

Colaboración entre docentes e investigadores en la enseñanza de las matemáticas. Aportes para la formación docente

David Block Sevilla ¹ 

Yesenia Castaño Torres ² 

María Laguna ³ 

Rosvel Rodríguez ⁴ 

Resumen

En este texto se explora la colaboración entre docentes e investigadores en didáctica de las matemáticas como un camino para la formación docente. Se presentan tres estudios sobre la enseñanza de las matemáticas en el nivel básico, uno en preescolar, sobre el tratamiento de la información, y dos en secundaria, orientados respectivamente a la geometría y a la multiplicación de números racionales. Después de una breve caracterización teórica y metodológica de los estudios, se muestran algunos resultados, con énfasis en los aportes que la experiencia tuvo para la formación de los docentes participantes. El análisis se basa en datos cualitativos de clases y reuniones colectivas, explorando las condiciones bajo las cuales los docentes se apropian de los aportes de la investigación y las formas en que su experiencia enriquece los diseños didácticos. Se argumenta que el análisis conjunto de los hechos ocurridos en el aula permite a los docentes profundizar en su comprensión del contenido matemático implicado, mientras se favorecen procesos de apropiación del enfoque didáctico subyacente.

Palabras clave

Trabajo colaborativo, formación docente, enseñanza de las matemáticas, educación secundaria, educación preescolar

¹ dblock@cinvestav.mx

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

² yesenia.torres@cinvestav.mx

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

³ mgrios@cinvestav.mx

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

⁴ rosvel.castro@cinvestav.mx

Investigador independiente

Block Sevilla, D., Castaño Torres, Y., Laguna, M., & Rodríguez, R. (2025). Colaboración entre docentes e investigadores en la enseñanza de las matemáticas. Aportes para la formación docente. En E. L. Juárez Ruiz, & L. A. Hernández Rebolledo (Eds.), *Tendencias en la Educación Matemática 2025* (pp. 179–202). Editorial SOMIDEM.. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2025/01-08>

Introducción

Desde el campo de la Didáctica de la Matemática se ha documentado que los diseños didácticos que derivan de la investigación no impactan en las prácticas de la enseñanza como se espera. Investigaciones al respecto (Bednarz, 2004; Bednarz et al., 2001) señalan que las transformaciones que sufren estos diseños cuando son experimentados en aulas comunes han dejado ver reiteradamente un alejamiento de las intenciones originales de los investigadores, así como la dificultad que implica para los docentes implementarlas en sus aulas (Artigue, 2011).

Gracias a diversos estudios sobre la práctica docente (Bednarz et al., 2001; Block et al., 2007; Mercado, 2002; Rockwell & Mercado, 1988), hoy en día sabemos que los maestros necesitan apropiarse de las propuestas didácticas para poderlas implementar y para ello, necesariamente las transforman a partir de sus conocimientos y de sus condiciones de trabajo. Al visibilizar la necesidad de los docentes de “ajustar” las propuestas que les llegan de la investigación, así como la singularidad de sus contextos de práctica y los condicionamientos que estos imponen a su enseñanza, se avanzó en la comprensión de cuestiones más profundas vinculadas a los procesos de formación y actualización docente, así como a las prácticas de investigación en didáctica de las matemáticas (Sadovsky, 2024). Así, con respecto a la formación, se observa que los cursos impartidos por expertos no han generado cambios significativos en las aulas, principalmente porque suelen estar desconectados de las prácticas reales de los docentes, de las dificultades que enfrentan y de las condiciones institucionales en las que se desarrollan (Block et al., 2013; Savoie-Zajc & Descamps-Bednarz, 2007); en cuanto a la investigación didáctica, la visión tradicional de investigadores y docentes ha reflejado un dualismo entre teoría y práctica. Los investigadores tienden a definir los problemas de enseñanza desde una postura teórica, mientras que los docentes, atrapados en su relación práctica con el trabajo (Morales et al., 2017; Sensevy, 2011), son considerados como ejecutores de las propuestas y de los productos generados por los investigadores.

Frente a lo anterior, se ha hecho visible la necesidad de estrechar la relación entre los componentes teóricos y prácticos de la enseñanza y, en consecuencia, que investigadores en didáctica y docentes se involucren juntos en el análisis de las cuestiones de este campo (Sadovsky, 2024), dando lugar a la producción de un conocimiento situado, vinculado a las necesidades de la práctica y a los contextos de acción específicos de los docentes. Los enfoques colaborativos aparecen como una alternativa para que docentes e investigadores, trabajando en conjunto, comprendan mejor la complejidad de las prácticas docentes y reformulen los problemas de enseñanza a partir de los aportes de unos y otros (Sadovsky, 2024). En ese sentido, la colaboración

constituye una oportunidad para impactar en la formación de todos los involucrados (Bednarz, 2004; Desgagné et al., 2001; Savoie-Zajc & Descamps-Bednarz, 2007).

En otros textos (Laguna et al., 2024; Castaño & Block, 2023) hemos discutido sobre la relevancia de este enfoque para construir conocimientos didáctico-matemáticos más ajustados a las necesidades de la práctica; en esta ocasión nos interesa destacar las contribuciones al desarrollo profesional de los profesores participantes identificadas en tres estudios colaborativos que involucran distintos niveles de escolaridad y conocimientos matemáticos específicos: el tratamiento de la información en preescolar, la geometría y los números racionales en secundaria. Centraremos el análisis en torno a la pregunta ¿De que maneras la participación de los docentes en proyectos colaborativos abona a su formación?

Marco teórico

La investigación colaborativa entre investigadores y docentes se caracteriza por el propósito de reducir la brecha entre investigación y práctica investigando “con los maestros” y no “sobre los maestros” (Bednarz, 2004; Desgagné et al., 2001), y por la intervención de los investigadores en el objeto de estudio (Roditi & Trgalova, 2016). Asimismo, puede vincularse con tradiciones de larga trayectoria como la investigación-acción educativa (Barbier, 1996) o la investigación basada en el diseño (Cobb et al., 2003).

En el caso de nuestros trabajos, dos referentes importantes han sido la investigación colaborativa de la escuela canadiense (Bednarz, 2004; Desgagné et al., 2001), en relación con el propósito de crear una sinergia entre la investigación y los procesos de formación de docentes, y la ingeniería cooperativa de la escuela francesa (Sensevy et al., 2013), en lo que respecta a la generación de conocimientos didácticos, incluyendo propuestas didácticas más viables de implementarse en aulas de enseñanza regular. Compartimos algunas ideas comunes a estos dos enfoques, como la conceptualización de los hechos didácticos, en la que maestros e investigadores se asumen como co-constructores de un saber vinculado a la práctica (Savoie-Zajc & Descamps-Bednarz, 2007) o como “ingenieros en didáctica” (Sensevy et al., 2013), cada uno con su propia lógica y especialidad, persiguiendo un mismo fin: la mejora de la enseñanza.

Subyace a estas corrientes una concepción del saber práctico docente como una construcción social dinámica, influenciada por experiencias, teorías y prácticas cotidianas (Mercado, 2002). Estos saberes evolucionan con la reflexión y la experiencia, permitiendo a los docentes adaptarse a las necesidades cambiantes de sus estudiantes. El proyecto de adaptar las propuestas didácticas conjuntamente con los investigadores, de manera que sean propicias para el aprendizaje de los alumnos y, al mismo tiempo, viables de imple-

mentarse en las aulas en las condiciones en las que se desarrolla la práctica de los docentes, descansa en una concepción del docente como un “actor racional” y sujeto de conocimiento (Tardif, 2004).

Para el análisis de los cambios que sufren las propuestas didácticas al pasar por el tamiz de los maestros y los investigadores y de los propios alumnos, en el marco de un proceso colaborativo, así como para desentrañar la manera en que este proceso aporta al desarrollo profesional de los docentes, retomamos de los estudios socioculturales de la práctica docente el concepto de apropiación de propuestas didácticas. La apropiación es concebida “como un proceso social activo en el que los maestros construyen y reelaboran sentidos y saberes a partir del uso de las nuevas herramientas que les son propuestas” (Espinosa & Mercado, 2009, p. 331). Con este concepto queremos poner en primer plano el hecho de que los maestros interpretan y transforman las propuestas para poderlas llevar a sus aulas, incluso cuando están vinculadas a un proceso de reconstrucción por un colectivo de investigadores y otros docentes. Estas transformaciones establecen una distancia entre las condiciones previstas en el diseño y lo que finalmente ocurre en las implementaciones (Laguna, 2016), y contribuyen a la construcción de saberes sobre las propuestas y sobre la propia práctica por parte del maestro.

Finalmente, para el análisis y rediseño de las situaciones didácticas que consideramos en nuestras experiencias, recurrimos a algunos conceptos de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD; Brousseau, 1998), empezando por la consideración constructivista que enfatiza el papel central de la resolución de problemas en el aprendizaje de las nociones matemáticas. Esto implica que la noción que se desea enseñar se pone en juego a través de interacciones con un medio “adidáctico” cuidadosamente planificado. Otras características de este tipo de situaciones son la posibilidad que ofrecen a los estudiantes para verificar por sí mismos si su resolución fue exitosa o no, y la necesidad de momentos de institucionalización, en los que los conocimientos que fueron puestos en juego en la resolución se vinculan explícitamente con los saberes culturales, y en los que el papel del docente es determinante, pues conduce los procesos de explicitación y socialización del conocimiento implícito que se ha desarrollado. Por otra parte, en cada estudio recurrimos a aportes de la investigación sobre los temas de matemáticas que se abordan.

Método

Los tres estudios, realizados en el marco de tesis de maestría (Castaño, 2021; Laguna, 2016; Rodríguez, 2024), comparten varias características metodológicas propias de la investigación colaborativa. Así, para la recolección de datos, se propuso a los docentes en servicio una secuencia didáctica sobre un contenido específico, la cual fue analizada previamente e imple-

mentada en sus grupos escolares, durante un periodo de tiempo breve entre cuatro y 15 semanas; los investigadores, y en algunos casos algunos maestros, observaron clases, las cuales fueron grabadas en video y posteriormente transcritas; y, finalmente, se sostuvieron reuniones colectivas y/o entrevistas, que también fueron grabadas y transcritas.

Para el análisis de los datos se consideraron dos fuentes: 1) las clases de los maestros, a partir de los presupuestos explicitados previamente —el propósito didáctico, los procedimientos esperados de los alumnos, las acciones del docente previstas— y teniendo en cuenta tanto la relación entre el desempeño de los alumnos y las características de las situaciones —relación anticipada desde los análisis previos de las situaciones—, así como las transformaciones que cada docente imprimió a la situación en la implementación, sus causas y efectos posibles; y 2) las reuniones colectivas, valoradas desde los aportes de los docentes e investigadores, identificando ciertas regularidades o tensiones que permitieron integrar los resultados de dichas implementaciones con la comprensión de la transformación activa que los docentes llevan a cabo durante la práctica.

Otras características metodológicas, en cambio, difieren entre los tres estudios. Por ejemplo, varió el formato presencial o virtual de los encuentros entre investigadores y maestros, así como las condiciones en las que se reflexionaba sobre las implementaciones de las secuencias: una reflexión colectiva entre el maestro y el investigador, o una colectiva, involucrando a todos los maestros participantes y a los investigadores de forma simultánea. También fueron distintos los recursos utilizados para enriquecer dicha reflexión: observaciones en el aula por parte de un investigador o de otro maestro, o entrevistas individuales a los docentes. Finalmente, la manera en que se concretó la condición de *iteración* (Sensevy et al., 2013) también fue distinta, con las clases implementadas por los diferentes docentes al mismo tiempo, o con una clase anticipada que los demás podían ver antes de implementar la propia. A continuación, se presentan algunas cuestiones metodológicas adicionales de cada uno de los estudios.

El estudio en preescolar. La experiencia se llevó a cabo entre mayo y junio de 2015 en el estado de Michoacán, México. Se implementó una secuencia de tratamiento de la información a lo largo de seis clases con dos grupos de tercer grado de preescolar de 4 a 5 años. Las titulares de ambos grupos, Emilia¹ y Ximena, con 10 años de servicio, tenían cierta familiaridad con el enfoque didáctico subyacente a la secuencia desarrollada. En este texto se presenta lo ocurrido con el grupo de la maestra Ximena, quien trabajaba en un jardín de niños con jornada de tiempo completo, 6 horas, en la ciudad de Morelia. La metodología que se empleó, Ingeniería de Desarrollo (Perrin-

¹ Los nombres de los docentes fueron cambiados en las tres investigaciones.

Glorian, 2011), incluyó la realización de un taller previo a la implementación, reuniones a lo largo del proceso, y entrevistas individuales con las maestras.

Los estudios en secundaria. La experiencia sobre la enseñanza de la geometría se llevó a cabo en 2019 con cuatro docentes: Lili, Ignacio, Sara, Fabio, provenientes de dos escuelas distintas, quienes contaban con más de 10 años de servicio. Los grupos de primer año tenían entre 35 y 40 alumnos y sus edades estaban entre los 13 y 14 años. La dinámica de trabajo con los docentes, que denominamos *dispositivo* en la investigación, consideró tres situaciones didácticas y se basó en la alternancia de las sesiones colectivas entre los investigadores y los maestros, y la implementación de la secuencia por parte de estos últimos con sus grupos de alumnos; todos los maestros implementaban la misma situación en la misma semana. Estas sesiones cumplían un doble propósito: analizar las clases recién impartidas y planear la clase siguiente.

En el estudio sobre la enseñanza de la multiplicación de números racionales participaron cinco docentes: Sara, Graciela, Tere, Lola, Aldo. La experiencia se llevó a cabo entre enero y abril del 2023. El *dispositivo* diseñado constó, para cada una de las tres situaciones didácticas estudiadas, de un ciclo conformado por cinco momentos: 1) una sesión colectiva de análisis previo de la situación que sería implementada; 2) la implementación por una sola profesora, con conocimiento y experiencia en el enfoque didáctico subyacente, de la situación en una “clase anticipada”. Dicha clase fue filmada y distribuida entre los demás profesores, quienes pudieron verla y analizarla antes de implementar en sus grupos; 3) una sesión de análisis colectivo de la clase anticipada; 4) la implementación de la situación en las clases por los demás profesores; y 5) una sesión de análisis colectivo de las experiencias. Para esta investigación, las sesiones colectivas se desarrollaron de forma virtual.

Resultado

En este apartado analizamos algunos episodios de cada uno de los tres estudios, basándonos en las dos fuentes de datos, las clases de los maestros y las reuniones colectivas. Si bien cada estudio responde a preguntas de investigación específicas, aquí se enfatizan las aportaciones que se identificaron en la formación de los docentes.

El tratamiento de la información en preescolar

La investigación tuvo como propósito conocer las transformaciones que realizan dos maestras de preescolar en relación con propuestas didácticas de tratamiento de la información diseñadas exprofeso. Del proceso de reconstrucción de las secuencias se buscó indagar: ¿Qué se modifica?, ¿En qué medida las transformaciones enriquecen o debilitan la situación?, ¿Cómo

afectan al propósito original?, y ¿Qué factores las propician? Se encontró que, *i)* las transformaciones realizadas por las maestras no solo conservaron el sentido de las secuencias, sino que lo enriquecieron (Laguna & Block, 2020a); *ii)* al desviarse de lo previsto, se revelaron características únicas de la forma en que las educadoras se apropiaron de las situaciones; y *iii)* la reconstrucción de las situaciones favoreció la construcción de conocimientos didáctico-matemáticos que se configuraron como aportes a la práctica docente.

En este apartado se da seguimiento al caso de la maestra Ximena, cuando implementa la situación de la encuesta. Esta situación formaba parte de una secuencia más amplia en la que se articulaban tres recursos: la receta, la gráfica y la encuesta, en torno a la actividad de hacer gelatinas. Se presenta un ejemplo breve de las transformaciones que realizó la maestra Ximena al diseño inicial y de cómo estas modificaciones fueron conceptualizadas en reflexiones posteriores.

La situación de la encuesta. Con motivo de que los alumnos del grupo A prepararían gelatinas para los niños del grupo B, se planteó la elaboración de registros cuyo objetivo era identificar la preferencia de sabor entre dos opciones por parte de los niños del grupo B. Para obtener la información se propuso una organización por equipos —A-B—. Cada equipo encuestador tendría que decidir qué preguntar y cómo registrar la información obtenida del equipo encuestado.

Para el registro, se previó que los niños usarían numerales, marcas de conteo, dibujos, símbolos y/o escrituras. La relación entre los datos niños-sabores representaría el mayor reto: podría presentarse en forma de listado o en columnas y renglones, acercándose a un formato de tabla. Se buscó que los niños participaran en las tareas de manera autónoma, sin que las docentes propusieran anticipadamente formas específicas de registrar, organizar o recuperar la información. La elaboración de registros daría lugar a la institucionalización de “la encuesta” como una forma de obtener datos que reflejaran las preferencias de otros.

Se contemplaron tres momentos para validar el formato de la encuesta: primero, al reportar a la docente cuántas gelatinas necesitaban de cada sabor, donde se esperaba que los alumnos se dieran cuenta de si la forma en que obtuvieron la información les permitía reflejar la relación niños/sabor. En segundo lugar, al contrastar formatos de registro durante la puesta en común, identificando los más eficaces. Y finalmente con ayuda del registro, al entregar a cada niño del grupo B la gelatina del sabor que pidió.

Interpretación de la partitura: un ejemplo de apropiación de la maestra Ximena. A la diversidad de formas de desarrollar “buenas clases” a partir de una misma situación se le denominó “interpretación de la partitura”, aludiendo al oficio de un director de orquesta que interpreta y adapta una

pieza musical según su visión particular, obteniendo así una “versión” de esta (Laguna et al., 2024). Para ilustrar la interpretación realizada en un grupo específico, el de Ximena, se retomaron dos momentos concretos, *i*) el planTEAMIENTO de la encuesta, que trajo consigo notables transformaciones respecto al diseño inicial, y *ii*) la recuperación de la segunda fase de validación, que parecía haberse diluido con los cambios.

Un inicio imprevisible: seguir las propuestas de los niños. En contraste con lo previsto en la situación de la encuesta, la maestra Ximena planteó el problema de manera grupal, lo que favoreció una discusión colectiva en lugar de un trabajo por equipos.

Ximena: [...] *¿Les gustaría que les hiciéramos una gelatina a los niños del grupo B? [dicen que sí] Oigan, pero ¿cómo vamos a saber si un niño quiere de uva o quiere de fresa?* [eran los sabores disponibles]

Derivado del planteamiento de su maestra, los alumnos comenzaron a aportar ideas para recuperar las preferencias de sabores del grupo B. A medida que surgían las propuestas, la docente devolvía la información al grupo para analizar su viabilidad, dando cauce a las sugerencias: “¿Qué pregunta le vamos a poner? ¿Cómo podemos empezar?” (Ximena). La dinámica grupal los llevó a tomar decisiones conjuntas que se generalizaron para todos: encuestar uno a uno, anotar la información “en un papel”, y definir “qué diría” ese papel. Estas decisiones provocaron transformaciones significativas en comparación con lo que se había previsto en el diseño inicial. Sin embargo, los niños pudieron asumir la responsabilidad del problema y organizarse para recabar la información, que era el objetivo de la actividad.

Al final, se obtuvo un formato de encuesta que se aplicó de forma individual, pero construido de forma colectiva, concluyendo lo siguiente: en la parte superior de la hoja de registro iría el nombre del encuestador, seguido de la pregunta: “Hay dos opciones de gelatina, fresa y uva; ¿de qué sabor quieres?”. La respuesta del encuestado sería señalada con una marca de conteo [✓] encima del sabor elegido —dentro de la pregunta escrita—. El nombre del encuestado se registraría en la parte inferior.

Después de elaborar el formato, la maestra implementó una simulación de cómo harían la encuesta. Las demostraciones, ejemplificaciones y prácticas previas son acciones que conforman una singularidad de la práctica de la maestra Ximena, quien realizaba este tipo de intervenciones de manera constante para garantizar que sus alumnos comprendieran las consignas (Laguna, 2016). Debido a esta particularidad, le pudo resultar conflictivo “soltar” a los niños en la actividad con poca información previa, dejando las decisiones en manos de los equipos, lo que probablemente la llevó a generar y sostener la dinámica grupal. Estas acciones particulares constituyen un “repertorio” que refleja la identidad de los individuos en las prácticas cotidianas

(De Certeau, 1990) y, en este caso, son representativas de las formas en que la docente se apropia de un diseño.

Sin duda, estas transformaciones en la forma prevista de hacer la encuesta diluyeron la posibilidad de llevar a cabo el segundo momento de validación tal como estaba previsto. Sin embargo, aunque había un formato de encuesta predeterminado, algunos niños lo adaptaron a sus propias necesidades de registro: escribieron el sabor en lugar de marcarlo, omitieron la escritura de la pregunta y anotaron los nombres del encuestado y del encuestador de distintas formas (Laguna & Block, 2020b). Estas variaciones en el uso del formato grupal dieron pie a otro tipo de análisis que, como se verá a continuación, permitió recuperar la validación contrastando las diferentes formas de registro y las características del formato.

Un giro inesperado: recuperación del análisis de formatos. Al momento de recuperar la información individual de las encuestas —primera validación—, la maestra confrontó a los niños con una contingencia: algunos compañeros no asistieron ese día, pero el día anterior habían hecho su encuesta. Por lo tanto, era necesario recuperar la información de estos formatos para completar la tabla general.

En lugar de simplemente tomar la información de las encuestas de los niños ausentes, la educadora aprovechó esta situación para plantear una nueva actividad: repartió las encuestas entre equipos de dos o tres niños, quienes debían leer la información del formato y comunicársela a ella para que pudiera anotarla en la tabla. Aquí se resalta la flexibilidad de la secuencia como un atributo que admite modificaciones sin perder la estructura completa de la secuencia.

Como se ha señalado, las transformaciones que los docentes realizan a las propuestas didácticas son necesarias, pues permiten su viabilidad. En este caso, las modificaciones reflejan los saberes que la maestra Ximena ha construido con el tiempo, lo que le permite aprovechar las contingencias de las clases para dar lugar a experiencias singulares; incluso, para recuperar una fase importante de la secuencia que parecía perdida.

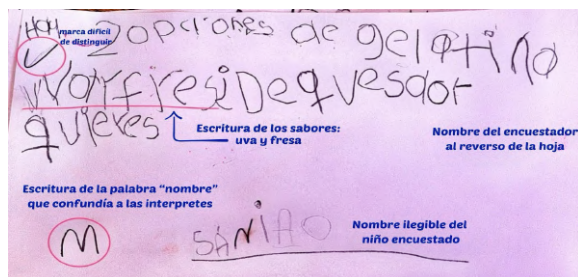
La lectura de formatos elaborados por otros generó discusiones enriquecedoras dentro de los equipos, debido a que no todos habían seguido las indicaciones “al pie de la letra” al momento del llenado. Debido a estas variaciones, requirieron un esfuerzo de interpretación por parte de los lectores. Este escenario marcó el inicio del segundo momento de validación. A continuación, se presenta un ejemplo ocurrido en un equipo conformado por dos niñas que no lograban interpretar los datos de la Figura 1.

En la Figura 1 se observa que los sabores están escritos sin espacios entre las palabras y que las representaciones de la *u* la *v* y la palomita *✓* son muy similares. Esto generó dificultad para que las niñas distinguieran los sabores escritos y determinaran cuál era el sabor elegido. La siguiente interacción

entre las niñas y la maestra Ximena evidencia las dificultades de interpretación y la forma en que la educadora las apoya sin resolverles directamente.

Figura 1

Encuesta “ajena” interpretada por dos alumnas



Ximena: *La persona que hizo la encuesta ¿si registró de qué sabor quería la gelatina?*

Alumna 1: *Parece que no porque yo no le veo uva ni fresa*

Alumna 2: *Aquí no se ve como el sabor*

Ximena: *Fíjense bien [devolución] y si no, me la regresan [A1 y A2 discuten sobre la escritura y logran identificar las palabras: uva y fresa]*

Alumna 1: *Maestra, aquí dice fresa y uva*

Ximena: *A ver, aquí encontraron que dice uva y fresa ¿dónde ven una señal [brinda ayuda] que marque algo del sabor?*

Alumna 2: *No se ve*

Alumna 1: *¿Uva?*

Ximena: *¿Por qué? [A1 señala la marca arriba de la palabra uva] Ah sí, ahí tiene la palomita*

Cuando las alumnas solicitaron ayuda debido a sus dificultades en la interpretación, la maestra les devolvió el problema: “fíjense bien” (Ximena), lo que las llevó a revisar detenidamente la encuesta. Esta segunda mirada les permitió a las alumnas discutir sobre la escritura de su compañero, alejándose de la idea estricta del formato y buscando dar sentido al texto y a las marcas escritas. Así, lograron distinguir las palabras “fresa” y “uva”. Al acudir con la educadora para mostrar su avance, reciben un nuevo apoyo de la maestra: “¿dónde ven una señal?” (Ximena). Con el trabajo conjunto entre las niñas y la docente, cada una ejerciendo su rol, se pudo recuperar la información recabada por el encuestador, y agregarla a la tabla.

Después de elaborar la tabla, la maestra compartió las dificultades de cada equipo con el resto del grupo. El análisis derivado de la actividad propuesta por la educadora se centró en las dificultades que surgieron al utilizar el formato acordado, como la falta o la ilegibilidad de nombres encuestador-encuestado, la falta de claridad en el marcado o escritura del sabor preferido, y los pros y contras de las distintas formas de llenado. La docente enfatizó en que, aunque algunos registraron de otra manera, lo

relevante era que pudieran entender su información y establecieron acuerdos sobre aspectos importantes a considerar para futuros registros: escribir claramente para que otros puedan entenderlo, no olvidar poner el nombre del encuestado y del encuestador, así como la posibilidad de usar taches [x] en lugar de palomitas para evitar confusión.

Reflexiones de la maestra Ximena sobre su propia práctica. Posterior a la implementación, se dialogó con la maestra Ximena para comprender cómo interpretaba los cambios que realizó al diseño de la encuesta y cómo, a pesar de las amplias transformaciones, logró recuperar los propósitos previstos en la situación. De este proceso, se resaltan dos conceptualizaciones que permiten, por un lado, mostrar lo que resulta relevante para la maestra al apropiarse de la propuesta, y, por otro, explicar los aportes de estas transformaciones al enriquecimiento de la situación didáctica.

a) Flexibilidad en la práctica. Una característica constante en la práctica de la maestra Ximena es la facilidad con que adapta las secuencias a lo que ocurre en su grupo, tomando las contingencias que surgen en las actividades como oportunidades de problematización. Según explica, es importante “tener flexibilidad en esto de la práctica”, y cuando ve aparecer propuestas de los niños, las incluye, a pesar de los cambios que esto implique.

b) Aprovechar el interés de los niños. Otra singularidad de Ximena es su postura frente a la planificación de un diseño didáctico, pues para ella es un marco de acción que no es necesario seguir “al pie de la letra” (Laguna & Block, 2020a). Es decir, antepone los intereses que surgen en el aula a la estructura de la situación. Como señala “muchas veces hago la planificación completa [...] y al último tengo que omitir actividades porque ya no se pudieron hacer o tengo que agregarle otras [...] porque los niños van diciendo opiniones [...] y sí tienen el interés, aprovecho” (Ximena). Entonces, si los alumnos están implicados en una actividad, los mantiene trabajando en torno a ese interés, como cuando se realizó el diseño grupal de la encuesta.

Comentario final. En esta experiencia se aprecia cómo la educadora hace ajustes in situ a la secuencia, alcanzando los resultados previstos. Además, a través de la interacción entre la investigadora y la maestra Ximena, se explicitó la lógica subyacente a dichos cambios, lo que generó una comprensión conjunta sobre lo ocurrido en la práctica. En ese sentido, se considera que la reconstrucción de las secuencias es fundamental en el proceso de apropiación, al posibilitar que los docentes adapten un diseño general a las particularidades de cada grupo y a su propia forma de enseñar. Debido a lo anterior, es recomendable que los diseños didácticos contemplen cierto grado de flexibilidad (Laguna & Block, 2020a), que permita los ajustes necesarios sin imposibilitar la recuperación del problema. Finalmente, vemos en estas transformaciones expresiones de libertad —entendida como agencia— y de creatividad, que se materializan cuando los docentes plantean

soluciones prácticas para superar las debilidades o dificultades que encuentran en las propuestas, reapropiándose así de los diseños a través de acciones específicas (De Certeau, 1990) que reflejan la singularidad de las prácticas docentes.

La geometría en secundaria

Esta investigación tuvo como objetivo contribuir al conocimiento sobre los procesos de formación de profesores de matemáticas en servicio, respecto a algunos aspectos de geometría en secundaria, bajo un enfoque didáctico específico (Castaño, 2021). Para ello, el análisis se centró en el funcionamiento del dispositivo implementado, particularmente en las dos fuentes de retroalimentación para los docentes, la que ofrece la implementación de las situaciones en el aula y la que ofrecen las reuniones colectivas. Este análisis se apoya en los intercambios entre maestros e investigadores ocurridos en estas últimas, a fin de destacar experiencias que contribuyeron a la formación de los docentes.

Las situaciones didácticas. Los investigadores propusieron a los docentes situaciones que plantean un juego de comunicación (Brousseau, 1998) en el que los alumnos se organizaban en equipos de dos integrantes y asumían el papel de emisores y de receptores de un mensaje escrito, de manera alternada. Los emisores tienen un dibujo de una figura y redactaban un mensaje a los receptores para que, sin verla, ellos pudieran reproducirla de manera idéntica. El juego lo ganaban los equipos que lograban la congruencia entre las figuras original y la reproducida; la validación se establecía por superposición de las dos figuras. Este tipo de situaciones ha sido ampliamente estudiado en el ámbito de la investigación, por ejemplo, Fregona (1995). Considerando los contenidos geométricos en estudio, se seleccionaron tres figuras geométricas, organizando una situación de comunicación para cada una. La situación 1 correspondía a configuraciones de rectángulos con alguna de sus diagonales o una línea paralela a uno de sus lados, la situación 2 implicaba a los paralelogramos, y la situación 3 a los triángulos. La implementación en el aula de estas situaciones por parte de los maestros fue la base de las discusiones y reflexiones que se generaron en el colectivo. A continuación, presentamos un ejemplo.

“Leer” colectivamente la experiencia en el aula. La clase de Lili. En la sesión colectiva, tras las implementaciones de la situación 1, los maestros compartieron su experiencia en el aula, resaltando aspectos que consideraron relevantes. A petición de los investigadores, incluyeron un comentario sobre las características de las producciones de sus alumnos; en casi todos los casos, compartieron ejemplos de los mensajes o de los dibujos reproducidos a partir de estos. En su intervención, la maestra Lili destacó un recurso que habían usado sus alumnos para reproducir la figura, el uso de dobles de papel. En

el siguiente fragmento se presenta la interacción que se dio en el colectivo, a propósito de su intervención:

Lili: [...] *Hubo otra situación, ¿verdad, maestro?* [*interpela al maestro Aldo, quien fue observador de su clase*²], *y es que hicieron este doblado* [toma varias hojas de color con dobleces que configuraban la misma forma de la figura modelo], *hicieron los doblados de papel y ¿cómo lo hicieron? ¿quién sabe!* [ríe]. *Aquí están, mírenlos* [los enseña a todo el colectivo]

Aldo: *Sí, varios* [alumnos]

[...]

Investigadora: [Toma una de las hojas] *¿Y este rectángulo lo recortaron* [los alumnos] *o los papelitos que les diste* [para trazar la figura] *eran de este tamaño?* [se refiere al tamaño de la hoja de color que tenía la misma forma rectangular de la figura modelo]

Lili: *Todos los papelitos los di a la mitad* [las hojas de colores que dio Lili era un medio del tamaño A4. Medidas: 21.5 cm por 14 cm aprox.]

Investigadora: *Ah, ok*

Aldo: *Ajá, era su material para escribir y dibujar* [el mensaje; la figura]

Lili: *Sí, para que no desperdiciaran tanto papel...Y así lo entregaron* [el rectángulo reproducido con los dobleces tenía el tamaño de la media hoja entregada por Lili], *pero a la hora de recoger y analizarlo yo les decía que el objetivo era que del mismo tamaño y la misma forma; entonces pues esto ya salía* [ya no era válido], *pero bueno, fue el producto que ellos me entregaron...* [Silencio por unos segundos] *Y sí, lo que pasa es que yo también trabajo con papel, le hago doblado y entonces ellos pensaron que de esa manera podían resolver la situación*

Aldo: *Aunque no se les haya dicho* [en la consigna]

Lili: *Ajá*

En su intervención previa a este episodio, el maestro Aldo compartió que, al instaurar la consigna en la clase, Lili presentó el objetivo del juego, destacó la restricción de no incluir dibujos en el mensaje, así como el método de validación por superposición de las figuras. Asimismo, no sugirió la toma de medidas ni indujo el uso de la regla como instrumento de medición. Las figuras modelo que entregó a los alumnos tenían el tamaño de las figuras presentadas en la ficha didáctica³. Para Aldo, la consigna de Lili fue clara y los alumnos no manifestaron dudas ni comentarios al respecto.

La interacción que se dio en el colectivo tras la intervención de Lili permitió reconstruir algunos aspectos asociados a su clase y a la estrategia usada por los alumnos para lograr el objetivo del juego: 1) el doblado possibilitó

² Aldo tuvo una participación limitada en la investigación, pues fue observador de esta única clase y luego se retiró por incompatibilidad con los horarios.

³ Los investigadores entregamos a los maestros una ficha didáctica de las tres situaciones donde presentamos aspectos generales de estas: objetivos, fases, consignas, ejemplos de posibles producciones y los dibujos de las figuras modelo que se disponían para cada situación. Las dimensiones del rectángulo que servía como figura modelo de la situación 1 eran 4.5 cm por 2.6 cm. De entrada, nosotros esperábamos que las hicieran más grandes, como de hecho ocurrió con las de los demás.

la reproducción de las figuras, misma forma, aunque de tamaño diferente, 2) doblar el papel no fue algo sugerido en la consigna; ya que de acuerdo con Aldo y Lili, ella precisó el objetivo de la igualdad entre las figuras original y reproducida y 3) el doblado surgió desde la formulación de los mensajes, como una estrategia que se complementaba con el trazo de líneas, ver Figura 2. Cuando Lili detectó que esto estaba pasando, no intervino y permitió a los alumnos continuar con su trabajo.

Figura 1

Ejemplo de un mensaje que apela al doblar el papel para reproducir la figura. Alumnos de Lili

INSTRUCCIONES.

①

SE TOHA LA ESQUINA SUPERIOR IZQUIERDA, SE DOBLA DE TAL MANERA QUE QUEDE AL BORDE INFERIOR PARA FORMAR UN TRIANGULO.

②

Una vez doblado, se traza una línea vertical sobre el margen de dicho triángulo, dividiendo al triángulo y al rectángulo.

③

Cuando se desdoble, debe quedar un cuadrado del lado izquierdo con una línea diagonal y un rectángulo del lado derecho.

④

PARA FINALIZAR EN EL RECTANGULO SE TRAZA UNA LINEA DIAGONAL QUE VAYA DE ESQUINA IZQUIERDA (SUPERIOR) A ESQUINA DERECHA (INFERIOR).

Para Lili y Aldo, y para los demás integrantes del colectivo, el doblado del papel fue una estrategia sorprendente que no habría sido posible anticipar. La explicación que formuló Lili en su intervención muestra por qué los alumnos lo consideraron como una estrategia para alcanzar el objetivo del juego: en las clases de Lili la papiroflexia era una práctica cotidiana vinculada al estudio de la geometría. La meta de reproducir la figura, junto con las características del papel que Lili entregó para escribir el mensaje y trazar la figura a partir de este, y la forma rectangular que este papel tenía, llevaron a que los alumnos sobre entendieran que debían hacerlo en esa mitad de la hoja que habían recibido. Para ellos, el juego de comunicación era una actividad más en el marco de la práctica de la papiroflexia que caracterizaba a las clases de geometría y dado que el doblado del papel permite obtener figuras de formas variadas, la estrategia de los alumnos se configuraba un recurso viable para reproducir la figura modelo.

Al compartir su sorpresa por este tipo de producciones, al explicitar las condiciones en las que se formuló la consigna y una posible razón del porqué de estas, Lili da cuenta de un nivel de análisis más profundo, en el que articuló las acciones de los alumnos con sus prácticas y recursos de enseñanza. Esta reflexión se enriqueció con las aportaciones que hicieron uno de sus colegas y el investigador:

Ignacio: [...] *Me llama la atención, por ejemplo, que ninguno [de los maestros que integran el colectivo y que implementaron la S1] tenemos lo que pasó con Lili y es porque Lili tiene mucho ese perfil del doblez. Y entonces cada maestro le va dando un matiz. Dependiendo de nuestras palabras, [de] nuestra forma de ser es que se comporta el grupo [de alumnos] de forma distinta*
[...]

Investigador: [...] *Un concepto que puede venir a cuento de lo que pasó es el de contrato didáctico, un concepto también de la teoría de situaciones didácticas que tiene que ver con lo que los alumnos creen, y se imaginan que su profesor espera de ellos; siempre cuando se meten a una actividad, si están en la escuela y están en clase de matemáticas con cierto profesor, ellos consciente o inconscientemente saben que se espera de ellos cierto tipo de respuesta. Por eso, cuando queremos que sean muy libres y muy espontáneos tenemos que lograr debilitar esas expectativas para que se metan por su cuenta en el juego*

Para el maestro Ignacio, la explicación que había dado Lili le hacía mucho sentido, pues reconocía esta característica del doblez en su práctica de la enseñanza de la geometría⁴ y, además, para ese momento, contaba con un referente más amplio: las experiencias de lo que había sucedido en su propia clase y en la de sus otros colegas al implementar la misma situación. En efecto, como señaló Ignacio, ninguna de las producciones que surgieron en su clase y en las clases de los demás maestros presentaba esta característica⁵. Los maestros, en sus reflexiones iniciales, atribuyeron las deficiencias principalmente a los alumnos, olvidaban los temas que ya vieron antes o desatienden la clase. Luego, con ayuda de los comentarios de los investigadores, como observadores de las clases, se fueron evidenciando características de las producciones tales como la falta de medidas en los mensajes u otra información faltante y un recurso persistente a la posición de las figuras. Para los maestros resultaba difícil ver, en los procedimientos y los errores de los alumnos, los conocimientos que ellos ponían en juego, así como los que demostraban no tener; pero más difícil les resultaba relacionarlos con su propia gestión (Block et al., 2013). De ahí que la reflexión de Lili construyera un avance en esa dirección.

Desde la perspectiva de los investigadores, no se conocía con antelación a la sesión lo que había sucedido en la clase de Lili; nuestra comprensión sobre las producciones de sus alumnos, su gestión y la relación entre estos, se fue construyendo en el marco de la interacción que se desarrollaba.

⁴ Los maestros Lili e Ignacio trabajaban en la misma escuela y eran compañeros desde hacía más de 10 años en esta institución.

⁵ De manera generalizada, las producciones de los alumnos se habían caracterizado por la tendencia a considerar la posición de la figura en la hoja como una característica geométrica de la figura. En las descripciones, identificamos un recurso persistente a la posición de las figuras —línea, horizontal, vertical, inclinada, línea a la derecha o a la izquierda de otra—, uso de términos no matemáticos y ambiguos. Incluso, en algunos casos, hubo omisión de medidas.

La discusión, nos permitió entender no solo la experiencia con el doblado, sino aportar a esta desde nuestros propios marcos de referencia: desde nuestra perspectiva, se estaba gestando una reflexión en torno a la noción de *contrato didáctico* (Brousseau, 1998) en términos de la relación didáctica que se da entre un profesor y las producciones de sus alumnos. Con ello se buscó otorgar legitimidad a las reflexiones que venían construyendo los maestros, al explicar que el conocimiento didáctico busca mostrar que las acciones de los alumnos no sólo responden a las intenciones expresadas en la consigna, sino que las prácticas cotidianas del aula los llevan a hacerse una idea de lo que está permitido y lo que no, con relación a cierta cuestión matemática (Castaño, 2021). Vemos cómo en el marco de un trabajo colaborativo, la experiencia en aula de los maestros se cruzó con las interpretaciones de los investigadores y de los otros maestros (Bednarz et al., 2001), constituyéndose en experiencias formativas para estos últimos (Castaño & Block, 2021); y más precisamente, en un conocimiento que se genera en torno a la situación didáctica, de los aspectos que funcionaron y los que no, por ejemplo, la necesidad de precisar con claridad el objetivo de la igualdad entre las figuras original y reproducida al instaurar la consigna, y la pertinencia de entregar papel blanco para las construcciones de la figura.

Comentario final. Con este episodio se buscó mostrar cómo se genera la reflexión sobre la práctica docente, a propósito de la experiencia propia en el aula y la de otros colegas que comparten el mismo proyecto de enseñanza, y de las reflexiones que se gestan en torno a esta por un colectivo de investigadores y maestros. La posibilidad de narrar la experiencia individual al implementar las situaciones, compartiendo los aspectos que resultaron sorprendentes en relación con las producciones de los alumnos e intentando formular explicaciones sobre estas; la posibilidad de conocer la mirada que un colega externo tuvo sobre la propia clase al observarla; de conocer aspectos de la experiencia de otros colegas con la misma situación —qué hicieron diferente, qué dificultades fueron compartidas, qué lograron con los alumnos, etc.— y; finalmente, la posibilidad de recibir las aportaciones de otros —colegas e investigadores— en un intento por profundizar y desentrañar los hechos de la práctica, constituyen formas de retroalimentación para todos los involucrados. Para los maestros en particular, esta retroalimentación representa la posibilidad de transformar la comprensión personal sobre su práctica y, a partir de ello, fortalecerla.

La multiplicación de números racionales en secundaria

Este estudio tuvo dos propósitos principales: 1) Explorar un dispositivo para la formación en didáctica de las matemáticas de docentes de secundaria, a través de una experiencia de adaptación, implementación y análisis grupal de una secuencia de situaciones didácticas sobre la multiplicación de números

racionales y 2) Contribuir al desarrollo de una secuencia didáctica sobre dicho tema que incorpore aportes tanto de la investigación didáctica, como de la experiencia de los docentes. En este texto se abordan algunos aspectos de los procesos de apropiación por los que pasaron los docentes a lo largo de la experiencia.

Las situaciones. Una de las principales dificultades para el aprendizaje de la multiplicación de números racionales es que esta operación asume significados distintos de los que tiene en los números naturales: deja de ser una operación que “agrandar” todas las veces, y ya no corresponde siempre a una suma repetida, entre otras diferencias (Brousseau, 1981; Block, 2022). Estas dificultades se agravan porque en la escuela, la enseñanza tiende a privilegiar el algoritmo en detrimento del sentido. Las tres situaciones implementadas en este trabajo buscaron favorecer la comprensión de este nuevo sentido de la multiplicación.

En la situación 1A “Vueltas alrededor de un circuito I”, se buscó establecer que tomar una *fracción* de una cantidad expresada por un número natural $— \frac{a}{b} \text{ de } n \text{ unidades}—$, es uno de los significados de la multiplicación. El contexto era el de un tren que daba cierto número de vueltas, entero o fraccionario, alrededor de un circuito de 60 km. En la segunda situación, la 1B, “Vueltas alrededor de un circuito II”, la medida del circuito era una fracción de hectómetro y conducía al cálculo de una fracción de fracción. Las dos situaciones anteriores se retomaron de un libro de texto (Block et al., 2018) y están basadas en la consideración, planteada por Freudenthal (1973), de usar contextos en los que las fracciones, alternadas con los naturales, indican números de veces, o de vueltas. Finalmente, en la tercera situación didáctica, “El rompecabezas”, se trataba de ampliar las piezas de un rompecabezas a partir de saber que el lado que en el rompecabezas original medía 4 cm, en la ampliación debía medir 7 cm. La fracción jugaba el papel de un operador multiplicativo constante —factor de escala—. El diseño de la situación propiciaba una estrategia errónea muy común, la aditiva, pero a la vez permitía poner en evidencia el error, al constatar que las piezas no embonaban. Esta situación se tomó de una secuencia diseñada por Brousseau (1981), para introducir a los racionales como aplicaciones lineales.

Procesos de apropiación. En este apartado se analizan los procesos de apropiación del enfoque didáctico que sustentaba a las situaciones vividas por los participantes. Primero se presenta el caso de una docente cuya práctica mostró transformaciones bastante visibles; después, se examina una característica del enfoque didáctico promovido, la institucionalización, la cual resultó difícil de implementar, incluso para los docentes con mayor experiencia.

Cambios importantes a lo largo de la experiencia. Se puso de manifiesto una diversidad de formas de implementar las situaciones didácticas por parte

de los docentes. Se expone aquí el caso de la maestra Tere. En la sesión grupal en la que se analizó la primera clase impartida por los docentes, la situación 1A, la maestra describió su experiencia como sigue:

Tere: [...] *Son niños muy disciplinados, trabajan muy bien en equipo [...] Considero que fue un trabajo muy bonito, [...] porque mis alumnos desde que les di las instrucciones, [...] se integraron, porque sí les puse condiciones [...] [Les dije] que les iba a contar el tiempo y la actividad [...] El equipo que me entregaba más rápido, pues consideraría qué premio le vamos a dar*

Además, la profesora agregó que sus alumnos terminaron la actividad en 50 minutos. De acuerdo con este relato, todo funcionó bien, lo cual contrastaba con los relatos de los otros maestros acerca de las dificultades de sus alumnos, así como con el hecho de que ellos no pudieron ir más que la mitad de la lección en una sesión de 90 minutos. Durante la sesión se solicitaron a la maestra Tere ejemplos de producciones de sus alumnos, pero ella se limitó a decir que resolvieron “sin ningún problema”. Añadió “los niños hacen todo mecánico, se van a obtener resultados, pero no [explican] cómo los obtuvieron”. Se observa que la maestra tiene dificultad para identificar los procedimientos y errores de sus alumnos. Aprender a identificarlos implica un proceso de aprendizaje (Block et al., 2013).

En la segunda clase, donde se aplicó la situación 1B, la maestra Tere prestó mayor atención a los procedimientos de los alumnos, pero por la forma en que organizó la resolución, con un alumno al frente y los demás observando, sólo se registró un procedimiento, el convencional.

En la tercera aplicación se evidenció un cambio en la forma de llevar la clase por parte de la profesora: procuró dar más espacio al trabajo autónomo de los alumnos. Al respecto comentó: “yo sinceramente los dejé, los dejé, [y] dije: a ver hasta dónde llega alguno de ellos y [ver] algún comentario [procedimiento] diferente”. Este hecho permitió que se manifestara el error aditivo esperado, como se puede ver en el siguiente fragmento del registro de la clase:

Tere: *¿Alguno de los equipos que haya armado su rompecabezas nos podría decir qué observan?, ¿qué estrategia usaron?*

Alumno 1: *Sumarle 3 a todas las medidas*

Tere: *¿De qué se dieron cuenta?*

Alumna 2: *De que no cuadra*

Alumno 3: *No queda como el chiquito [como la figura original]*

Alumna 1: *Que sobran espacios*

Alumna 2: *Que está mal la pieza y no encajaba*

Alumna 3: *Lo medimos mal y no quedaba*

De acuerdo con lo observado, más allá de “copiar” o “pasarse” un resultado, los alumnos dialogaban entre sí, para explicarse qué podían hacer para resolver la tarea. La discusión y el cuestionamiento propiciaron la construcción de procedimientos por algunos alumnos, obtener el valor unitario, la medida

que corresponde a 1 cm, $1\frac{3}{4}$ de cm o 1.75 cm, dividiendo una medida entre la otra, o “sacando mitades”: si a 4 corresponde 7, a 2 corresponde 3.5...; obtener el incremento proporcional a las medidas: se suma a cada medida 75% de ella misma, o de ella; utilizar la regla de tres.

Es posible que este cambio en la forma de gestionar la clase, y en la participación de los alumnos, haya estado relacionado con características de la situación misma: el producto final no era un resultado numérico, sino un rompecabezas ampliado en el que las piezas deben embonar. Además, la profesora pudo constatar que casi todos los alumnos de la *clase anticipada* incurrieron en la estrategia aditiva. Pero es probable también que el cambio haya sido consecuencia de una reconsideración de su manera de conducir la clase. Su comentario, al final de la experiencia, acerca de lo que consideró haber aprendido, lo sugiere:

Tere: Muchas veces enseñamos para nosotros mismos, enseñamos algoritmos, pero no su significado. Esto a veces sucede por los tiempos, después de esta experiencia, me he puesto a reflexionar sobre eso, sobre cómo es que los alumnos aprenden eso que se les enseña. Ahora pongo atención en cómo es que el alumno aprende ciertos temas y cómo llegan a las respuestas que dan [...] El proyecto fue una propuesta diferente que me permitió ver más allá de un simple algoritmo [de la multiplicación de fracciones]. Antes yo solo me iba directo a enseñar el algoritmo, como si estuviera encerrada en que solo hay esa forma de que los alumnos aprendan, pero con el proyecto me di cuenta de que va más allá, el alumno propone y construye su conocimiento

Seguramente hacen falta más experiencias para que estas consideraciones se consoliden en su práctica. Este punto se retomará en las conclusiones.

Una fase compleja: la institucionalización. En un proceso de aprendizaje en el que una noción se construye como herramienta para resolver un problema, cuando los alumnos la han logrado poner en juego, con frecuencia no son conscientes de que están en posesión de un nuevo saber, y menos aún que se vincula con un saber cultural. En el proceso de aprender una noción de matemáticas, de acuerdo con la TSD, es necesario, en ciertos momentos, que el maestro ayude a dar un estatuto de saber cultural, universal al conocimiento que ha sido puesto en juego para resolver un problema determinado. Se trata de un proceso de descontextualización y de despersonalización del saber se denomina “institucionalización” (Brousseau, 1998).

En la experiencia analizada, las tres docentes que implementaron sus clases bajo un enfoque constructivista enfrentaron dificultades para llevar a cabo esta fase. Esto se ilustra con la primera situación, en la que la lección apelaba claramente a un momento de institucionalización, los alumnos habían logrado aplicar fracciones de vuelta a la medida del circuito que recorría un tren, 60 km, con un procedimiento ya conocido por ellos, para calcular $\frac{2}{5}$ de 60 km, dividir 60 km entre 5 y multiplicar el resultado por 2.

La institucionalización propuesta consistía en informar a los alumnos que, así como cuando el tren da 4 vueltas, el cálculo de los kilómetros recorridos consiste en multiplicar 4×60 , también en el caso de un número de vueltas fraccionario, por ejemplo, $\frac{2}{5}$ de vuelta, la operación implicada es una multiplicación, por lo tanto, obtener de 60 km también es multiplicar.

La profesora Sara, quien impartió la clase anticipada y quien logró una conducción ejemplar en el proceso de propiciar que los alumnos resolvieran por sí mismos los problemas, no pudo cambiar su rol y asumir que ahora tenía que ser ella quien diera la información a los alumnos. Terminó desarrollando un episodio típico de preguntas/respuestas, con preguntas cada vez más inducidas.

La profesora Graciela optó por omitir esta parte y pasó directamente a la actividad siguiente en la que ya estaban planteadas multiplicaciones explícitas. La profesora Lola comentó que ella sí explicitó la información a sus alumnos, pero señaló que, a su parecer, los alumnos se mostraron sorprendidos y consideró que no aceptaron que se tratara de una multiplicación.

Si bien la dificultad tiene que ver con el hecho de que los alumnos de primer grado de secundaria ya tienen una idea muy arraigada de lo que es la multiplicación —idea que incluso, según Brousseau (1998), puede constituirse en un obstáculo para adquirir la noción de multiplicación por racionales—, también parece estar en juego una dificultad de los profesores que se comprometen con el acercamiento constructivista, para cambiar de rol, para pasar de la postura de “no informar”, a la de sí hacerlo consciente y voluntariamente. Esta observación se puede relacionar con otras similares que se han hecho a lo largo de varios años, en estudios sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas que parten de la resolución de problemas (Bouazzaoui, 1982; Allard, 2015), lo que constituye evidencia adicional, de un fenómeno aún poco estudiado.

Comentario final. La experiencia de trabajo colaborativo brindó un escenario a los profesores para adquirir conocimientos sobre la noción de multiplicación de racionales, y sobre las situaciones problema que la implican. Asimismo, favoreció procesos de apropiación del enfoque didáctico subyacente, diferentes para cada participante. Se hicieron propuestas para mejorar las situaciones, y finalmente, se identificaron aspectos de las prácticas que resultaron problemáticos, en particular, el de la institucionalización.

Conclusiones

Las tres experiencias reportadas pusieron de manifiesto beneficios relevantes para los actores involucrados. Para los docentes, conocer las secuencias de situaciones, esto es, la manera en que los problemas involucran a las nociones matemáticas en juego y apelan a los conocimientos de los alumnos, imple-

mentarlas en el aula e identificar, a través de las respuestas de los alumnos, su potencial y sus dificultades, conocer la experiencia de otros maestros con las mismas situaciones; y recibir una retroalimentación del grupo de la forma en que se condujo la propia clase, son acciones que les permiten ampliar y profundizar su comprensión del contenido matemático implicado, al mismo tiempo que un conocimiento, no solamente teórico, sino también experiencial, de alternativas didácticas para abordar este contenido.

Para los investigadores, las experiencias hicieron posible conocer una diversidad de formas de implementar las secuencias por los docentes, debidas a características particulares de sus maneras de enseñar matemáticas, así como los cambios que algunos de ellos fueron mostrando a lo largo de la experiencia. Asimismo, fue posible analizar y documentar el conocimiento que se generó sobre las secuencias didácticas mismas, sobre los aspectos que no funcionaron como se esperaba desde su diseño y sobre las modificaciones que permitirían mejorarlas; esto constituye un conocimiento de ingeniería didáctica sobre las situaciones que emerge de la experiencia (Castaño & Block, 2023) y que es producto de la co-construcción del colectivo. No obstante, en los tres proyectos quedó pendiente reelaborar las situaciones a raíz de dichos aportes.

Por otra parte, el análisis de las experiencias también permitió reconocer los tramos del camino que aún deben recorrerse, formas en que la colaboración puede ser más fructífera desde la perspectiva de los distintos propósitos que le atribuimos. Una primera variable por considerar es la del tiempo. La duración de las experiencias, cuatro a 15 semanas, permite obtener algunos resultados valiosos como se mostró, sobre todo, hacía viable llevar a cabo la experiencia en las condiciones institucionales usuales tiempos disponibles de los maestros; tiempos de trabajo de campo accesibles para los investigadores, máxime si el trabajo de campo corresponde a tesis de maestría de estudiantes. Sin duda, el hecho de que las situaciones que se implementan estuvieran prediseñadas supuso una economía significativa de tiempo. Sin embargo, el número de sesiones es limitado desde el punto de vista de los aspectos de una noción de matemática que se pueden abordar y de la necesidad de reiteración de las mismas situaciones. El tiempo es limitado también para permitir a los docentes apropiarse de nuevas modalidades de trabajo con sus alumnos.

Realizar experiencias de largo plazo seis meses a un año, por ejemplo, permitiría incrementar de manera importante los beneficios. Sin embargo, para realizarse, estas acciones requerirían de acuerdos institucionales, así como de medidas administrativas que permitan incluir entre sus funciones la participación de los docentes en estas experiencias. Una mayor duración de los proyectos redundaría en la consolidación de los equipos de docentes e investigadores, la obtención de mayor confianza y mayor horizontalidad

(Sensevy et al., 2013) entre ellos. Si, además, las experiencias se repiten en años escolares sucesivos, como de hecho sucede en algunos proyectos —ver, por ejemplo, Sensevy et al., (2013)—, se gana la posibilidad de continuar perfeccionando las situaciones didácticas en un proceso cíclico, y la posibilidad de participación de un mayor número de maestros. Realizar un recuento y análisis de estas experiencias es otro pendiente.

Referencias

- Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire: le cas de l'enseignement des fractions* [Tesis doctoral], Université Paris Diderot.
- Artigue, M. (2011). L'ingénierie didactique: un essai de synthèse. En C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, & F. Wozniak (Coords.), *Amont et en Aval des Ingénieries Didactiques. XV École d'Été de Didactique de Mathématiques* (Vol. 1, pp. 225–237). La Pensée Sauvage éditions.
- Barbier, R. (1996). *La recherche-action*. Anthropos.
- Bednarz, N., Poirier, L., Desgagné, S., & Couture, C. (2001). Conception de séquences d'enseignement en mathématiques: une nécessaire prise en compte des praticiens. En G. Lemoyne (Ed.), *Le génie didactique: usages et mésusages des théories de l'enseignement* (pp. 43–69). Presses de l'Université du Québec. <https://shs.cairn.info/le-genie-didactique--9782804135409-page-43?lang=fr>
- Bednarz, N. (2004). Collaborative research and professional development of teachers in mathematics. En M. A. Niss (Ed.), *ICME-10 Proceedings: Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1–15). Roskilde Universitet.
- Block, D., Moscoso, A., Ramírez, M., & Solares, D. (2007). La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, XII(33), 731–762. <https://bit.ly/3Q6JMVm>
- Block, D., Martínez, P., Mendoza, T., & Ramírez, M. (2013). La observación y el análisis de las prácticas de enseñar matemáticas como recursos para la formación continua de maestros de primaria. Reflexiones sobre una experiencia. *Educación Matemática*, 25(2), 31–59. <https://doi.org/10.24844/EM>
- Block, D., García, S., & Corro, H. (2018). *Matemáticas 1. Secundaria. Conecta Más* (1.ª ed.). Ediciones SM.
- Block, D. (2022). *Más de uno, pero menos de dos. La enseñanza de las fracciones y los decimales en la educación básica* (1a ed.). Taverna librería editores.
- Bouazzaoui, E. (1982). *Études de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération* [Tesis doctoral], IREM de Bordeaux.
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(1), 37–127.

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions La Pensée Sauvage.
- Castañó, Y. (2021). *Trabajo colaborativo entre profesores de secundaria e investigadores. Una experiencia en torno a la caracterización y congruencia de figuras geométricas* [Tesis de maestría, Cinvestav]. Repositorio de tesis Cinvestav. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/2783>
- Castañó, Y., & Block, D. (2021). Interacciones entre maestros, y con investigadores, como recursos de formación. Algunos resultados de una experiencia colaborativa en torno a la enseñanza de la geometría. *Congreso Nacional de Investigación Educativa CNIÉ-2021*. <https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v16/doc/1594.pdf>
- Castañó, Y., & Block, D. (2023). ¿Qué significa colaborar en el marco de un trabajo colectivo entre maestros e investigadores? En D. Solares Pineda & K. Hess Zimmermann (Eds.), *Aprendizajes y contexto La lengua y las matemáticas en la educación básica* (pp. 287–316). Comunicación Científica, 2023. <https://doi.org/10.52501/cc.132>
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). *Design Experiments in Educational Research*. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13.
- De Certeau, M. (1990). *The invention of the everyday 1. Artes de hacer*. (A. Pescador Trad.), Universidad iberoamericana-Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente.
- Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L., & Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue Des Sciences de l'éducation*, 27(1), 33–64.
- Espinosa, E., & Mercado, R. (2009). La mediación social en la apropiación de una nueva propuesta para la alfabetización inicial. *Educação e Pesquisa*, 35(2), 33–350.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2>
- Fregona, D. (1995). *Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques*. [Tesis doctoral], L'Université Bordeaux I.
- Laguna, M. (2016). *La enseñanza del Tratamiento de la información en preescolar. Un estudio sobre procesos de interpretación y reconstrucción de situaciones didácticas* [Tesis de maestría, Cinvestav]. Repositorio de tesis Cinvestav. <https://bit.ly/3VC1ySx>
- Laguna, M., & Block, D. (2020a). Reconstrucción de situaciones didácticas de matemáticas en el aula. Un estudio en preescolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 23(3), 331–356. <https://doi.org/10.12802/relime.20.2333>
- Laguna, M., & Block, D. (2020b). Haciendo gelatinas: dos situaciones didácticas sobre la creación y uso de registros con niños preescolares. *Educación Matemática*, 32(3), 8–38. <https://doi.org/10.24844/em3203.01>

- Laguna, M., Castaño, Y., & Block, D. (2024). Cooperación de docentes e investigadores en la construcción de conocimiento en la enseñanza de las matemáticas: experiencias en preescolar y secundaria en México. *Perspectiva Educativa*, 63(3), 119–140. <https://doi.org/p9pb>
- Mercado, R. (2002). *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*. Fondo de Cultura Económica.
- Morales, G., Sensevy, G., & Forest, D. (2017). About cooperative engineering: theory and emblematic examples. *Educational Action Research*, 25(1), 128–139. <https://doi.org/10.1080/09650792.2016.1154885>
- Perrin Glorian, M. J. (2011). La ingeniería didáctica como interfaz de la investigación con la enseñanza. Desarrollo de recursos y formación de profesores. En C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck, & F. Wozniak (Eds.), *Amont et en aval des ingénieries didactiques. XV École d'Été de Didactique des Mathématiques* (Vol. 1, pp. 57–78). La Pensée Sauvage. <https://bit.ly/368ePKg>
- Rockwell, E., & Mercado, R. (1988). La práctica docente y la formación de maestros. *Investigación en la escuela*, 4, 65–78.
- Roditi, E., & Trgalova, J. (2016). Collectifs de professeurs et de chercheurs. En Y. Matheron, G. Gueudet, V. Celi, C. Derouet, D. Forest, M. Krysinska, S. Quilio, M. Rogalski, T. A. Sierra, C. Winsløw, & S. Besnier (Eds.), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques* (pp. 183–202). La Pensée Sauvage. <https://shs.hal.science/halshs-01403284>
- Rodríguez, R. (2024). *Una experiencia de trabajo colaborativo entre profesores de secundaria e investigadores sobre la enseñanza de los números racionales* [Tesis de maestría, Cinvestav]. Repositorio de tesis Cinvestav. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/5552>
- Sadovsky, P. (2024). ¿Para la enseñanza o para la investigación? Trabajo colaborativo entre maestros e investigadores en didáctica de la matemática. En A. Barreiro & M. Carretero (Eds.), *Construcción de conocimientos en el campo educativo: celebrando a Tono Castorina* (pp. 13–40). Tilde Editora.
- Savoie-Zajc, L., & Descamps-Bednarz, N. (2007). Action research and collaborative research: Their specific contributions to professional development. *Educational Action Research*, 15(4), 577–596. <https://doi.org/bw544c>
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck.
- Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as specific design-based research. *ZDM Mathematics Education*, 45(7), 1031–1043. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0532-4>
- Tardif, M. (2004). *Los saberes del docente y su desarrollo profesional*. Narcea.