

La estadística en la formación de futuros investigadores educativos: una mirada desde la educación matemática realista

Rosa Isela González-Polo¹

RESUMEN

Este artículo presenta los resultados de la implementación de un diseño didáctico dirigido a pedagogos en formación. Este diseño busca fomentar una reflexión acerca de la importancia de los métodos estadísticos en la investigación educativa, utilizando la educación matemática realista como enfoque para la construcción del objeto de estudio. La intención es contextualizar la estadística mediante situaciones realistas, con el fin de establecer un modelo interpretativo basado en técnicas y procesos estadísticos pertinentes al contexto educativo. A partir del análisis, se identifican patrones, supuestos y percepciones estudiantiles sobre el uso de la estadística en la investigación educativa. Estos hallazgos subrayan la significancia de la matemática realista como enfoque pedagógico en la enseñanza de la estadística y sugieren su adopción en programas de formación para optimizar el aprendizaje de futuros investigadores, reforzando tanto su comprensión en estadística como su actitud y desempeño académico en investigaciones.

PALABRAS CLAVE

Estadística, Formación de investigadores, Educación matemática, Matemática realista.

¹ rgonzalezpo@uaemex.mx

Universidad Autónoma del Estado de México

<https://orcid.org/0000-0002-8252-5796>

INTRODUCCIÓN

El razonamiento sobre datos y la alfabetización estadística han emergido como competencias esenciales en la sociedad contemporánea. Biehler et al. (2018) señalan que la capacidad de interpretar, analizar y comprender datos y estadísticas es esencial en campos tan diversos como lo político, económico y social. Esta relevancia es observable en múltiples profesiones, por lo que ha sido objeto de atención en la mayoría de los currículos escolares a nivel mundial. La alfabetización estadística, tal como lo definen Berndt et al. (2021), implica la habilidad de reflexionar críticamente información estadística, empleándola como evidencia en argumentos. Esta habilidad está intrínsecamente ligada a las competencias de razonamiento y argumentación científica, fundamentales para la toma de decisiones informadas. Al respecto, la ASA (American Statistics Association) – tal como señalan Biehler et al. (2018)— resalta la importancia de involucrar activamente a los estudiantes en este razonamiento, promoviendo no solo el aprendizaje de conceptos y técnicas, sino también su aplicación en contextos reales y prácticos.

Los pedagogos en formación, quienes enfrentan los desafíos de diseñar e implementar investigaciones educativas, no son ajenos a estos planteamientos. Según Berndt et al. (2021), entender y aplicar la información estadística para la toma de decisiones es vital en una sociedad que se inclina cada vez más hacia el conocimiento cuantitativo y basado en evidencia. Aunque estas habilidades podrían no desarrollarse uniformemente en todos los estudiantes, es posible fomentarlas mediante oportunidades de aprendizaje adecuadas y una pedagogía innovadora.

Por tanto, se evidencia la necesidad de formular diseños didácticos centrados en el fortalecimiento del razonamiento sobre datos y la alfabetización estadística en la formación de pedagogos. Al afrontar el desafío de diseñar e implementar investigaciones educativas, es esencial que se tengan las herramientas y habilidades requeridas para enfrentar el tratamiento de datos y transformar esa información en conocimientos profundos y aplicables.

En el ámbito de la investigación educativa, la estadística juega un papel esencial al orientar la recolección, organización, análisis e interpretación de datos. Estas capacidades estadísticas no solo permiten a los investigadores formular inferencias precisas, sino también tomar decisiones informadas basadas en evidencia empírica. Dada la relevancia de la investigación educativa como medio para el desarrollo y mejora de la educación, resulta fundamental que los futuros investigadores educativos construyan las habilidades necesarias para esta actividad. Sin embargo, la percepción de la estadística como un dominio abstracto y desafiante puede ser un obstáculo para muchos estudiantes. En este contexto, es crucial explorar y adoptar enfoques pedagógicos innovadores que hagan de la estadística una materia más accesible y comprensible para los futuros investigadores.

Este estudio se centra en analizar los resultados de la implementación de un enfoque pedagógico fundamentado en la matemática realista para la enseñanza de la estadística, especialmente diseñado para la formación de futuros investigadores educativos. La matemática realista, como teoría educativa, promueve la integración de contextos reales y situaciones problemáticas en la instrucción matemática. Al adoptar este enfoque, se busca no solo mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, sino también resaltar la aplicabilidad y pertinencia de la estadística en la investigación educativa. Además, se pretende transformar la percepción de la estadística, a menudo vista como abstracta, en una disciplina tangible y relevante, fomentando una actitud más positiva y comprometida hacia su aprendizaje.

MARCO TEÓRICO

Es indiscutible la relevancia de una comprensión profunda de la estadística en el ámbito de la investigación educativa. La estadística no solo brinda herramientas para descifrar patrones y tendencias en los datos, sino que permite evaluar la influencia e impacto de diversos factores en los resultados educativos. Como lo señala Berndt et al. (2021), la alfabetización estadística es esencial para interpretar y evaluar críticamente la información estadística en diversos contextos, subrayando su importancia en la formación de investigadores educativos (Creswell, 2014). Sin embargo, los enfoques tradicionales de enseñanza, que a menudo se centran en la memorización de fórmulas y procedimientos, no logran desarrollar una comprensión conceptual profunda de los conceptos estadísticos. Como se observa en el estudio de Del-Callejo-Canal, et al. (2020), la educación estadística no ha sido lo suficientemente accesible y actualizada, y muchos estudiantes tienen dificultades para generar razonamiento y pensamiento estadístico. Esta falta de comprensión puede limitar la capacidad de los investigadores para aplicar eficazmente las técnicas estadísticas en su trabajo (Pfannkuch, 2005).

Desde finales del siglo pasado, las tendencias en educación estadística han evolucionado hacia el desarrollo de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico (Ben Zvi & Garfield, 2004). Estos enfoques buscan promover procesos de enseñanza-aprendizaje activos, utilizando discusiones, tecnología y diseño de proyectos, en contraposición a los métodos tradicionales que se centran principalmente en habilidades y procedimientos. Estos últimos, a menudo, no llevan a los estudiantes a razonar o pensar estadísticamente. En esencia, la estadística no solo se trata de números y cálculos, sino de comprender e interpretar datos en un contexto específico, lo que puede potenciar las habilidades de razonamiento y toma de decisiones de los estudiantes (Cobb & Moore, 1997).

Siguiendo las directrices del GAISE (*Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education*), se destaca la importancia de cultivar el

pensamiento estadístico como una herramienta investigativa y no solo como un conjunto de fórmulas para memorizar. La clave está en fomentar una comprensión profunda y conceptual, enriquecida por el uso de datos auténticos que reflejen situaciones reales, facilitando así un aprendizaje activo y contextualizado. En esta perspectiva, la incorporación de tecnologías digitales no solo optimiza el análisis de datos, sino que también refuerza la comprensión de conceptos fundamentales. Además, la evaluación se reinventa, pasando de ser un simple medidor de conocimientos a una herramienta pedagógica que, al identificar aciertos y áreas de mejora, brinda una retroalimentación esencial para el crecimiento académico. Estas innovaciones en la pedagogía estadística buscan ofrecer una formación más integrada, pertinente y en sintonía con las demandas actuales (Del-Callejo-Canal, et al, 2020).

Sin embargo como lo señala Biehler, et al. (2018), el razonamiento sobre datos tiene un enfoque más específico, reconociendo aspectos o características particulares de los datos, tales como la variación, la distribución, la comparación de grupos y la asociación entre variables. Estos conceptos son esenciales para una comprensión profunda de la estadística, y son fundamentales para el desarrollo del razonamiento estadístico en los estudiantes. Al centrarse en estos aspectos específicos, se puede obtener una comprensión más detallada de cómo los estudiantes interpretan y razonan sobre datos en contextos.

El pensamiento estadístico se distingue notablemente del pensamiento matemático tradicional. Mientras que la matemática se centra en números y fórmulas abstractas, la estadística se adentra en el significado y contexto de esos números. Según Cobb y Moore (1997), la estadística demanda una perspectiva única, ya que "los datos no son simplemente números, son números en un contexto". Esta afirmación subraya la importancia de interpretar los datos dentro de su marco de referencia específico. Por ejemplo, un conjunto de datos sobre las tasas de empleo no es solo una serie de porcentajes; esos números representan historias, economías, políticas y vidas humanas. Por lo tanto, es esencial que la enseñanza de la estadística no se limite a la mera transmisión de técnicas y fórmulas, sino que también fomente un aprendizaje contextualizado. Este enfoque ayuda a los estudiantes a dar sentido a los datos, promoviendo interpretaciones que no solo sean correctas desde el punto de vista técnico, sino también relevantes, interesantes y variadas en función del escenario en el que se insertan esos datos (Damilano & Rigo, 2019).

La noción de variación es fundamental porque el análisis busca "explicar los efectos sistemáticos detrás de la variabilidad aleatoria de individuos y mediciones" (Pfannkuch & Wild, 2004, p. 38). En este sentido, es crucial distinguir entre "variabilidad", que es una característica observable de una entidad, y "variación", que está asociada con la medición de esa característica. La investigación ha identificado nueve facetas clave para entender la variación:

(1) desarrollar ideas intuitivas de variabilidad, (2) describir y representar la variabilidad, (3) usar la variabilidad para hacer comparaciones, (4) reconocer la variabilidad en tipos especiales de distribuciones, (5) identificar patrones de variabilidad al ajustar modelos, (6) usar la variabilidad para predecir muestras aleatorias o resultados, (7) considerar la variabilidad como parte del pensamiento estadístico, (8) reconocer fuentes de variación, y (9) resolver expectativas con la variación observada. Estas facetas proporcionan una perspectiva amplia y profunda sobre la variación, especialmente en relación con situaciones que involucran predicción, explicación y control.

En Pfannkuch y Wild (2004) se destaca el concepto de "problema práctico" o "problema del mundo real", en el que tanto la fuente como la solución se encuentran fuera del dominio estadístico, pero donde las investigaciones de este tipo aportan una parte esencial del entendimiento necesario para llegar a una solución. En este contexto, es crucial subrayar que la percepción de estos problemas no solo está moldeada por el conocimiento contextual, sino también por conceptos estadísticos intrínsecos. Como ilustran los autores, la distinción entre la variación atribuida a causas especiales y la variación debido a causas comunes desempeña un papel fundamental en la conceptualización y abordaje de estos problemas, ofreciendo una perspectiva profunda sobre cómo interpretar y enfrentar desafíos en escenarios reales.

Este trabajo postula la integración de la educación matemática realista como marco para la enseñanza de la estadística, pues este enfoque considera que el aprendizaje se produce de la participación activa del estudiante en la matemática y no solo de la simple retención de axiomas preestablecidos. El reto educativo radica en ofrecer contextos adecuados para que los alumnos vivencien las matemáticas como una acción intrínsecamente humana (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2020), hagan hallazgos por sí mismos (Scherer, 2020) y articulen sus pensamientos y entendimientos para redescubrir la esencia matemática (Wittmann, 2020).

Originada en los Países Bajos y desarrollada por Hans Freudenthal en 1973, seguido por teóricos como Koeno Gravemeijer en 1994, la matemática realista propone un enfoque educativo que subraya la importancia de los conceptos matemáticos en la vida diaria. Su objetivo principal es favorecer el desarrollo de conceptos mediante el abordaje de problemas situados en contextos reales o realistas.

En el contexto de la enseñanza de la estadística, el enfoque de la matemática realista tiene el potencial de brindar a los estudiantes una perspectiva pragmática sobre la aplicación de conceptos estadísticos a escenarios y problemáticas concretas. Por ejemplo, en lugar de limitarse a la asimilación de la distribución normal mediante fórmulas descontextualizadas, los estudiantes pueden indagar su manifestación en situaciones palpables, como la distribución de las calificaciones estudiantiles o la variabilidad en la estatura

de individuos. Esta aproximación proporciona una comprensión más enriquecida y contextualizada de los principios estadísticos, propiciando así la habilidad para implementar los conceptos en el campo de la investigación (Bakker, 2004).

La matemática realista no sólo promueve una comprensión de los conceptos, sino que también potencia el desarrollo del pensamiento crítico y el razonamiento lógico. Freudenthal (1973) sostenía que enfrentarse a problemáticas reales impulsa a los estudiantes a adoptar una postura analítica y lógica. Tal habilidad se revela esencial en el campo de la investigación educativa, donde los investigadores deben desplegar un rigor analítico para interpretar y valorar de forma crítica los datos y resultados obtenidos.

Si bien la matemática realista presenta un considerable potencial para enriquecer la didáctica de la estadística, las investigaciones en este ámbito aún son incipientes. Bakker (2004) ha aportado pruebas experimentales iniciales sobre las ventajas de este método en la instrucción estadística. Sin embargo, es imperativo profundizar mediante estudios adicionales para discernir su eficiencia y adaptabilidad en variados escenarios formativos de investigación.

De acuerdo con Selter y Walter (2020), la matematización es el aspecto fundamental en el aprendizaje. Este proceso no solo implica resolver problemas, sino también construir y reconstruir conceptos. Esta matematización se enmarca en un entorno sociocultural, donde valora la comunicación y el trabajo conjunto. Su objetivo es fomentar una comprensión matemática coherente, interconectando diversos conceptos para facilitar el aprendizaje. Es un ruta que se mueve de lo tangible a lo teórico, y la instrucción tiene como meta que los estudiantes perfeccionen sus métodos, desde enfoques contextuales hasta abordajes más formales.

Van Den Heuvel-Panhuizen (2020) enfatiza la necesidad de que los alumnos incorporen sus intuiciones y métodos iniciales al aprendizaje matemático. La educación matemática realista sugiere dos directrices esenciales para la planificación de actividades. La primera es crear contextos donde los estudiantes se sumerjan activamente, compartiendo sus reflexiones y suposiciones con sus pares, como señalan Sun y He (2020). La segunda, propuesta por Kaur, Wong y Govindani (2020), es promover la creación de variadas representaciones matemáticas, desde simples ilustraciones hasta conceptos abstractos. Estas primeras expresiones matemáticas sirven como cimientos para propiciar un pensamiento más estructurado y avanzar hacia una comprensión matemática enriquecida.

La matematización progresiva, según Bressan y Gallego (2011), se describe en cuatro etapas de entendimiento: situacional, referencial, general y formal. Estas etapas no siguen un orden jerárquico estricto. En la etapa situacional, los individuos aplican conocimientos básicos y estrategias

vinculadas al entorno, utilizando el sentido común y detectando patrones y conexiones. La etapa referencial introduce modelos iniciales, como gráficos y notaciones, que ayudan a estructurar el problema (modelo de). Al llegar a la etapa general, estos modelos se extrapolan, permitiendo la reflexión sobre las estrategias y su aplicación en distintos contextos (modelo para). Finalmente, en la etapa formal se manejan conceptos, técnicas y notaciones matemáticas para abordar y resolver variados problemas (conocimiento formal).

El presente estudio plantea que la matemática realista es un constructo teórico crucial para concebir y sustentar enfoques didácticos en la formación estadística de investigadores en el ámbito educativo. La matemática realista, al enfocarse en la aplicabilidad a situaciones tangibles y la resolución pragmática de problemáticas, se presenta como un referente esencial para moldear estos enfoques. Asimismo, al promover una lógica crítica y un razonamiento sistematizado, la matemática realista apoya al desarrollo de destrezas de análisis e interpretación de conjuntos de datos, habilidades que son fundamentales en la investigación.

METODOLOGÍA

Inicialmente se propone diseñar un enfoque que, basado en la educación matemática realista, permita a los estudiantes conectar la teoría estadística con situaciones prácticas y tangibles. Este diseño se complementa con un análisis cualitativo, cuyo objetivo es discernir y comprender los procesos y estrategias adoptados por los estudiantes durante su matematización progresiva. Es esencial examinar cómo el marco de la matemática realista potencia la comprensión conceptual de la estadística y, más importante aún, cómo facilita su aplicación en desafíos del mundo real.

Se realiza un análisis preliminar de los programas de formación de futuros investigadores en una universidad pública. Este análisis no solo se centra en los contenidos, sino también en las orientaciones curriculares y en cómo estos se alinean con las demandas actuales del campo educativo. Además, se llevan a cabo entrevistas con profesores expertos en estadística. Estas conversaciones buscan recopilar opiniones, expectativas y visiones sobre la relevancia de la estadística en la formación de pedagogos, proporcionando una referente para el diseño y enfoque didáctico propuesto.

La experimentación de la actividad didáctica diseñada se convierte en un espacio de aprendizaje enriquecedor, donde la estadística se observa desde una perspectiva aplicada a la investigación educativa. Finalmente, se analizan las experiencias y reflexiones de los estudiantes, utilizando herramientas como hojas de trabajo, observaciones y entrevistas, para obtener una comprensión profunda de sus percepciones, desafíos y logros en el proceso de aprendizaje.

Análisis de programas de formación

El análisis de los programas de formación en estadística para futuros investigadores educativos tiene como objetivo identificar qué temáticas, cómo se presenta y se enseña actualmente la estadística, así como de qué forma se puede integrar el enfoque de la matemática realista en estos programas.

Existen dos unidades de aprendizaje (asignaturas) que se centran en el estudio de la estadística. La primera, relativa a la estadística descriptiva donde se subraya la relevancia de la estadística y la probabilidad en el estudio del comportamiento humano. Estas herramientas son esenciales en campos como la psicología, la educación y el trabajo social. El objetivo principal de esta asignatura es proporcionar a los estudiantes las bases teóricas necesarias para aplicar la lógica matemática en la identificación cuantitativa y cualitativa de los fenómenos de la conducta humana.

En cuanto a los objetivos de formación, se busca que los estudiantes tomen conciencia de los problemas educativos actuales, que participen activamente en equipos pluridisciplinarios y adquieran un conocimiento sólido sobre las bases conceptuales y metodológicas de la disciplina. Además, se espera que puedan analizar críticamente la práctica educativa desde una perspectiva histórica y social.

El contenido del programa se divide en cinco unidades principales, que abarcan desde conceptos básicos de estadística, organización y representación de datos, principios de probabilidad, medidas de tendencia central y variabilidad, hasta elementos de muestreo en investigación.

La segunda unidad de aprendizaje es sobre estadística aplicada, y enfatiza que, en una era dominada por la tecnología, la estadística se ha convertido en el lenguaje esencial para manejar y coordinar material cuantitativo. Específicamente, la estadística aplicada se presenta como una herramienta crucial para tomar decisiones y hacer predicciones basadas en datos muestrales, siendo de particular importancia en campos como los estudios conductuales, sociales y educativos. Los estudiantes aprenderán a resolver dos tipos principales de problemas con técnicas estadísticas: la estimación de parámetros y el contraste de hipótesis. Además, se les introducirá a la distinción entre estadística paramétrica y no paramétrica, capacitándolos para elegir y aplicar la prueba más adecuada según la naturaleza del problema y la información disponible. En cuanto a los objetivos, se espera que los estudiantes adquieran una conciencia profunda de los problemas educativos a diferentes escalas, desde lo local hasta lo internacional. Además, se les anima a fundamentar sus intervenciones desde una perspectiva teórica y metodológica, a trabajar en equipos pluridisciplinarios y a desarrollar habilidades de investigación y comunicación efectiva a través del estudio de tres unidades principales.

En nuestro análisis curricular sobre la enseñanza de la estadística identificamos que la estadística se concibe como el estudio científico de la infor-

mación. Es esencial que los estudiantes comprendan que el núcleo de este campo radica en inferir, a partir de datos verificables, además de que el contexto en el que se generan estos datos es crucial para su interpretación adecuada. Sin embargo, observamos que en programas de estadística, la información y su contexto son abordados de manera teórica, priorizando los principios abstractos sobre la información real y su origen. Esta tendencia puede dejar a los estudiantes sin la experiencia necesaria para manejar datos de situaciones auténticas que exigen un nivel de análisis y deducción más profundo. Además, es fundamental que los currículos reconozcan que, a diferencia de otras áreas matemáticas, la estadística se enfrenta a situaciones con naturaleza impredecible, donde las conclusiones pueden variar, introduciendo un nivel de variabilidad en los datos que no se ve en otras disciplinas matemáticas.

El análisis curricular determinó que las visualizaciones estadísticas son cruciales en la formación pedagógica, especialmente por su relevancia en medios digitales y tradicionales. Estas herramientas no solo facilitan la comunicación y síntesis de datos, sino que también desempeñan un papel central en la organización y presentación de la información. Según Wild y Pfannkuch (1999), las tablas y gráficos son esenciales para el proceso de transnumeración, que implica obtener perspectivas renovadas al modificar la representación de los datos. Además, el análisis subraya que, en el ámbito científico, estas visualizaciones actúan como vehículos esenciales para la articulación y difusión de ideas abstractas. Otro aspecto que se observó en el análisis curricular es que, a pesar de que diversas áreas matemáticas emplean variables, es en la estadística donde se pone un énfasis particular en el análisis de la variación. Su propósito central es medir, gestionar y anticipar esta variación. A diferencia de otras disciplinas matemáticas en las que se presupone una alineación perfecta de la información con un modelo sin evaluar su precisión, en estadística esta evaluación es esencial. La noción de variación es omnipresente en la información y adopta múltiples interpretaciones, desde la variación de resultados en pruebas aleatorias hasta la variación en muestras.

Por otra parte, siguiendo los planteamientos de Bakker y Gravemeijer (2004), uno de los pilares del análisis estadístico es su capacidad para describir y prever características de conjuntos completos de datos, más que de datos individuales. Aunque pueden utilizar el conjunto total de datos para determinar aspectos como la media o el rango, no siempre asocian estos cálculos con las características intrínsecas de la distribución. Adicionalmente identificamos que la formación en estadística debe potenciar la habilidad de los estudiantes para interpretar, analizar e inferir a partir de un conjunto de datos. Es esencial reconocer la multifacética naturaleza del concepto de “distribución”, que puede abarcar desde el tratamiento de datos y probabilidad hasta las muestras.

En el análisis curricular se ha destacado que, mientras en una relación funcional cada dato de una variable X (independiente) se asocia directamente con un valor específico de Y (dependiente), en el contexto de correlación cada dato de X se relaciona con un rango de valores de Y , lo que amplía la comprensión tradicional de dependencia funcional. Esta correlación puede ser cuantificada, oscilando entre 0 (ausencia total de correlación) y 1 (correlación perfecta), utilizando coeficientes específicos para variables numéricas o descriptivas. El análisis también subraya la importancia de la correlación en la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

Otro aspecto que se destaca en el análisis curricular es la identificación de que el núcleo de la estadística radica en vincular las características de las muestras con las de la población que simulan. Esta conexión es esencial para determinar qué información recolectar y para formular conclusiones con un nivel de confianza determinado. Este tipo de razonamiento es distintivo y no se observa comúnmente en otras disciplinas matemáticas.

Para el análisis de las concepciones de diseñadores de programas, profesores y coordinadores sobre la estadística y su enseñanza se entrevistaron a 6 académicos. La entrevista libre se desarrolló en torno a los objetivos del curso, los métodos de enseñanza utilizados, los materiales, las actividades de aprendizaje, los métodos de evaluación y cualquier mención de la enseñanza de la estadística.

Los resultados muestran que los docentes creen que la enseñanza de la estadística no puede depender únicamente de los textos y libros, sino que es esencial el papel del maestro para proporcionar claridad y comprensión a los estudiantes. Esta tendencia refleja el actual modelo educativo universitario en el que se valora en gran medida la guía directa del docente. Sin embargo, muchos estudiantes no ven otras formas efectivas de aprender, quizás porque la instrucción directa del docente es lo que principalmente han experimentado. Además, los docentes resaltan la importancia de que se les enseñe a interpretar adecuadamente los resultados de los análisis estadísticos. A su vez, hay un fuerte consenso entre ellos sobre el valor del aprendizaje colaborativo en la enseñanza de la estadística, ya que consideran que este enfoque promueve discusiones que pueden llevar a una comprensión más rica de los temas abordados.

La mayoría de los profesores, aproximadamente el 80%, cree que la estadística está estrechamente vinculada a la matemática y que se necesita un alto nivel de conocimiento matemático para entenderla. Esta percepción podría derivarse del hecho de que la estadística históricamente ha sido enseñada en paralelo a la matemática, enfocándose en aspectos determinísticos y dejando de lado la esencia de la variabilidad. No obstante, más de la mitad de los profesores piensa que es esencial adoptar un enfoque y mentalidad específicos de la estadística para abordarla adecuadamente.

Gran mayoría de los entrevistados siente la necesidad de buscar y analizar información actualizada de diversas fuentes. Probablemente esta búsqueda lleva a muchos a percibir que las actividades estadísticas requieren de una inversión significativa de tiempo y esfuerzo.

Se observa también que los profesores ven la estadística no solo como una herramienta crucial para el futuro desempeño profesional, sino también como un área de estudio con su propia complejidad inherente. Aunque están convencidos de su capacidad de dominio, también subrayan que la forma en que se presenta actualmente puede ser intimidante para muchos estudiantes.

Esta percepción destaca la necesidad de innovar en la pedagogía estadística. Varios de los entrevistados comentan que con la tecnología moderna a nuestra disposición, como programas de software especializados y recursos digitales, hay un amplio margen para hacer que la enseñanza de la estadística sea más comprensible y directamente aplicable. La simplificación de conceptos y la integración de herramientas tecnológicas pueden ser esenciales para transformar la enseñanza en una experiencia más enriquecedora y menos desafiante.

Todos los participantes enfatizaron la relevancia de la estadística en la investigación educativa. Un punto en común fue la preocupación sobre la habilidad de los estudiantes para trasladar los conceptos estadísticos a escenarios prácticos y reales. Una de las entrevistadas, por ejemplo, compartió su inquietud sobre cómo los estudiantes a menudo se sienten abrumados por la complejidad de la estadística y cómo esto afecta su capacidad para aplicarla de manera efectiva.

Sin embargo, lo más revelador fue que, a pesar de reconocer la importancia de la pedagogía en la enseñanza de la estadística, pocos de ellos podían describir escenarios pedagógicos específicos para esta disciplina. Esto resalta la urgente necesidad de renovación en la metodología de enseñanza de la estadística, con el fin de que esta disciplina sea entendida y aplicada de manera más efectiva en contextos prácticos.

Diseño de la actividad didáctica

Se diseñó la actividad didáctica “Pruebas de hipótesis de dos muestras: muestras dependientes” que integra el enfoque curricular de la carrera y los objetivos previstos en el plan de estudios respecto al dominio de técnicas matemáticas para el análisis estadístico. El problema fue tomado del propio desempeño de los estudiantes sin que ellos supieran el origen. Se plantea la variación de calificaciones ante un cambio de estrategia pedagógica, de trabajo individual a trabajo colaborativo. Los estudiantes realizaron el estudio y no se les informó que se trataba de su propio desempeño grupal sino hasta presentar las conclusiones.

Pruebas de hipótesis de dos muestras: muestras dependientes

En tu facultad se ha decidido implementar una nueva metodología de enseñanza de la estadística basada en el aprendizaje colaborativo. Después de un parcial (un periodo de evaluación) de implementación, algunos estudiantes sienten que los puntajes en las pruebas han bajado. Como miembro del consejo estudiantil, se te ha encomendado investigar si esta percepción es correcta.

Etapas Situacional:

1. Discute con tus compañeros de clase sobre sus experiencias con la metodología de aprendizaje colaborativo. ¿Crees que tus puntajes han bajado? ¿Por qué?
2. Observa los puntajes que obtuvieron 32 estudiantes, antes y después de la implementación de la nueva metodología basada en el aprendizaje colaborativo. ¿Qué notas a simple vista?

Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Puntaje antes	75	86	74	83	62	67	75	59	79	63	87	90	98	84	62	79	86	100	63	93	100	86	83	89	67	91	68	78	87	62	86	99
Puntaje después	73	85	88	81	73	92	73	63	78	73	85	87	84	96	78	77	84	98	79	79	98	93	80	86	81	90	90	92	85	93	98	97

Etapas Referencial:

3. Calcula la diferencia entre los puntajes antes y después para cada estudiante.
4. ¿Qué tendencias observas? ¿Hay más puntajes que hayan bajado que los que hayan subido?

Etapas General:

5. Con la ayuda de tu profesor, aprende sobre las pruebas de hipótesis y cómo se pueden usar para investigar este tipo de problemas.
6. Formula hipótesis basadas en los datos y las discusiones anteriores.
7. Calcula el valor de t usando los datos y compáralo con el valor crítico, con un nivel de significancia $\alpha = 0.01$

Etapas Formal:

8. Interpreta los resultados de la prueba de hipótesis en el contexto del problema. ¿Qué puedes concluir sobre la nueva metodología basada en tus cálculos?
9. Presenta tus hallazgos al consejo estudiantil y discute las implicaciones para la escuela.

El punto de partida se sitúa en un enfoque práctico y contextualizado, permitiendo que el aprendizaje se vincule directamente con situaciones tangibles y cotidianas. La relevancia del aprendizaje colaborativo se manifiesta al fomentar la discusión y el intercambio de perspectivas entre compañeros. Estas interacciones no sólo enriquecen el proceso investigativo,

sino que también fortalecen el pensamiento crítico y la capacidad de sintetizar información diversa. A nivel metodológico, la actividad se centra en dotar a los estudiantes de herramientas estadísticas robustas, esenciales en cualquier investigación educativa. Al introducir conceptos como la prueba de hipótesis y desafiar a los estudiantes a emplearlos en un marco práctico, se facilita la transformación de datos brutos en decisiones informadas y fundamentadas.

Uno de los puntos destacados de esta propuesta es la integración de habilidades comunicativas. La capacidad de presentar hallazgos, articular argumentos basados en datos y comunicar ideas de manera efectiva son competencias esenciales en el ámbito investigativo. Al incluir una fase en la que se presenta información ante un consejo estudiantil, la actividad promueve el desarrollo de estas habilidades comunicativas, combinadas con un enfoque crítico y reflexivo.

La justificación matemática del diseño se centra en la aplicación y comprensión de pruebas estadísticas, específicamente pruebas de hipótesis de dos muestras dependientes, para extraer conclusiones objetivas basadas en datos sobre situaciones reales. Desglosaremos la justificación en función de los componentes matemáticos clave del diseño:

Muestras dependientes: La elección de muestras dependientes (puntajes antes y después de la implementación de una nueva metodología) es crucial. Dado que se comparan las puntuaciones de los mismos estudiantes antes y después de la intervención, es posible eliminar la variabilidad entre diferentes individuos, lo que permite una comparación más precisa.

Diferencia de puntajes: Al calcular la diferencia entre los puntajes antes y después para cada estudiante, se está realizando una transformación que simplifica el análisis subsiguiente. Esta diferencia es la base para determinar si hay un cambio significativo en las puntuaciones.

Hipótesis estadística: La formulación de hipótesis es fundamental en estadística. La hipótesis nula generalmente asume que no hay diferencia (en este caso, que la nueva metodología no tuvo efecto), mientras que la hipótesis alternativa sugiere lo contrario. Las decisiones tomadas a partir de los datos determinarán si rechazamos o no la hipótesis nula.

Prueba *t* student de muestras dependientes: Esta prueba es adecuada para comparar dos conjuntos de datos relacionados. Al calcular el valor de *t* y compararlo con un valor crítico (para un nivel de significancia $\alpha = 0.01$), se puede determinar si las diferencias observadas son estadísticamente significativas o si podrían haber ocurrido por casualidad.

Nivel de significancia (α): El nivel de significancia determina el umbral para decidir si una diferencia es significativa. Un α de 0.01 indica un alto nivel de rigor, ya que sólo hay un 1% de probabilidad de rechazar erróneamente la hipótesis nula si es verdadera.

Interpretación contextual: Aunque se centra en el cálculo, la actividad también destaca la importancia de interpretar los resultados en el contexto del problema. La matemática no es sólo sobre números; es crucial poder traducir estos datos en conclusiones significativas para un contexto real.

Recolección de Datos Cualitativos

Para obtener información se usó una combinación de técnicas de recolección de datos, incluyendo observaciones de clase, entrevistas y análisis de los trabajos de los estudiantes.

Observaciones de Clase

Las observaciones en el aula proporcionaron información sobre la dinámica de la clase, la interacción entre los estudiantes y el profesor, y la forma en que se llevó a cabo la implementación de la actividad. Se tomaron notas detalladas sobre aspectos como la participación activa de los estudiantes, el uso de recursos didácticos y las reacciones de los estudiantes ante las tareas y los desafíos propuestos.

A pesar de ser una clase universitaria, se notó una variedad de niveles de compromiso. Algunos equipos de estudiantes mostraron una colaboración estrecha, discutiendo activamente y compartiendo ideas, mientras que otros parecían más reacios, con uno o dos miembros dominando la conversación. El profesor desempeñó un papel activo al circular por el aula, responder preguntas y ofrecer orientación cuando era necesario. Se observó que los estudiantes no dudaban en acercarse al profesor para aclarar dudas, lo que indica un ambiente de aprendizaje abierto y de apoyo. La mayoría de los estudiantes parecían cómodos usando Excel para sus cálculos; sin embargo, algunos de ellos expresaron dificultades técnicas o falta de familiaridad con ciertas funciones, lo que llevó a momentos de enseñanza entre pares en los que los compañeros más experimentados ayudaban a los menos versados. Se observaron diversas reacciones, algunos estudiantes mostraron signos de frustración, mientras que otros se mostraron entusiasmados por el desafío. Hubo momentos de debate intenso, especialmente al discutir las hipótesis y al interpretar los resultados. Además de Excel, se observó el uso de pizarras para esbozar ideas y gráficos. Algunos estudiantes también recurrieron a libros de texto y recursos en línea para complementar su comprensión. Al final de la actividad, el profesor dedicó tiempo para una sesión de reflexión, donde los estudiantes compartieron sus experiencias, lo que aprendieron y

las áreas en las que sentían que necesitaban más apoyo. El ambiente en el aula era en su mayoría positivo y colaborativo. Aunque hubo momentos de tensión por desacuerdos o confusiones, estos se resolvieron a través del diálogo y la mediación del profesor cuando fue necesario.

Entrevistas

Tras la implementación de la actividad se llevaron a cabo entrevistas semi-estructuradas, dirigidas tanto a los estudiantes que formaron parte activa del experimento como a aquellos que participaron desde un rol más pasivo. Su objetivo principal era profundizar en sus vivencias y percepciones durante la intervención. Las preguntas abordaron diversos ámbitos de la experiencia educativa:

- Se preguntó a los estudiantes sobre su opinión respecto a la metodología basada en el aprendizaje colaborativo. ¿Les pareció efectiva? ¿Qué ventajas o desventajas identificaron en comparación con métodos tradicionales?
- Se exploró su nivel de entendimiento sobre los conceptos estadísticos presentados. ¿Cuáles les resultaron más claros? ¿Hubo alguno que les generara confusión o dudas?
- Se indagó sobre su confianza al aplicar estos conceptos en situaciones reales o hipotéticas. ¿Se sintieron preparados para usar estas herramientas en futuros escenarios académicos o profesionales?
- Se les preguntó sobre su experiencia trabajando en equipo. ¿Cómo fue la interacción con sus compañeros? ¿Consideran que la dinámica grupal influyó en su aprendizaje?
- Se exploró su experiencia con el uso de Excel y otros recursos didácticos. ¿Les facilitó el proceso? ¿Encontraron algún desafío técnico durante la actividad?
- Se les brindó un espacio para compartir sugerencias, críticas o recomendaciones para mejorar futuras implementaciones de la actividad.

Las entrevistas, que tuvieron una duración promedio de 20 minutos, fueron grabadas con el consentimiento de los estudiantes y posteriormente transcritas. Estas transcripciones se sometieron a un análisis cualitativo, buscando patrones, similitudes y diferencias en las respuestas de los estudiantes.

Diálogo sobre la metodología de aprendizaje colaborativo. La metodología de aprendizaje colaborativo ofrece perspectivas diversas al permitir a los estudiantes aprender de sus compañeros. Aunque puede haber resistencia inicial debido a la adaptación a un nuevo estilo de aprendizaje, los beneficios, como la claridad conceptual a través de la discusión, son evidentes. La interacción entre pares es esencial para consolidar conceptos matemáticos complejos.

Profesora: *Hablemos sobre la metodología basada en el aprendizaje colaborativo. ¿Qué opinas sobre ella? ¿Te pareció efectiva?*

Estudiante 1: *La verdad, al principio me costó un poco adaptarme porque siempre he sido de estudiar solo. Pero, después de un rato, me di cuenta de que podía aprender mucho de mis compañeros, sobre todo de aquellos que entendían cosas que a mí se me complicaban.*

Estudiante 2: *¡Me encantó! Siento que aprendo más cuando discuto las cosas con otros. Es como cuando estudias para un examen con amigos y todo se vuelve más claro.*

Diálogo sobre la comprensión de conceptos estadísticos: La estadística, siendo una rama matemática con múltiples conceptos y aplicaciones, puede presentar desafíos para varios estudiantes. La actividad brindó la oportunidad de abordar y clarificar estas dudas en un entorno colaborativo, resaltando la importancia de la discusión y el intercambio de ideas para una comprensión más profunda.

Profesora: *En cuanto a los conceptos estadísticos, ¿cuáles te resultaron más claros y cuáles te generaron dudas?*

Estudiante 3: *Las pruebas de hipótesis me quedaron claras, sobre todo con los ejemplos que usamos. Pero, no te voy a mentir, me costó un poco entender lo de los grados de libertad y el valor crítico.*

Estudiante 4: *A mí me pasó al revés, jaja. Los grados de libertad los entendí al tiro, pero las hipótesis me costaron un poco más. Tuve que repasar después de clase.*

Diálogo sobre la aplicación práctica de conceptos: La relevancia de la matemática radica en su aplicabilidad en situaciones reales. La actividad permitió a los estudiantes visualizar y experimentar la utilidad de los conceptos estadísticos en escenarios prácticos, reforzando la importancia de la estadística en la toma de decisiones basadas en datos.

Profesora: *¿Cómo te sentiste al aplicar estos conceptos en situaciones prácticas?*

Estudiante 5: *Al principio, estaba como "¿Y esto para qué me sirve?". Pero cuando empezamos a usarlo en ejemplos reales, todo tuvo más sentido. Me sentí más seguro al ver que podía aplicarlo en situaciones del día a día.*

Estudiante 6: *Me sentí bien, pero hubo momentos en que dudé un poco. A veces me preguntaba si lo estaba haciendo bien o si estaba interpretando los datos correctamente.*

Diálogo sobre la dinámica grupal. Las interacciones grupales en el aprendizaje matemático pueden ser un arma de doble filo. Mientras que la diversidad de perspectivas enriquece la comprensión, las distracciones y desafíos de la dinámica grupal pueden presentar obstáculos. Sin embargo, la actividad resaltó la importancia de la colaboración y la comunicación efectiva en la resolución de problemas matemáticos.

Profesora: *Hablemos de la dinámica grupal. ¿Cómo fue trabajar en equipo?*

Estudiante 7: *Fue una experiencia mixta. Por un lado, fue genial tener diferentes perspectivas, pero también hubo momentos en que nos desviamos del tema y terminamos hablando de otras cosas, jaja.*

Estudiante 8: *¡Uf! Trabajar en grupo siempre es un desafío. Pero creo que esta vez nos complementamos bien. Aunque, claro, siempre hay ese compañero que deja todo para el final.*

Diálogo sobre el uso de Excel y recursos didácticos. Las herramientas tecnológicas como Excel son fundamentales en la estadística moderna. La actividad no solo reforzó conceptos matemáticos, sino que también brindó a los estudiantes habilidades técnicas esenciales. La familiaridad con estas herramientas es crucial para la eficiencia y precisión en el análisis estadístico.

Profesora: *¿Qué opinas sobre el uso de Excel y otros recursos didácticos durante la actividad?*

Estudiante 9: *Excel me salvó la vida. Si hubiera tenido que hacer esos cálculos a mano, hubiera sido un desastre. Aunque hubo un momento en que olvidé cómo formar la instrucción y tuve que googlearla.*

Estudiante 10: *Me pareció útil, pero también creo que sería bueno tener una clase solo de Excel. Hay tantas cosas que no sé y que podrían facilitar el trabajo.*

Diálogo sobre sugerencias y comentarios. La retroalimentación de los estudiantes es vital para la evolución y mejora de las metodologías de enseñanza. La actividad, al brindar un espacio para la reflexión y la retroalimentación, subraya la importancia de adaptar y ajustar las estrategias educativas para satisfacer las necesidades y preferencias de los estudiantes en su viaje matemático.

Profesora: *Por último, ¿tienes alguna sugerencia o comentario para mejorar futuras implementaciones de la actividad?*

Estudiante 11: *Sería genial si pudiéramos tener más tiempo para discutir en grupo. A veces sentí que estábamos contra el reloj y eso me estresó un poco.*

Estudiante 12: *Me gustaría que tuviéramos más ejemplos prácticos. Esos me ayudan a entender mejor. Y, ya que estamos, ¿podemos tener una clase en la cafetería de vez en cuando? Jaja, solo digo.*

Análisis de los trabajos de los estudiantes: Se recolectaron y analizaron muestras de los trabajos de los estudiantes; este análisis proporcionó una visión directa de la forma en que aplicaron los conocimientos de estadística.

Desde una perspectiva matemática, los estudiantes enfrentaron desafíos que requerían una comprensión sólida de los fundamentos. La necesidad de calcular diferencias entre puntajes, interpretar valores y aplicar pruebas de hipótesis puso a prueba su dominio de las matemáticas. Aunque algunos estudiantes mostraron un dominio excepcional de estos conceptos, otros lucharon, lo que indica áreas en las que podríamos necesitar reforzar la instrucción en el futuro.

En cuanto a las habilidades de análisis de datos, la actividad les brindó a los estudiantes la oportunidad de trabajar con datos reales, lo que siempre es

más desafiante que los ejemplos de libros de texto. Usar Excel para ordenar y analizar sus cálculos les permitió ver la aplicación práctica de estas habilidades en un escenario del mundo real.

Fue alentador ver a muchos estudiantes abordar estos desafíos con entusiasmo, aunque algunos encontraron obstáculos en la interpretación de los datos. La capacidad de alfabetización estadística fue, sin duda, uno de los aspectos más destacados de esta actividad. Los estudiantes aprendieron a aplicar pruebas de hipótesis, además de tener que interpretar los resultados en un contexto específico. Esta habilidad es esencial en el mundo actual, en donde estamos rodeados de datos y estadísticas en todo momento. Los aspectos más relevantes planteados en la actividad incluyeron la capacidad de los estudiantes para trabajar en equipo y combinar sus habilidades individuales para abordar problemas complejos.

La actividad también destacó la importancia de la retroalimentación y la reflexión en el proceso de aprendizaje. Sin embargo, hubo desafíos. Los aspectos más complicados estuvieron relacionados con la interpretación de los resultados estadísticos. Algunos estudiantes lucharon con la idea de significancia estadística versus significancia práctica, lo que llevó a debates enriquecedores en clase.

Análisis de datos

El problema planteado a los estudiantes describe la implementación de una nueva metodología de enseñanza basada en el aprendizaje colaborativo y cómo esta podría haber afectado los puntajes. Se pide a los estudiantes que observen, discutan y apliquen pruebas de hipótesis para determinar si hay una diferencia significativa en los puntajes antes y después de la implementación.

Etapas Situacional. Las respuestas van desde que sienten que los puntajes han bajado debido a distracciones o el enfoque en el trabajo en grupo, hasta aquellos que aprecian la nueva metodología y sienten que sus puntajes han mejorado. Al observar los puntajes, algunos estudiantes notaron que la mayoría tuvo una disminución en sus calificaciones después de la implementación.

Etapas Referencial. Las respuestas indican que 18 de 32 estudiantes vieron una disminución en sus puntajes, mientras que 14 vieron un aumento. Se discute sobre cómo calcular la diferencia entre los puntajes.

Etapas General. Los estudiantes aprendieron sobre pruebas de hipótesis y cómo se pueden aplicar a este tipo de problemas. Se formula una hipótesis nula y alternativa basada en los datos y discusiones.

Etapla Formal. Se interpreta el resultado de la prueba de hipótesis en el contexto del problema. Se discuten las implicaciones para la escuela basadas en los hallazgos.

Observación de Puntajes. Algunos estudiantes observaron que la mayoría de los puntajes disminuyeron después de la implementación. Matemáticamente, esto se puede representar como una media de las diferencias de puntajes. Si la media es negativa, indica una tendencia general a la baja.

Para cada estudiante i . Si $d_i > 0$, el puntaje del estudiante i aumentó; si $d_i < 0$, disminuyó.

$$d_i = P_{despues,i} - P_{antes,i}$$

Donde:

d_i = diferencia de puntajes del estudiante i

$P_{despues,i}$ = Puntaje del estudiante i , después de la implementación

$P_{antes,i}$ = Puntaje del estudiante i , antes de la implementación

Prueba de Hipótesis. La hipótesis nula $H_0: \mu_d \geq 0$ sugiere que los puntajes no disminuyeron significativamente después de la implementación de la nueva metodología. La hipótesis alternativa $H_a: \mu_d < 0$ sugiere que los puntajes disminuyeron significativamente después de la implementación de la nueva metodología.

El valor t calculado estadísticamente se compara con el valor crítico para formular la regla de decisión y determinar si se rechaza o no la hipótesis nula. Al respecto se presentan los siguientes tres casos:

Estudiante A: Cree que su puntaje ha disminuido porque la nueva metodología requiere más trabajo en equipo y menos estudio individual. Matemáticamente, esto podría reflejarse en una disminución significativa en su puntaje después de la implementación.

Estudiante B: Siente que su puntaje ha aumentado porque la nueva metodología le permite discutir y entender mejor los conceptos con sus compañeros. Matemáticamente, esto podría reflejarse en un aumento significativo en su puntaje después de la implementación.

Estudiante Hipotético C: No nota ninguna diferencia en su puntaje. Matemáticamente, esto se traduciría en una diferencia de puntaje cercana a cero.

Observación de puntajes

Media de las diferencias. Una forma de cuantificar las observaciones iniciales de los estudiantes es calcular la media de las diferencias de puntajes.

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i = P_{despues,i} - P_{antes,i})$$

Si $\bar{d} < 0$, indica una tendencia general a la baja en los puntajes después de la implementación.

Distribución de las diferencias

Para cada estudiante i , la diferencia de puntajes se calcula como:

$$d_i = P_{despues,i} - P_{antes,i}$$

Podemos visualizar estas diferencias usando una gráfica para identificar tendencias y valores atípicos.

Prueba de Hipótesis

Hipótesis Nula y Alternativa

$$H_0 : \mu_d \geq 0$$

$$H_a : \mu_d < 0$$

Donde μ_d es la media poblacional de las diferencias.

Estadístico de Prueba: Para muestras relacionadas, el estadístico t se calcula como:

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

Donde S_d es la desviación estándar de las diferencias y n es el número de estudiantes.

Regla de decisión: Si el valor de t estadístico es menor que el valor crítico (por ejemplo, 2.064 para $\alpha = 0.05$ y $n - 1$ grados de libertad), se rechaza la hipótesis nula.

Interpretación

Si se rechaza H_0 , se sugiere que hay una disminución estadísticamente significativa en los puntajes antes y después de la implementación.

Si no se rechaza H_0 , no hay evidencia suficiente para sugerir que la nueva metodología ha afectado los puntajes.

Etapa Situacional

Discute con tus compañeros de clase sobre sus experiencias con la metodología de aprendizaje colaborativo. ¿Crees que tus puntajes han bajado? ¿Por qué?

Siento que cuando trabajamos colaborativamente me distraigo más fácilmente y no puedo concentrarme en las pruebas y mi puntaje baja.

Creo que mi puntaje baja porque la metodología de aprendizaje colaborativo se centra más en el trabajo en grupo y menos en la preparación individual para las pruebas.

A mí me gusta trabajar colaborativamente, pero no estoy seguro de cómo ha afectado mis puntajes.

Me gusta trabajar en equipo, entiendo lo que hago en equipo y lo hago bien, pero como las pruebas son individuales, dudo de lo que estoy haciendo, ya no están mis compañeros para confirmar si lo que estoy haciendo está bien, y mi puntaje bajó.

Desde que trabajamos en equipo y buscamos la respuesta a un problema real, le entiendo más a cada tema, mi puntaje subió mucho.

Me gusta trabajar colaborativamente por que entiendo más cuando mis compañeros me explican resolviendo un problema y mi puntaje subió muchoo.

Observa los puntajes que obtuvieron 32 estudiantes antes y después de la implementación de la nueva metodología basada en el aprendizaje colaborativo. ¿Qué notas a simple vista?

Al observar los puntajes, parece que la mayoría de los estudiantes tuvieron una disminución en sus calificaciones después de la implementación de la nueva metodología.

No hay estudiantes cuyos puntajes se mantuvieran constantes.

Si sacas el promedio del puntaje antes y del puntaje después, no disminuyó.

Hay unos que disminuyeron, pero... también hay unos que aumentaron.

Si contamos cuantos aumentaron y cuantos disminuyeron, ganan los que disminuyeron.

Hay que ver si, los que disminuyeron mucho o los que aumentaron mucho, porque no todos son iguales, solo dos.

Etapa Referencial

Calcula la diferencia entre los puntajes antes y después para cada estudiante.

Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Puntaje antes	75	86	74	83	63	67	75	59	79	63	87	90	98	84	62	79	86	100	63	93	100	86	83	89	67	91	68	78	87	62	86	99
Puntaje después	73	85	88	81	73	92	73	63	78	73	85	87	84	96	78	77	84	98	79	79	98	93	80	86	81	90	90	92	85	93	98	97
Diferencia	-2	-1	14	-2	11	25	-2	4	-1	10	-2	-3	-14	12	10	-2	-2	16	-14	-2	7	-3	-3	14	-1	22	14	-2	31	12	-2	

¿Qué tendencias observas? ¿Hay más puntajes que hayan bajado que los que subieron?

18 de 32 estudiantes disminuyeron su puntaje y 14 de 32 aumentaron su puntaje.

Tengo una duda, para sacar la diferencia ¿se resta puntaje antes de puntaje después, o al revés?

Dos diferencias son iguales.

Hay más que bajaron.

Son más las diferencias de los que bajaron.

Tres bajaron uno, dos bajaron catorce, podríamos sumar los que bajaron y aparte sumar los que subieron.

Etapa General

Con la ayuda de tu profesor, aprende sobre las pruebas de hipótesis y cómo se pueden usar para investigar este tipo de problemas.

Aprendimos diferentes pruebas de hipótesis de acuerdo a los datos que tenemos.

Depende del tipo de muestra la prueba que aplicaremos.

Aprendimos que una prueba de hipótesis nos permite determinar si un cambio observado en los datos es estadísticamente significativo o si podría deberse simplemente al azar.

Cada fórmula nos dice qué necesitamos, si lo tenemos lo aplicamos, si no, pues ... buscamos otra.

Hay muchas pruebas de hipótesis y se usan de acuerdo a los datos.

Sirven para analizar e interpretar los datos.

Formula hipótesis basadas en los datos y las discusiones anteriores.

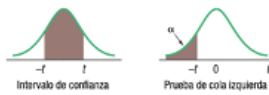
- Hipótesis nula (H_0): Los puntajes no disminuyeron significativamente después de la implementación de la nueva metodología $\mu_d \geq 0$ (donde es la media de las diferencias).
- Hipótesis alternativa (H_a): Los puntajes disminuyeron significativamente después de la implementación de la nueva metodología $\mu_d < 0$

Calcula el valor de t usando los datos y compáralo con el valor crítico con un nivel de significancia (Figura 1 y Figura 2).

Figura 1

Obtención del valor crítico t

Distribución t de Student



Grados de libertad (gl) = $n - 1$
 $gl = 32$ (estudiantes) - 1
 $gl = 31$

Rechace H_0 si $\mu_d < 0$

Por lo tanto, es una **prueba de una cola**, con un nivel de significancia de $\alpha = 0.01$ y $gl = 31$

#	Intervalo de confianza, c					
	80%	90%	95%	98%	99%	99.9%
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0005
Nivel de significancia para una prueba de dos colas, α						
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.896	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.904	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.860
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.896	2.365	2.968	3.499	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.896	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.879	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.863	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.529	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.483	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.633
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.622
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.611
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.601
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.591

Localizando los valores en la tabla de la izquierda, se obtiene:

valor crítico de $t < 2.453$

Regla de decisión:

Rechace H_0 si $t < 2.453$

Figura 2
Obtención de valor t estadístico

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
Puntaje antes	75	86	74	83	62	67	75	59	79	83	67	90	95	84	82	79	86	100	63	93	100	85	83	89	67	91	64	75	67	62	66	59	
Puntaje después	73	85	88	81	73	92	78	63	78	73	85	87	84	95	78	77	84	98	79	79	98	93	80	85	81	90	90	92	85	93	98	97	
Diferencia	-2	-1	14	-2	11	25	-2	4	-1	10	-2	-3	-14	12	16	-2	-2	-2	16	-14	-2	7	-3	-3	14	-1	22	18	-2	31	12	-2	
Suma de cuadrados	4	1	196	4	121	625	4	16	1	100	4	9	196	144	256	4	4	4	256	196	4	49	9	9	196	1	484	324	4	961	144	4	
Media de diferencias																																	148
Varianza de diferencias																																	4.625
Desviación estándar																																	2.150584415
Grados de libertad																																	31
Valor crítico de t (α=0.01)																																	2.45472998

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{4.625}{\frac{10.65817875}{\sqrt{32}}} = \frac{4.625}{5.656854249} = \frac{4.625}{1.884117617} \approx 2.455$$

Etapa Formal

Interpreta los resultados de la prueba de hipótesis en el contexto del problema. ¿Qué puedes concluir sobre la nueva metodología basada en tus cálculos?

Rechace H_0 si $t < 2.453$

$t \approx 2.455$

$2.455 > 2.453$ por lo tanto, H_0 no se rechaza

Esto significa que la diferencia observada en los puntajes antes y después, aunque pueda existir, no es estadísticamente significativa al nivel de significancia de 0.01. En otras palabras, no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula y no podemos afirmar que haya una diferencia real en los puntajes antes y después.

Esto puede interpretarse como que el tratamiento, intervención o evento que supuestamente debería haber causado un cambio, no tuvo un efecto estadísticamente significativo en los puntajes de los estudiantes.

Presenta tus hallazgos al consejo estudiantil y discute las implicaciones para la escuela.

Introducción. Hemos llevado a cabo un análisis estadístico para evaluar si hay una diferencia significativa en los puntajes de los estudiantes antes y después de una intervención o evento particular (nueva metodología de enseñanza de la estadística basada en el aprendizaje colaborativo a través de problemas en contexto).

Resultados Principales

- La diferencia promedio entre los puntajes antes y después fue de aproximadamente 4.625 puntos (Figura 3)
- Sin embargo, al aplicar una prueba estadística (la prueba t students para muestras relacionadas o dependientes), encontramos un valor t de 2.455.
- Comparando este valor t calculado con el valor crítico para un nivel de significancia del 1% (2.453), nuestro valor t es apenas 0.002 mayor en magnitud.

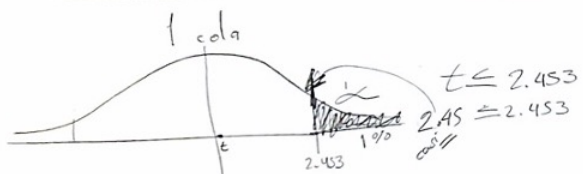
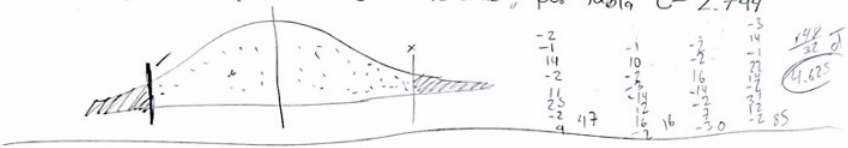
Interpretación. Esto significa que, aunque puede haber una diferencia en los puntajes antes y después, esta no es estadísticamente significativa al nivel de significancia del 1%. En términos prácticos, no hay evidencia suficiente para decir que la intervención o evento tuvo un efecto real en los puntajes de los estudiantes.

Figura 3

Calculo de \bar{d} , e interpretación gráfica de resultados

$H_0: \mu_d \leq 0$ $H_a: \mu_d > 0$ $g.l. = 32 - 1 \rightarrow 31$

$\alpha = 0.01$ (1%) $\rightarrow t =$ es 2 colas, por tabla, $t = 2.744$



Se acepta H_0 \therefore Los puntajes de la prueba que se aplicó después son mayores o iguales a los de la prueba que se aplicó antes

Conclusión: No hay evidencia suficiente para afirmar que los puntajes después de la implementación de la nueva metodología son menores que antes.

Implicaciones para la Escuela

- Evaluación del programa o intervención: Si la diferencia en puntajes se esperaba por la intervención o programa específico, es esencial revisar y evaluar la eficacia de dicho programa. Puede ser que no esté teniendo el impacto deseado o que se necesite más tiempo para observar cambios significativos.
- Recursos y financiamiento: Si se invirtieron recursos significativos en esta intervención, es fundamental reconsiderar si esos recursos podrían ser mejor empleados en otras áreas o si se necesita modificar la intervención actual.
- Perspectiva a largo plazo: Es posible que los efectos de ciertas intervenciones se manifiesten a largo plazo. Podría ser oportuno revisar estos resultados después de un período más prolongado para ver si surgen tendencias diferentes.
- Retroalimentación estudiantil: Sería valioso obtener retroalimentación directa de los estudiantes para comprender mejor sus experiencias y percepciones relacionadas con la intervención o evento. Esta infor-

mación cualitativa podría proporcionar perspectivas adicionales que los datos cuantitativos no pueden ofrecer.

Conclusión. Mientras continuamos buscando formas de mejorar la experiencia educativa y el rendimiento de los estudiantes, es esencial basarnos en datos y evidencia. Este estudio sugiere que no hemos visto cambios significativos con la intervención reciente. No obstante, esto nos brinda la oportunidad de aprender, adaptarnos y seguir adelante con estrategias mejor informadas.

CONCLUSIONES

La investigación educativa se ha convertido en un base fundamental para el desarrollo y mejora de los sistemas educativos. En este contexto, la estadística emerge como una herramienta esencial, no solo por su capacidad para analizar y sintetizar datos, sino también por su potencial para ofrecer perspectivas renovadas sobre fenómenos educativos complejos. Sin embargo, la enseñanza tradicional de la estadística ha enfrentado desafíos significativos, principalmente relacionados con la percepción de la materia como abstracta y desvinculada de la realidad. Es aquí donde la propuesta de una educación matemática realista cobra relevancia.

Durante años, la enseñanza de la estadística se ha centrado en la transmisión de fórmulas, técnicas y procedimientos, a menudo desprovistos de contexto. Esta aproximación ha llevado a que muchos estudiantes perciban la estadística como un conjunto de reglas rígidas, sin relación directa con su entorno o con los desafíos que enfrentarán en su vida profesional. Esta desconexión no solo afecta la motivación y el interés de los estudiantes, sino que también limita su capacidad para aplicar de manera efectiva sus conocimientos en situaciones reales.

Frente a este panorama, la educación matemática realista se presenta como una alternativa prometedora. Esta propuesta pedagógica busca contextualizar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y, por extensión, de la estadística en situaciones y problemas reales. Al hacerlo, se pretende que los estudiantes no solo adquieran habilidades técnicas, sino que también desarrollen una comprensión profunda de los conceptos y su aplicabilidad.

En el ámbito de la formación de investigadores educativos, este enfoque tiene un potencial particularmente significativo. Al exponer a los estudiantes a situaciones realistas, se les permite construir un modelo interpretativo de la estadística que es directamente relevante para su campo de estudio. Esta contextualización facilita la identificación de patrones, tendencias y relaciones que serían difíciles de discernir en un enfoque más abstracto.

Uno de los principales beneficios de adoptar un enfoque realista en la enseñanza de la estadística es la mejora en la actitud y percepción de los

estudiantes hacia la materia. Al ver la estadística como una herramienta aplicable y relevante, los estudiantes tienden a mostrar una mayor motivación y compromiso con su aprendizaje. Además, al trabajar con datos y situaciones reales, los estudiantes tienen la oportunidad de desarrollar habilidades críticas y analíticas que serán esenciales en su futuro profesional.

Otro beneficio significativo es la posibilidad de integrar la tecnología de manera más efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En un mundo cada vez más digitalizado, la habilidad para manejar y analizar grandes volúmenes de datos es esencial. Al adoptar un enfoque realista, se pueden incorporar herramientas tecnológicas que faciliten el análisis y la interpretación de datos, permitiendo a los estudiantes familiarizarse con las técnicas y plataformas que utilizarán en su vida profesional.

A pesar de sus potencialidades, la implementación de una educación matemática realista en la enseñanza de la estadística no está exenta de desafíos. Uno de los principales retos es la necesidad de formar a los docentes en este enfoque. La transición de una enseñanza tradicional a una contextualizada requiere una reconfiguración de las prácticas pedagógicas y una actualización constante para mantenerse al día con las tendencias y avances en el campo.

Además, es esencial garantizar que la contextualización no desplace o minimice la importancia de los conceptos fundamentales. Si bien es crucial relacionar la estadística con situaciones reales, también es vital asegurarse de que los estudiantes adquieran una base sólida que les permita enfrentar una variedad de desafíos y situaciones.

La estadística, como disciplina, tiene un papel fundamental en la formación de futuros investigadores educativos. Sin embargo, para maximizar su impacto y relevancia, es esencial reconsiderar cómo se enseña. Adoptar este enfoque no solo puede mejorar la percepción y actitud de los estudiantes hacia la estadística, sino que también puede equiparlos con las habilidades y competencias necesarias para navegar en un mundo cada vez más basado en datos.

REFERENCIAS

- Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools*. CD-β Press / Freudenthal Institute. <https://bit.ly/3QxIjzG>
- Bakker, A. & Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to Reason About Distribution. En D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield, (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 147–168). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_7

- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). Springer. <https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6>
- Berndt, M., Schmidt, F., M. Sailer, M., Fischer, F., Fischer, M. R., & Zottmann, J. M. (2021). Investigating statistical literacy and scientific reasoning & argumentation in medical-, social sciences-, and economics students. *Learning and Individual Differences*, 86(1). <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2020.101963>
- Biehler, R., Frischemeier, D., Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2018). Reasoning About Data. En D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield, (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 139-192). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_5
- Bressan, A., y Gallego, M. (2011). *La Educación Matemática Realista. Bases teóricas*. [manuscrito no publicado]. <https://bit.ly/46H5TZ9>
- Cobb, G. & Moore, D. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823. <https://doi.org/10.2307/2975286>
- Creswell, J. W. (2014). *Research design Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. SAGE.
- Damilano G. & Rigo D. (2019). *Desafíos de la educación estadística en ciencias sociales. Contextos de Educación*, 26(19). 151-161. <https://bit.ly/3QykMHH>
- Del-Callejo-Canal, D., Canal-Martínez, M., & Hákim-Krayem, M. R. (2020). Desarrollo del pensamiento estadístico en estudiantes de nivel superior a través de una Experiencia Educativa. *Educación Matemática*, 32(2). 194-216. <https://doi.org/10.24844/EM3202.08>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2>
- Kaur, B., Wong, L. F., & Govindani, S. N. (2020). Graphing Linear Equations—A Comparison of the Opportunity-to-Learn in Textbooks Using the Singapore and the Dutch Approaches to Teaching Equations. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education* (pp. 97-111). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_7
- Pfannkuch, M. (2005). Probability and statistical inference: How can teachers enable learners to make the connection? En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 267-294). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_12
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2004). Towards an Understanding of Statistical Thinking. En D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield, (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 17-46). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_2

- Scherer, P. (2020). Low Achievers in Mathematics—Ideas from the Netherlands for Developing a Competence-Oriented View. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education* (pp. 113–132). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_8
- Selter, C., & Walter, D. (2020). Supporting Mathematical Learning Processes by Means of Mathematics Conferences and Mathematics Language Tools. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education* (pp. 229–254). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_13
- Sun, X., & He, W. (2020). Realistic Mathematics Education in the Chinese Context—Some Personal Reflection. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education* (pp. 167–188). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_10
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2020). Seen Through Other Eyes—Opening Up New Vistas in Realistic Mathematics Education Through Visions and Experiences from Other Countries. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education* (pp. 1–20). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_1
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3). 223–265. <https://bit.ly/40a7BQ9>
- Wittmann, E. C. (2020). The Impact of Hans Freudenthal and the Freudenthal Institute on the Project Mathe 2000. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education* (pp. 63–69). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_4