacial y comprendan conceptos matemáticos más complejos (Pachuca & Zubieta, 2020; Agudelo y Planas, 2022). A pesar de su relevancia, la naturaleza multifacética del concepto de ángulo representa un reto relevante para los estudiantes (Kaur, 2020). Investigaciones previas han señalado que la enseñanza-aprendizaje del concepto de ángulo es limitado debido a que predomina un enfoque procedimental y memorístico, lo que restringe el desarrollo de su comprensión (Biber et al., 2013; Díaz & Kú, 2017; Itzcovich, 2005).

Aunado a lo anterior, el concepto de ángulo está relacionado con diversas situaciones de la vida cotidiana, razón por la cual es un elemento clave del pensamiento matemático (Pachuca & Zubieta, 2020; Torres y Sánchez, 2023). Sin embargo, en el ámbito escolar, suele abordarse de manera aislada y descontextualizada, lo que dificulta que los estudiantes comprendan sus propiedades y aplicaciones (Agudelo & Planas, 2022; Díaz & Kú, 2017). Además, las definiciones y explicaciones presentes en los libros de texto tienden a ser ambiguas o se centran exclusivamente en una concepción estática del ángulo (Alyami, 2023; Özen-Ünal & Ürün, 2021).

En complemento a lo anterior, las definiciones del concepto de ángulo suelen clasificarse en dos categorías principales, estática y dinámica. Cada una de estas categorías aborda situaciones distintas y presenta sus propias limitaciones, lo que dificulta su integración en una única definición (Bütüner & Filiz, 2017). Esta complejidad puede llevar a los estudiantes desarrollen concepciones alternativas acerca del concepto ángulo (Bütüner & Filiz, 2017; Agudelo & Planas, 2022). Entre las concepciones alternativas más comunes se encuentran ideas como que un ángulo se forma por la intersección de dos arcos o por la intersección de un rayo con un arco. Además, los estudiantes pueden asociar el tamaño de los ángulos con elementos como la longitud de sus lados, la longitud del arco comprendido entre ellos o incluso el área delimitada por un arco y sus lados (Bütüner & Filiz, 2017; Tanguay & Venant, 2016). Sin embargo, es probable que existan otras concepciones alternativas aún no documentadas, las cuales podrían influir de forma negativa en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes y en su comprensión integral del concepto de ángulo. De ahí la relevancia de la presente investigación. El panorama anterior muestra que los estudiantes enfrentan dificultades para comprender el concepto de ángulo y su medida

desde los niveles básicos de educación (Alyami, 2023). Aunque se espera que esta problemática disminuya en niveles superiores, un estudio reciente realizado por Pachuca y Zubieta (2020) con estudiantes universitarios de Matemáticas y Física en México evidenció que muchos aún definen el ángulo como la abertura entre dos rayos o como una medida específica. Esto indica que, incluso en la educación superior, persisten dificultades significativas en torno al concepto de ángulo.

No obstante, los estudios previos sobre el concepto de ángulo se han llevado a cabo principalmente con estudiantes de zonas urbanas, mientras que esta investigación se enfoca en alumnos de una región rural en situación de vulnerabilidad. Según los resultados de la prueba Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes [PLANEA] 2017, los estudiantes de áreas rurales en México obtuvieron puntajes más bajos en matemáticas en comparación con aquellos de zonas urbanas (PLANEA, 2018). Esta diferencia se atribuye a las deficiencias del sistema educativo, que contribuyen a acentuar el rezago en estas comunidades (Juárez & Rodríguez, 2016). Además, estas condiciones están relacionadas con los altos índices de deserción universitaria (López et al., 2014).

Según García-García (2014), en las zonas rurales, la enseñanza de las matemáticas suele desarrollarse a través de situaciones alejadas de la realidad cultural de los estudiantes, ya que se basa en un currículo nacional estandarizado. Además, el libro de texto es la herramienta principal utilizada en este proceso (López & Tinajero, 2011). Estos materiales, distribuidos por las autoridades educativas, presentan problemas matemáticos que no están conectados con la vida cotidiana de los estudiantes, lo cual impacta de forma negativa en su desempeño académico (Blanco & Blanco, 2009; García-García, 2014).

Por otro lado, Chhabra y Baveja (2012) destacan la importancia de comprender el pensamiento de los estudiantes, ya que sus concepciones influyen directamente en la forma en que aprenden (Lucariello et al., 2014). Esto ha llevado a que el estudio de las concepciones se convierta en un campo de investigación relevante. En este contexto, se han llevado a cabo estudios que analizan concepciones alternativas en diversos campos del conocimiento (An & Wu, 2012; Lucariello et al., 2014; Denbel, 2014; Kaplan et al., 2015; Serhan, 2015). Sin embargo, hasta ahora, no se ha investigado específicamente el concepto de ángulo en estudiantes de Nivel Medio Superior provenientes de zonas rurales.

Por las razones previas, el estudio de las concepciones alternativas es de gran relevancia, ya que muchas de estas son difíciles de modificar y pueden persistir incluso después de una instrucción cuidadosamente planificada (Chi et al., 2012; Denbel, 2014; Bostan, 2016). Por ello, identificar las concepciones alternativas de los estudiantes es un paso esencial para diseñar

estrategias de enseñanza que promuevan una comprensión más profunda del concepto de ángulo. En este contexto, la presente investigación busca responder a la pregunta: *¿Qué concepciones alternativas presentan los estudiantes de 12° grado de una zona rural al resolver tareas relacionadas con el concepto de ángulo?*

Marco conceptual

Concepciones alternativas

Thompson (1992) define las concepciones como un conjunto de creencias, teorías, significados y explicaciones que los estudiantes desarrollan respecto a las matemáticas. Estas concepciones, al diferir de los significados matemáticos aceptados convencionalmente, se denominan concepciones alternativas (Confrey, 1990; Yağbasan & Gülçiçek, 2003). Estas ideas representan formas distintas de comprender una tarea (Mevarech & Kramarsky, 1997), manifestándose de manera escrita o verbal como reflejo del pensamiento individual. Muchas tienen origen en el contexto escolar (Dolores, 2004) y se evidencian cuando las creencias de los alumnos contrastan con los conceptos aceptados socialmente (Kastberg, 2002). Estas concepciones suelen ser contradictorias o inconsistentes con las nociones científicas establecidas (Narjaikaewa, 2013; Salgado-Beltrán & García-García, 2024).

Las concepciones alternativas no son simples ideas aisladas, constituyen esquemas conceptuales integrados y coherentes que se desarrollan en la cognición de los estudiantes. Estos esquemas funcionan como filtros y catalizadores que influyen directamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Confrey, 1990; Lucariello et al., 2014). Por esta razón, es pertinente identificar estas concepciones, analizar sus orígenes y comprender los factores que favorecen su formación en los estudiantes (García, 2018).

Según Fujii (2020), las concepciones alternativas emergen cuando las ideas que los estudiantes tienen sobre las matemáticas entran en conflicto con los significados aceptados y establecidos en la disciplina. Por su parte, García (2018) las define como conocimientos que son inconsistentes con los conceptos matemáticos reconocidos como correctos por la comunidad matemática. Estas concepciones se manifiestan tanto en los argumentos que una persona utiliza al resolver tareas específicas como en sus producciones escritas. Para esta investigación, se adopta la definición de concepciones alternativas del ángulo (CAA) propuesta por García (2018), considerándolas como interpretaciones que difieren de las aceptadas como correctas en el contexto matemático.

Método

Contexto de la investigación y participantes

La investigación se llevó a cabo en noviembre de 2024 en una escuela pública de Nivel Medio Superior (NMS) ubicada en una zona rural del sur del estado

de Guerrero, México. Participaron de manera voluntaria 20 estudiantes (12 hombres y 8 mujeres), con edades entre 17 y 18 años, todos ellos oficialmente inscritos en el 12° grado. Los participantes indicaron que, durante la pandemia enfrentaron dificultades para tomar sus clases debido a la falta de acceso a internet, lo que consideran afectó la calidad de su formación. Todos los alumnos señalaron haber trabajado previamente con el concepto de ángulo en grados anteriores. A partir de este momento, los estudiantes se identifican como E1, E2, ..., E20.

Recolección de datos

Se diseñó y aplicó una Entrevista Basada en Tareas (EBT), siguiendo los principios establecidos por Goldin (2000). Este tipo de entrevista se distingue por una interacción mínima entre el entrevistado (quien resuelve la tarea) y el entrevistador (los investigadores), enfocándose en una o más tareas previamente elaboradas, que pueden incluir preguntas, problemas o actividades. Este enfoque combina la entrevista, que permite explorar los procesos de pensamiento del individuo a través de sus verbalizaciones, con un instrumento (las tareas) que facilita la identificación de los procedimientos y las ideas utilizadas por el entrevistado al abordar las tareas planteadas.

Se diseñaron cuatro tareas que fueron validadas por expertos, considerando aspectos como la claridad en la redacción, el nivel de dificultad y su relevancia en relación con los objetivos del estudio. Luego, se realizó una prueba piloto con tres estudiantes de NMS para verificar la coherencia en la redacción, la accesibilidad de las tareas y su alineación con el objetivo del estudio. La prueba piloto tuvo una duración promedio de 60 minutos y fue grabada en video para su posterior análisis.

A partir de los resultados obtenidos, se ajustaron dos tareas que finalmente formaron parte del instrumento utilizado en el estudio. Por ejemplo, en la tarea 2, la pregunta “¿Cómo identificas si un ángulo es positivo o negativo?” fue modificada como “Dibuja un ángulo positivo y otro negativo. Explica tu respuesta”.

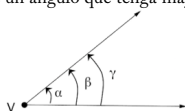
El instrumento final se conformó por las tareas detalladas en la Tabla 1. Estas fueron diseñadas con el fin de identificar las concepciones alternativas de los estudiantes sobre el concepto de ángulo. El protocolo para el entrevistador incluyó preguntas generales aplicables a todas las tareas, como: ¿Qué significa este término?, ¿Puedes explicar más sobre lo que mencionas? y ¿Puedes realizar el dibujo? Además, se incorporaron preguntas específicas para profundizar en el razonamiento y el conocimiento del participante sobre el concepto de ángulo. Estas preguntas se usaban cuando el entrevistado proporcionaba respuestas ambiguas, cuando su razonamiento no tenía bases claras, o para fomentar la exploración de otras posibles soluciones que conociera.

Tabla 1*Tareas planteadas a los estudiantes*

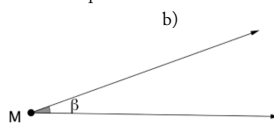
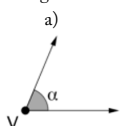
Tarea 1. Explica, ¿qué significa el concepto de ángulo para ti?

Tarea 2. Dibuja un ángulo positivo y otro negativo. Explica tu respuesta.

Tarea 3. En la siguiente figura, ¿existe un ángulo que tenga mayor medida? Explica tu respuesta.



Tarea 4. ¿Cuál de los siguientes ángulos tiene mayor medida? Explica tu razonamiento

**Análisis de datos**

Las entrevistas generaron evidencia tanto escrita como verbal de los participantes, la cual fue registrada mediante hojas de trabajo y videograbaciones. Para el análisis de esta información, se empleó el método de Análisis Temático propuesto por Braun y Clarke (2012), el cual consta de seis fases. Este enfoque incluyó un proceso de triangulación entre los investigadores, lo que permitió garantizar la confiabilidad, validez, credibilidad y rigor de los resultados. Mediante este método, se identificaron patrones de significado (temas) en las respuestas de los estudiantes a las tareas del protocolo de la EBT, los cuales corresponden a concepciones alternativas. Durante las tres primeras fases del análisis, cada investigador trabajó de forma independiente; a partir de la cuarta fase, se llevaron a cabo sesiones de discusión para alcanzar consensos sobre las concepciones alternativas identificadas en este grupo de estudiantes. A continuación, se describen en detalle las seis fases que conforman este proceso.

Fase 1. Familiarización con los datos. Las entrevistas fueron transcritas y las respuestas escritas fueron digitalizadas. Luego, cada investigador realizó una lectura general de las respuestas para obtener una comprensión preliminar de las concepciones alternativas expresadas por los estudiantes y para familiarizarse con el lenguaje empleado por los participantes.

Fase 2. Generación de códigos iniciales. Se identificaron palabras, frases y/o cálculos empleados por los estudiantes para hacer alusión al concepto de ángulo. Por ejemplo, en el extracto de E2 para la tarea 1, se destacaron en cursivas las frases que ayudaron a generar dos códigos iniciales: el ángulo es la región que hay entre las rectas que se cortan en el vértice y el ángulo es el área comprendida entre los lados que lo conforman.

Investigador: *Explica, ¿qué significa el concepto ángulo para ti?*

E2: *Es la parte que queda dentro de las rectas*

Investigador: *¿Puedes explicar un poco más tu respuesta?*

E2: *Es la región que hay entre las rectas que se cortan en el vértice [dibuja el ángulo y colorea el área limitada por sus lados]*

Investigador: *¿Te refieres al área?*

E2: *Sí*

En esta fase, se identificaron 155 códigos iniciales relacionados con las ideas manifestadas por los estudiantes sobre el concepto de ángulo. Sin embargo, en algunos casos, los estudiantes mencionaron más de dos ideas, lo que generó una codificación diferente, aunque solo se empleó una de ellas como estrategia principal para resolver la tarea. Este análisis se llevó a cabo con las respuestas de los veinte participantes.

Fase 3. Búsqueda de temas y subtemas. Se revisaron los códigos iniciales con el objetivo de agrupar aquellos que compartían un significado similar o mostraban un patrón de respuesta común, lo que dio lugar a la formación de subtemas. Estos subtemas se asociaron a un tema principal que reflejaba una concepción alternativa sobre el ángulo. Por ejemplo, a partir de los subtemas: un ángulo es positivo si abre hacia arriba y negativo si abre hacia abajo y un ángulo es positivo si abre a la derecha y negativo si abre a la izquierda se construyó el tema: el signo de un ángulo depende de la dirección en la que se orientan sus lados.

Fase 4. Revisión de los temas y subtemas. Se realizaron dos niveles de revisión, en el primero, se verificó que todos los temas fueran claros y reflejaran adecuadamente todos los códigos generados. El objetivo de esta revisión fue garantizar que cada tema estuviera respaldado por un conjunto coherente de datos y que los códigos dentro de cada tema estuvieran bien relacionados entre sí. En el segundo nivel, se llevó a cabo una revisión más profunda de todos los datos en relación con los temas identificados. Esto garantizó que los temas representaran de manera precisa el conjunto completo de datos, evitando superposiciones e inconsistencias entre los temas y subtemas; si era necesario, se crearon nuevos temas. Además, en esta fase, los investigadores se reunieron para realizar una revisión entre pares, lo que contribuyó a mejorar la calidad y validez del análisis de los datos. Este proceso permitió refinar la identificación de los temas, que en este estudio corresponden a las concepciones alternativas, y ayudó a minimizar el sesgo de un solo investigador.

Fase 5. Definición y nombre de los temas y subtemas. En esta fase, se asignaron nombres a los temas identificados para facilitar la presentación de los hallazgos, los cuales, en este estudio, corresponden a las concepciones alternativas sobre el ángulo. A cada tema se le proporcionó una definición clara y precisa que refleja las ideas expresadas por los estudiantes. Estas concepciones alternativas están fundamentadas en las respuestas escritas o verbales de los participantes.

Fase 6. Elaboración del informe. En esta sección se presentan las concepciones alternativas (temas) junto con sus respectivos subtemas (ver Tabla 2). Para los fines de la investigación, los resultados se describen según cada concepción alternativa identificada.

Resultados

El análisis de las producciones escritas y orales de los participantes permitió identificar cinco concepciones alternativas sobre el concepto de ángulo, que surgieron durante el proceso de resolución de tareas realizadas por los estudiantes de NMS (ver Tabla 2).

Tabla 2
Concepciones alternativas identificadas en los participantes

Concepciones alternativas	Definición	Subtemas	Frecuencia
El ángulo entendido como área	Se refiere a la concepción de que un ángulo es una región formada por el vértice y los lados o el vértice, los lados y el arco que conecta sus extremos.	• Un ángulo es la región comprendida entre sus lados y su vértice. • El ángulo es la región comprendida entre el vértice, los lados y el arco que conecta los extremos.	49
El signo de un ángulo depende de la dirección en la que se orientan sus lados	Se refiere a la concepción de que el signo de un ángulo está determinado por la dirección de sus lados, ya sea hacia la izquierda-derecha o hacia arriba-abajo.	• Un ángulo es positivo si abre hacia arriba y negativo si abre hacia abajo. • Un ángulo es positivo si abre a la derecha y negativo si abre a la izquierda.	45
La medida del ángulo como la longitud del arco angular	Se refiere a la concepción de asumir la medida de un ángulo como la medida del arco angular indicado en su representación.		23
La medida del ángulo en función de la longitud de sus lados	Se refiere a la concepción de concebir que la medida del ángulo depende del tamaño de los lados que lo conforman.		20
El ángulo interpretado como una distancia	Se refiere a la concepción del ángulo como la distancia entre los lados que lo conforman.		18

Nota. Fuente: Construcción personal

A continuación, se detalla en qué consiste cada una de las concepciones alternativas registradas en la tabla 2.

El ángulo entendido como área

Esta concepción alternativa se refiere a la interpretación del ángulo como una región formada por el vértice y sus lados, o bien como el área delimitada por el vértice, los lados y el arco que conecta sus extremos. Esta emergió de las respuestas de la mayoría de los participantes, con excepción de E6, E8, E12, E13 y E20 al abordar la tarea 1 y 4. Dado que los estudiantes expresaron dos ideas vinculads con la noción de ángulo como área, se desarrollaron dos subtemas que se detallan a continuación.

Un ángulo es la región comprendida entre sus lados y su vértice

Se construyó a partir de las interpretaciones que los estudiantes compartieron durante la entrevista sobre el concepto de ángulo. Para E1, E2, E3, E4, E5, E9, E10, E18 y E19, un ángulo se define como la región delimitada por sus lados y su vértice. Por ejemplo, sus respuestas incluyeron afirmaciones como: “El ángulo es el espacio entre las rectas y el vértice”, “El ángulo es la abertura formada por los lados y un punto” y “El ángulo es la región interior”. Estas interpretaciones evidencian una visión estática del ángulo, centrada en su representación espacial, y omiten la noción dinámica del ángulo como la amplitud de giro de una recta respecto a un punto fijo (ver extracto del diálogo con E1).

Investigador: *Explica, ¿qué significa el concepto de ángulo para ti?*

E1: *Bueno, el ángulo sería la abertura formada por los lados y un punto [dibuja un ángulo e ilumina el área conformada por los lados y el vértice]*

Aunado a lo anterior, al responder la tarea 4, que consistía en comparar la medida de dos ángulos dados, los estudiantes E3, E4 y E5 señalaron que el ángulo correspondiente al inciso b) era mayor por que el área contenida entre el vértice y los lados era más amplia que la del ángulo representado en el inciso a). Esta afirmación reforzó la concepción alternativa y evidenció las limitaciones conceptuales que los estudiantes tienen respecto a la comprensión del ángulo como medida de apertura, independiente de factores como el área o las dimensiones visuales asociadas.

El ángulo es la región comprendida entre el vértice, los lados y el arco que conecta los extremos

Al definir el ángulo, los estudiantes expresaron diversas ideas relacionadas con la noción de área. En particular, este subtema se desarrolló a partir de las interpretaciones de los estudiantes E7, E11, E14, E15, E16 y E17, quienes conciben el ángulo como la región delimitada por el vértice, los lados y el arco que conecta sus extremos. Por ejemplo, sus definiciones incluyeron frases como: “El ángulo es el área entre el vértice, los lados y un arco”, “El ángulo es como la región interior de un sector” y “El arco que une dos rectas que se cortan limita el ángulo” (ver Figura 1).

Figura 1

E1 interpreta el ángulo como el área que se forma entre el vértice, los lados y el arco que los une para la tarea 1



Nota. Fuente: Obtenida de los datos.

El signo del ángulo depende de la dirección en la que se orientan sus lados

Esta concepción alternativa se relaciona con la relación entre el signo de la medida de un ángulo y la dirección en la que se orientan sus lados. Fue identificada en las respuestas de doce estudiantes al responder la tarea 2, en la cual debían dibujar un ángulo positivo y otro negativo. Debido a que surgieron dos interpretaciones relacionadas con la dirección. Una está asociada con los lados del ángulo que se abren hacia la derecha o la izquierda, y otra con los que se abren hacia arriba o hacia abajo. Se establecieron dos subtemas que se describen a continuación.

Un ángulo es positivo si se abre hacia arriba y negativo si abre hacia abajo

Este subtema incluye los criterios que los estudiantes emplean para determinar el signo de la medida de un ángulo. Para los estudiantes E1, E2, E5, E6, E9, E12 y E15, el criterio principal es la dirección en la que se abren los lados del ángulo. En sus respuestas, consideran que un ángulo es positivo si sus lados se abren hacia arriba, mientras que lo clasifican como negativo si se abren hacia abajo. Por ejemplo, algunos expresaron ideas como: “El ángulo es positivo si abre hacia arriba” y “El ángulo es negativo si abre hacia abajo” (ver extracto del diálogo con E6).

Investigador: *Dibuja un ángulo positivo y otro negativo*

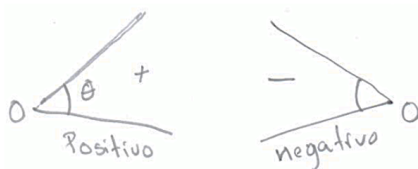
E6: *Sí. El ángulo positivo debe tener sus lados para arriba [dibuja un ángulo con lados orientados de forma ascendente desde el vértice], mientras que el negativo debe abrir hacia abajo [dibuja un ángulo con lados orientados de forma descendente desde el vértice]*

Un ángulo es positivo si se abre a la derecha y negativo si abre a la izquierda

Este subtema se refiere a la concepción de que el signo de la magnitud de un ángulo está determinado por la dirección en la que sus lados se abren: hacia la derecha o hacia la izquierda. Esta interpretación fue manifestada por los estudiantes E7, E8, E10, E16 y E20, quienes emplearon expresiones como: “Un ángulo es positivo si abre a la derecha” y “Un ángulo es negativo si abre hacia la izquierda” (ver Figura 2). Esto refleja una concepción alternativa del concepto de ángulo, basada principalmente en percepciones visuales y no necesariamente en definiciones formales.

Figura 2

E10 dibuja un ángulo positivo y otro negativo en la tarea 2



Nota. Fuente: Obtenida de los datos.

La medida del ángulo como la longitud del arco angular

Esta idea fue identificada en cinco estudiantes: E10, E12, E14, E15 y E18, al resolver las tareas 3 y 4, que les pedían determinar, a partir de una figura, si existía un ángulo de mayor medida en la representación y comparar la magnitud de dos ángulos dados. En este contexto, los estudiantes interpretaron que los arcos angulares representados correspondían a ángulos distintos y concluyeron que el ángulo asociado al arco más grande era el de mayor magnitud. Esto se evidenció en afirmaciones como: “Cada ángulo posee un arco diferente, y por lo tanto, su medida también lo es”; “Los ángulos son distintos; si el arco es mayor, el ángulo también lo será”; y “A mayor arco, mayor ángulo asociado”. Un ejemplo de esta concepción se presenta en el extracto de la entrevista con el estudiante E18 y su producción escrita (ver Figura 3).

La medida del ángulo como la longitud del arco angular

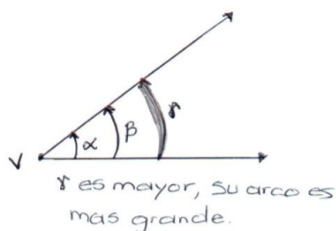
Esta idea fue identificada en cinco estudiantes: E10, E12, E14, E15 y E18, al resolver las tareas 3 y 4, que les pedían determinar, a partir de una figura, si existía un ángulo de mayor medida en la representación y comparar la magnitud de dos ángulos dados. En este contexto, los estudiantes interpretaron que los arcos angulares representados correspondían a ángulos distintos y concluyeron que el ángulo asociado al arco más grande era el de mayor magnitud. Esto se evidenció en afirmaciones como: “Cada ángulo posee un arco diferente, y por lo tanto, su medida también lo es”; “Los ángulos son distintos; si el arco es mayor, el ángulo también lo será”; y “A mayor arco, mayor ángulo asociado”. Un ejemplo de esta concepción se presenta en el extracto de la entrevista con el estudiante E18 y su producción escrita (ver Figura 3).

Investigador: *En la figura, ¿existe un ángulo que tenga mayor medida?*

E18: *Bueno, el mayor debe ser γ , por que este arco es el más grande de los tres [remarca el arco angular que denota a γ]. Yo considero que la medida del ángulo queda determinada por la medida del arco*

Figura 3

E18 interpreta el ángulo como la medida del arco angular en la tarea 3



Nota. Fuente: Obtenida de los datos.

La medida del ángulo en función de la longitud de sus lados

Otra de las ideas que emergieron en las respuestas de los estudiantes al interpretar el concepto de ángulo fue la concepción alternativa de que su medida depende del tamaño de los lados que lo conforman. Este enfoque se evidenció en las respuestas de los participantes E1, E2, E7, E17 y E20 al abordar la tarea 4, donde expresaron ideas como: “El ángulo que tiene lados más grandes es mayor”, “Los lados indican que es más grande el ángulo” y “El ángulo con lados más pequeños es menor” (ver extracto del diálogo con E20). A manera de hipótesis esta concepción alternativa pudiera surgir debido a la forma en que se introduce este concepto en el aula. Con frecuencia, los ángulos se presentan mediante dibujos donde los lados tienen longitudes específicas, lo que lleva a los estudiantes a asociar intuitivamente el tamaño de los lados con la magnitud del ángulo.

Investigador: ¿Cuál de los siguientes ángulos tiene mayor medida?

E20: Yo considero que el del b), porque si lo observamos tiene sus lados más grandes en comparación con el del a); bueno eso se puede ver en el dibujo

Investigador: ¿Cómo medirías los ángulos?

E20: Con la regla, mido los lados

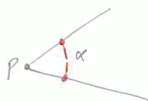
El ángulo interpretado como una distancia

Esta concepción alternativa alude a la interpretación del ángulo como la distancia entre los dos lados que lo conforman. Se observó en los participantes E6, E8, E12, E13 y E20, especialmente al responder la tarea 1. Esta idea quedó manifestada mediante expresiones como: “El ángulo es la distancia que hay entre sus lados”, “El ángulo es la longitud entre las rectas” o “El ángulo es la medida de la separación entre sus lados” (ver Figura 4). Esta interpretación refleja una comprensión limitada del concepto, ya que los estudiantes perciben el ángulo como una medida lineal, en lugar de entenderlo como una medida angular. Esto indica la necesidad de fortalecer la comprensión de este importante concepto matemático.

Figura 4

E20 interpreta el ángulo como la distancia entre sus lados en la tarea 1

el ángulo es la distancia entre sus lados



Nota. Fuente: Obtenida de los datos.

Resultados

Los resultados revelan que los estudiantes presentaron diversas concepciones alternativas vinculadas con el concepto de ángulo. En total, se identificaron cinco concepciones alternativas: *el ángulo entendido como área, el signo de un*

ángulo depende de la dirección en la que se orientan sus lados, la medida del ángulo como la longitud del arco angular, la medida del ángulo en función de la longitud de sus lados y, el ángulo interpretado como una distancia. Estas concepciones reflejan una visión más estática que dinámica del concepto de ángulo, coincidiendo con los hallazgos de Agudelo y Planas (2022) en su revisión de la literatura, lo cual indica que los participantes tienen una comprensión limitada de este concepto, lo cual subraya la necesidad de un enfoque didáctico que promueva la naturaleza dinámica del ángulo y su relación con situaciones geométricas y cotidianas. Además, se evidencia una desconexión entre la definición formal de ángulo y su aplicación en contextos concretos.

La concepción alternativa más común entre las respuestas de los estudiantes fue la idea de *interpretar el ángulo como un área*. La noción del ángulo como la región formada entre sus lados-vértice o vértice-lados-arco que los conecta, se basa en una perspectiva estática del concepto (Clements & Burns, 2000). Sin embargo, esta definición por sí sola no permite construir una comprensión sólida, ya que necesita complementarse con una visión dinámica que conciba el ángulo como la amplitud de giro de una recta respecto a un punto en ella (Kim & Lee, 2014). Este hallazgo es consistente con lo reportado por Mitchelmore y White (2000), quienes señalan que los estudiantes de nivel preuniversitario suelen interpretar el ángulo como una región, lo que a menudo genera una comprensión limitada y da lugar a errores conceptuales (Torres & Sánchez, 2023).

En relación con la concepción alternativa de que *el signo de un ángulo depende de la dirección en la que se orientan sus lados*, doce estudiantes centraron su atención en la dirección de los lados del ángulo como criterio para identificar su signo. Este hallazgo coincide con lo reportado por Martínez-Tecolapa (2008) en estudiantes de una zona urbana de NMS, lo que sugiere que, independientemente del tipo de zona, la enseñanza y el aprendizaje del concepto de ángulo tienen poco alcance.

Un hallazgo relevante de este estudio fue *la interpretación del ángulo como la longitud del arco que lo define*. Aproximadamente una cuarta parte de los estudiantes sostuvo que la medida de un ángulo corresponde a la longitud del arco asociado, sugiriendo que, a mayor longitud del arco, mayor es el ángulo. Esta idea se asemeja a la concepción observada en estudiantes de nivel básico en investigaciones previas (Devichi & Munier, 2013; Mitchelmore, 1998). Es probable que esta concepción surja debido a las diversas definiciones presentadas en los libros de texto (Rotaeche & Montiel, 2017; SEP, 2023), donde el ángulo a menudo se introduce en el contexto de círculos y sectores circulares, lo que facilita una representación visual. Este hallazgo es preocupante, ya que refleja una comprensión limitada y distorsionada del concepto de ángulo entre los estudiantes.

En adición a lo anterior, otra concepción alternativa evidenciada por los estudiantes fue *la interpretación de la medida de un ángulo en función de la longitud de sus lados*. Esta idea puede surgir debido a una confusión entre las características geométricas de los ángulos y las de los segmentos que los forman. Al observar un ángulo, es común que los estudiantes perciban los lados como elementos clave para definir su tamaño, asociando erróneamente su longitud con la amplitud del ángulo. Esta concepción podría originarse por la influencia de representaciones visuales en los libros de texto o por experiencias previas (Rotaeche & Montiel, 2017; SEP, 2023), donde los ángulos se muestran en figuras en las que la longitud de los lados parece estar relacionada con la apertura del ángulo.

En la misma vertiente, otra concepción alternativa detectada en las producciones de los estudiantes es *la interpretación del ángulo como una distancia*. Este hallazgo resulta novedoso en la literatura sobre educación matemática respecto al concepto de ángulo y puede explicarse desde la perspectiva visual. Al observar un ángulo, los lados parecen alejarse a medida que el ángulo se abre, lo que podría llevar a los estudiantes a percibirlo como una medida de la distancia entre dichos lados. No obstante, esta interpretación se muestra insuficiente para ángulos de 0° , 180° y 360° , lo que la convierte en una visión parcial y sesgada del concepto (Casas & Luengo, 2005; Fyhn, 2007; Munier & Merle, 2009).

Los resultados de este estudio sugieren una similitud con hallazgos de investigaciones previas realizadas en diversas poblaciones. Esto nos lleva a formular la hipótesis de que la enseñanza de las matemáticas no logra integrar adecuadamente el contexto y la cultura de los estudiantes al abordar conceptos como el de ángulo. Esta carencia afecta directamente el proceso de aprendizaje y pone en evidencia la limitada influencia de la instrucción formal en la comprensión de dicho concepto. Además, resalta el rezago académico que enfrentan las comunidades rurales, marcado por las múltiples carencias que estas experimentan (Blanco & Blanco, 2009; Clarkson, 2004; Schemelkes, 2014; García, 2014).

Es fundamental que futuras investigaciones se centren en examinar el conocimiento que los profesores de matemáticas utilizan en su práctica educativa al enseñar conceptos como el de ángulo, especialmente en contextos rurales y en los distintos niveles educativos. También sería útil proponer diseños que integren las nociones matemáticas con las experiencias cotidianas de los estudiantes. Esta estrategia podría fortalecer el aprendizaje en estas comunidades, haciendo que los conceptos sean más relevantes y accesibles para los estudiantes.

Referencias

- Agudelo, J. G. R., & Planas, N. (2022). Retos de alumnos de 11-15 años en el aprendizaje del concepto de ángulo: Una revisión de literatura para diseñar tareas profesionales. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 479–487). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM
- Alyami, H. (2023). Defining radian: provoked concept definitions of radian angle measure. *Research in Mathematics Education*, 25(2), 154–177.
- An, S., & Wu, Z. (2012). Enhancing mathematics teachers' knowledge of students' thinking from assessing and analyzing misconceptions in homework. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 717–753.
- Biber, C., Tuna, A., & Korkmaz, S. (2013). The mistakes and the misconceptions of the eighth-grade students on the subject of angles. *European Journal of science and mathematics education*, 1(2), 50–59.
- Blanco, B., & Blanco, L. J. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números*, 71, 75–85.
- Bostan, A. (2016). Conceptual level of understanding about sound concept: Sample of fifth grade students. *e-International Journal of Educational Research*, 7(1), 87–97.
- Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. En H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, & K. J. Sher (Eds.), *APA handbook of research methods in psychology, vol. 2. Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and biological* (pp. 57–71). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/13620-004>
- Bütüner, S. Ö., & Filiz, M. (2017). Exploring high-achieving sixth grade students' erroneous answers and misconceptions on the angle concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(4), 533–554.
- Casas, L., & Luengo, L. (2005). Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(2), 201–216.
- Chhabra, M., & Baveja, B. (2012). Exploring minds: Alternative conceptions in science. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 55, 1069–1078. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.599>
- Chi, M. T. H., Roscoe, R. D., Slotta, J. D., Roy, M., & Chase, C. C. (2012). Misconceived causal explanations for emergent processes. *Cognitive Science*, 36(1), 1–61. <https://doi.org/10.1111/j.1551-6709.2011.01207.x>
- Clarkson, P. C. (2004). Teaching mathematics in multilingual classrooms: The global importance of contexts. En I. P. Cheong, H. S. Dhindsa, I. J. Kyeleve, & O. Chukwu (Eds.), *Globalisation trends in science, mathematics and technical education* (pp. 9–23). Universiti Brunei Darussalam.
- Clements, D. H., & Burns, B. A. (2000). Students' development of strategies for turn and angle measure. *Educational Studies in Mathematics*, 41(1), 31–45.

- Confrey, J. (1990). A review of research on students' conceptions in mathematics, science and programming. En C. E. Cazden (Ed.), *Review of research in education* (pp. 3–56). American Educational Research Association. <https://doi.org/10.2307/1167350>
- Denbel, D. G. (2014). Students' misconceptions of the limit concept in a first Calculus course. *Journal of Education and Practice*, 5(34), 24–40.
- Devichi, C., & Munier, V. (2013). About the concept of angle in elementary school: Misconceptions and teaching sequences. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(1), 1–19.
- Díaz, L., & Kú, D. (2017). Construcción del concepto de ángulo en segundo grado de secundaria desde la teoría Apoe. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 2, 436–445.
- Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas en estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(3), 195–218.
- Fujii, T. (2020). Misconception and alternative conceptions in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 625–627). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_114
- Fyhn, B. (2007). A Climbing Class' Reinvention of Angles. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 19–35.
- García-García, J. (2014). El contexto cultural y la resolución de problemas: vistos desde el salón de clases de una comunidad Nuu Savi. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 50–73.
- García, J. (2018). *Conexiones matemáticas y concepciones alternativas asociadas a la derivada y a la integral en estudiantes del preuniversitario* [Tesis de Doctorado no publicada]. Universidad Autónoma de Guerrero, México. https://www.researchgate.net/profile/Javier_Garcia-Garcia4
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. En A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 517–545). Lawrence Erlbaum Associates.
- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones* (Vol. 3). Libros del Zorzal.
- Juárez, D., & Rodríguez, C. R. (2016). Factores que afectan a la equidad educativa en escuelas rurales de México. *Pensamiento Educativo*, 53(2), 1–15. <https://doi.org/10.7764/PEL.53.2.2016.8>
- Kaplan, A., Ozturk, M., & Ocal, M. F. (2015). Relieving of misconceptions of derivative concept with de- rive. *International Journal of Research in Education and Science*, 1(1), 64–74. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED564414.pdf>
- Kastberg, S. E. (2002). *Understanding mathematical concepts: the case of the logarithmic function* [Tesis de Doctorado no publicada]. University of Georgia, USA.

- Kaur, H. (2020). Introducing the concept of angle to young children in a dynamic geometry environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(2), 161–182.
- Kim, O. K., & Lee, J. H. (2014). Representations of angle and lesson organization in Korean and American elementary mathematics curriculum programs. *KAERA Research Forum*, (1), 28–37.
- López, G., & Tinajero, G. (2011). Los maestros indígenas ante la diversidad étnica y lingüística en contextos de migración. *Cuadernos de Comillas*, 1, 5–21.
- López, L., Beltrán, A., & Pérez, M. A. (2014). Deserción escolar en universitarios del centro universitario UAEM Temascaltepec, México: estudio de caso de la licenciatura de Psicología. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 7(1), 91–104.
- Lucariello, J., Tine, M. T., & Ganley, C. M. (2014). A formative assessment of students' algebraic variable mis- conceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 30–41. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.09.001>
- Martínez-Tecolapa, D. (2008). *Un estudio de la evolución didáctica de las funciones trigonométricas: El caso del concepto de ángulo* [Tesis de Maestría no publicada]. Universidad Autónoma de Guerrero. México.
- Mevarech, Z., & Kramarsky, B. (1997). From verbal description to graphic representation: Stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 32(3), 229–263. <https://doi.org/10.1023/A:1002965907987>
- Mitchelmore, M., & White, P. (2000). Development of Angle Concepts by Progressive Abstractions and Generalization. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 209–238.
- Mithcelmore, M. C. (1998). Young students' concepts of turning and angle. *Cognition and Instruction*, 16(3), 265–284.
- Munier, V., & Merle, H. (2009). Interdisciplinary Mathematics-Physics Approaches to Teaching the Concept of Angle in Elementary School. *International Journal of Science Education*, 31(14), 1857–1895. <https://doi.org/10.1080/09500690802272082>
- Narjaikaewa, P. (2013). Alternative conceptions of primary school teachers of science about force and motion. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 88(2), 250–257.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. National Council Teachers of Mathematics.
- Özen-Ünal, D., & Ürün, O. (2021). Sixth grade students' some difficulties and mis-conceptions on angle concept. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 27, 125–154. <https://doi.org/10.14689/enad.27.7>
- Pachuca, Y., & Zubieta, G. (2020). Definiciones e imágenes del concepto de ángulo y su medida en estudiantes que inician la educación superior. *Educación Matemática*, 32(1), 38–66. <https://doi.org/10.24844/EM3201.03>

- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2018). *PLANEA Resultados nacionales de logro en EMS. Lenguaje y comunicación, matemáticas*. INEE.
- Rotaeché, R. A., & Montiel, G. (2017). Aprendizaje del concepto escolar de ángulo en estudiantes mexicanos de nivel secundaria. *Educación matemática*, 29(1), 171–200.
- Salgado-Beltrán, G., & García-García, J. (2024). Concepciones alternativas sobre el concepto de pendiente en estudiantes de nivel medio superior de una zona rural. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 15, e1942. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v15i0.1942
- Schmelkes, S. (2014). El derecho a la educación. En M. N. Orduña (Ed.), *El derecho a una educación de calidad. Informe 2014* (pp. 9-16). Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). *La Nueva Escuela Mexicana*. SEP.
- Serhan, D. (2015). Students' understanding of the definite integral concept. *International Journal of Research in Education and Science*, 1(1), 84–88.
- Tanguay, D., & Venant, F. (2016). The semiotic and conceptual genesis of angle. *ZDM—Mathematics Education*, 48(6), 875–894. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0789-5>
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 127–146). Macmillan.
- Torres, R., & Sanchez, M. (2023). Tratamiento del concepto de ángulo en los textos escolares de enseñanza básica en Chile. Contextos Educativos. *Revista de Educación*, 32, 289–304.
- Yağbasan, R., & Gülçiçek, A. G. Ç. (2003). Caracterización de los errores conceptuales en la enseñanza de las matemáticas. *Pamukkale üniversitesi eğitim fakültesi dergisi*, 13(13), 102–120.