

# Tendencias y desafíos acerca del desarrollo del pensamiento numérico y algebraico: un diálogo entre SEIEM y SOMIDEM

Trends and Challenges in the Development of Numerical and Algebraic Thinking: A Dialogue between SEIEM and SOMIDEM

Cristina Ayala-Altamirano <sup>1</sup> 

Carlos Valenzuela <sup>2</sup> 

Alicia Bruno <sup>3</sup> 

Olimpia Figueras <sup>4</sup> 

Rafael Ramírez <sup>5</sup> 

## Resumen

En el capítulo se describe un análisis de la producción científica sobre la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética y el álgebra desarrollada por dos grupos de investigación: el grupo Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA) de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) y el Grupo de Trabajo de Didáctica de la Aritmética y del Álgebra (GTT4) de la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática (SOMIDEM). Se revisan las contribuciones del grupo PNA presentadas en los últimos cinco simposios de la SEIEM, así como la producción relacionada con la temática del GTT4 publicada en los últimos cinco años en la revista Educación Matemática y en las actas del primer congreso de dicha sociedad. En ambos contextos, la revisión ha llevado a identificar tendencias actuales y marcos teóricos y metodológicos empleados. Se reconocen desafíos de investigación y de práctica educativa para continuar y promover colaboraciones entre miembros de ambas sociedades.

---

<sup>1</sup> cristina.ayala@uma.es

Universidad de Málaga (SEIEM)

<sup>2</sup> carlos.valenzuela@academicos.udg.mx

Universidad de Guadalajara (SOMIDEM)

<sup>3</sup> abruno@ull.edu.es

Universidad de la Laguna (SEIEM)

<sup>4</sup> figueras@cinvestav.mx

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (SOMIDEM)

<sup>5</sup> rramirez@ugr.es

Universidad de Granada (SEIEM)

## Palabras clave

Pensamiento algebraico, pensamiento numérico, didáctica de la aritmética, didáctica del álgebra.

## Abstract

The chapter describes an analysis of the scientific production on the teaching and learning of arithmetic and algebra developed by two research groups: the ‘Thinking Numerical and Algebraic Thinking’ (PNA) group of the Spanish Society for Research in Mathematical Education (SEIEM) and the Working Group on the Didactics of Arithmetic and Algebra (GTT4) of the Society for Research and Dissemination of Mathematical Education (SOMIDEM). The contributions of the PNA group presented at the last five symposia of the SEIEM are reviewed, as well as the production related to the GTT4 theme published in the last five years in the journal *Educación Matemática* and in the proceedings of the first congress of this society. In both contexts, the review has led to the identification of current trends and the theoretical and methodological frameworks used. Challenges of research and educational practice are recognized to continue and promote future collaborations between members of both societies.

## Keywords

Algebraic thinking, numerical thinking, didactics of arithmetic, didactics of algebra.

## Introducción

La problemática en torno a la didáctica de la aritmética y del álgebra ha sido un tema central desde los inicios de la Educación Matemática como disciplina científica. Tanto en México como en España, y de manera conjunta, se han llevado a cabo estudios relevantes que han impulsado la creación y consolidación de grupos y líneas de investigación sobre esas temáticas en ambos países. Por ejemplo, un referente importante sobre la didáctica del álgebra son los estudios de Filloy et al. (2008) publicados en el libro *Educational Algebra: A Theoretical and Empirical Approach*. Sobre la aritmética de las fracciones puede consultarse el artículo de Real et al. (2013). Ambos son fruto de la colaboración entre académicos mexicanos y españoles.

Como resultado de los esfuerzos e intereses de investigadoras e investigadores, en numerosos congresos se ha reservado consistentemente un espacio para la discusión de estudios sobre la enseñanza y aprendizaje de la aritmética y del álgebra. En España, como parte de los simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), se formó el grupo Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA). En México, en el marco del congreso de la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática (SOMIDEM), recientemente, se ha constituido el Grupo de Trabajo de Didáctica de la Aritmética y del Álgebra (GTT4); sobre esta temática se han estado realizando numerosas investigaciones. El

propósito de este capítulo es mostrar una visión global de la producción científica desarrollada en los últimos cinco años por los miembros de los grupos de la SEIEM y de la SOMIDEM.

Dadas las particularidades de cada agrupación, se adoptaron enfoques diferenciados para analizar su producción científica reciente. En el caso del GTT4, se consideraron artículos, ya que buena parte de sus investigaciones no se ha difundido en actas de congresos. En cambio, para el grupo PNA, estas actas resultaron una fuente suficiente, aunque más limitada en detalle. Esta estrategia busca reconocer las contribuciones de ambos grupos considerando tanto sus trayectorias como los formatos predominantes de difusión científica en cada contexto. Además, las investigaciones analizadas responden a necesidades propias de los sistemas educativos de México y España, y se interpretan desde tradiciones académicas distintas. Mientras en España se habla de “pensamiento numérico” y “pensamiento algebraico”, en México se utiliza “didáctica de la aritmética” y “didáctica del álgebra”. A pesar de estas diferencias terminológicas, el propósito común es identificar temas compartidos que permitan consolidar redes de colaboración científica.

En este capítulo, en primer lugar, quienes escribieron la parte correspondiente a cada sociedad exponen el análisis de los textos en su propio entorno, resaltando las problemáticas estudiadas, los contextos en los que se desarrollan las investigaciones y los marcos teóricos y metodológicos empleados. A partir de esos resultados, en el apartado final se exploran las similitudes y diferencias entre los enfoques adoptados en ambos países, destacando las contribuciones de cada grupo a la enseñanza y al aprendizaje de la aritmética y del álgebra.

### **Investigaciones en el contexto del grupo PNA**

Desde su inicio, en el grupo de investigación PNA de la SEIEM se han desarrollado estudios centrados en estructuras numéricas y relaciones algebraicas, consideradas fundamentos esenciales de las matemáticas y el lenguaje matemático (Lupiáñez, 2015). Parte de la trayectoria del grupo ha sido expuesta en los simposios sobre Investigación en Educación Matemática organizados por la SEIEM. En ellos, se ha mostrado la investigación desarrollada en España en el ámbito numérico y algebraico en las últimas décadas (Bosch et al., 2024; Cañadas, 2023; Lupiáñez, 2015).

Se amplía a continuación esta información con un análisis de la producción científica que las personas integrantes del grupo PNA han publicado en los últimos cinco simposios (desde 2019 hasta 2024). De estas personas, se identificaron en las actas 83 comunicaciones y 65 pósteres. Tal como se muestra en la Tabla 1, la clasificación y el análisis de estos estudios permitió identificar tres líneas principales de investigación: pensamiento numérico, pensamiento algebraico y la resolución de problemas. Estas líneas tratan

aspectos como la enseñanza y el aprendizaje de contenidos curriculares en distintos niveles educativos, la formación docente, la atención a estudiantes con necesidades educativas especiales, así como el análisis de textos escolares y currículos educativos.

**Tabla 1**  
*Categorías analizadas según el foco y el nivel en que se sitúa la investigación*

| Categorías de análisis | Foco y el nivel en que se sitúa la investigación |                     |          |                       |            |             |                  |       | Total de trabajos |
|------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|----------|-----------------------|------------|-------------|------------------|-------|-------------------|
|                        | Infantil                                         | Infantil y primaria | Primaria | Primaria y Secundaria | Secundaria | Universidad | Textos escolares | Otros |                   |
| Números                | 4                                                | 0                   | 14       | 1                     | 15         | 15          | 1                | 2     | 52                |
| Álgebra                | 11                                               | 2                   | 19       | 2                     | 2          | 11          | 2                | 3     | 52                |
| Problemas              | 0                                                | 0                   | 18       | 1                     | 4          | 17          | 0                | 4     | 44                |
| Total                  | 15                                               | 2                   | 51       | 4                     | 21         | 43          | 3                | 9     | 148               |

Este apartado se divide en tres secciones correspondientes a las líneas de investigación mencionadas. En cada sección se incluyen ejemplos seleccionados de manera intencionada con el propósito de reflejar la diversidad de niveles educativos, diferentes subtemáticas y grupos de investigación participantes. Para quienes deseen profundizar en las temáticas tratadas, se recomienda la consulta de los estudios y publicaciones desarrollados en el marco de la SEIEM durante el periodo considerado.

**Pensamiento numérico**

Las investigaciones sobre el pensamiento numérico abarcan diversas temáticas, entre ellas el aprendizaje numérico temprano, conceptos asociados a decimales y fracciones (densidad y orden) y sentido numérico en términos generales. Hay pocos estudios sobre los números enteros y reales.

Los estudios sobre aprendizaje numérico temprano se sitúan en la adquisición del concepto de número natural en la etapa infantil (3 a 6 años) y primaria (6 a 12 años). García-Triana et al. (2024) analizaron las representaciones escritas de la descomposición aditiva de un número, producidas por estudiantes de 4 y 5 años a lo largo de varios años en talleres matemáticos. Concluyeron que la mayoría de los niños y niñas lograron expresar dicha descomposición, incluso de varias formas. Utilizando el “modelo MTSK”, se ha examinado el conocimiento especializado que moviliza una profesora de Educación Infantil cuando trabaja la descomposición aditiva del número 6 desde la flexibilidad representacional. Se observa en el estudio cómo la docente moviliza conocimiento didáctico del contenido ligado a su cono-

cimiento profundo de la matemática elemental al contextualizar la descomposición con problemas aritméticos verbales y usar diferentes registros de representación facilitando constantemente las conversiones entre ellos (Muñoz-Catalán et al., 2023). Por otro lado, Olmos-Martínez y Alsina (2024) investigaron los cambios en las habilidades docentes tras un proceso de formación continua, evidenciando modificaciones en las prácticas relacionadas con el aprendizaje numérico en la educación infantil.

En cuanto a la enseñanza de los números naturales, Rodríguez et al. (2019) analizaron su introducción en la etapa primaria, poniendo énfasis en el papel del número cero, a partir de los procesos de conteo y de secuencias de actividades basadas en el modelo de von Neumann. La operatoria con números naturales ha recibido menor atención en la investigación, aunque García et al. (2024) han examinado el tratamiento de la multiplicación en los libros de texto de España y Japón, siguiendo la “Teoría Antropológica de lo Didáctico”, mostrando la existencia de dos paradigmas didácticos vigentes sustentados en modelos epistemológicos diferentes y fines educativos distintos. Por ejemplo, en ambos países lo aritmético aparece ligado a sistemas de cantidades de magnitudes discretas. En otro orden, en España se mantienen los significados aditivos y se promueve una identificación de la multiplicación con la suma, mientras que en Japón se promueve que los estudiantes establezcan una nueva relación en la que cada número tiene un significado diferente (unidades por grupo, número de grupos).

Los números racionales han sido abordados en diversos niveles educativos, desde primaria hasta la formación de futuros docentes. González-Forte et al. (2021) identificaron dificultades que enfrentan estudiantes de primaria y secundaria relacionadas con la densidad de los números racionales, evidenciando la prevalencia del sesgo del número natural, lo que sugiere que muchos estudiantes perciben al conjunto de los racionales como discreto, de manera similar a los números naturales.

Las investigaciones sobre las fracciones agrupan el mayor número de estudios en primaria (6 a 12 años), secundaria (12 a 16 años) y futuros docentes. Ángel et al. (2022) aplicaron una herramienta teórica basada en una red de conceptos para caracterizar problemas multiplicativos con fracciones en materiales curriculares docentes de Telesecundaria (modalidad de la educación secundaria en México). González-Forte et al. (2019) identificaron errores en la ordenación de fracciones por parte del estudiantado, atribuidos al uso inadecuado del conocimiento sobre los números naturales o al pensamiento en diferencias (basado en las diferencias entre numeradores y denominadores). Desde un punto de vista de los docentes, tomando como marco teórico la “Mirada Profesional”, González-Forte y Planas (2024) estudiaron las prácticas matemáticas lingüísticas de futuros docentes, relativas a la enseñanza de la comparación de fracciones. Con el mismo marco teórico,

Zorrilla et al. (2024) investigaron con futuros docentes de primaria, cómo analizar una secuencia de actividades sobre fracciones en un libro de texto y qué aspectos consideran en el diseño de sus actividades sobre esta temática. Cid-Cid et al. (2024) exploraron los procesos que siguen futuras docentes de primaria para comparar fracciones propias y para reflexionar sobre la idea de equivalencia de fracciones. Para ello, tomaron como marco el uso de la “flexibilidad procedimental” y la “flexibilidad representacional”. Por su parte, Fernández-Plaza et al. (2019) analizaron las formas en las cuales futuros docentes de primaria identifican errores sobre el concepto de fracción.

Diversos estudios realizados en el ámbito de la SEIEM se sitúan en la línea del sentido numérico, utilizando sus componentes, los cuales se han indicado en la literatura internacional. El foco de estos trabajos per se, no fue, por lo tanto, un conjunto numérico determinado, sino cómo se manifiesta el sentido numérico. Jiménez-Rubiano et al. (2024) presentaron un estudio teórico sobre los componentes del sentido numérico y la transición de un sistema numérico a otro. Se concluye que el sentido numérico no solo es un conjunto de habilidades dentro de un sistema relacional, sino la capacidad de utilizar las propiedades para interpretar, manipular y representar en otro sistema. El uso de los diferentes componentes del sentido numérico y las dificultades en su aplicación han sido estudiados con alumnado de primaria (Adamuz-Povedano, 2019) y de secundaria (Bruno & Almeida, 2023; Fariña y Bruno, 2021; Garrido et al., 2022). La estimación de cantidades se ha abordado con futuros docentes de primaria en el estudio de Montejo-Gámez et al. (2023).

Finalmente, la revisión de investigaciones sobre sentido numérico en educación primaria presentada por Adamuz-Povedano (2023) destaca que la mayor parte de los estudios se ha centrado en medir el sentido numérico manifestado por los estudiantes para vincularlo con el rendimiento académico o con posibles dificultades posteriores en matemáticas. En la revisión llevada a cabo se observó que se ha prestado menos atención a la implementación de estrategias para fortalecer el sentido numérico en el aula, lo que sugiere la necesidad de nuevas líneas de investigación en este ámbito.

### **Pensamiento algebraico**

En la producción científica relacionada con el pensamiento algebraico se consideran distintos enfoques que reconocen la multidimensionalidad del álgebra escolar, e incluyen aspectos como patrones, aritmética generalizada, funciones, igualdades, desigualdades, ecuaciones e inecuaciones (Cañadas, 2023). El análisis de las actas de la SEIEM de los últimos años indica que la mayoría de las indagaciones se centran en el pensamiento funcional, seguido de estudios sobre patrones y, en menor proporción, sobre ecuaciones e inecuaciones. Además, se ha identificado un grupo adicional de trabajos que

versan sobre intereses algebraicos variados. Para profundizar en el análisis e identificar las temáticas consideradas en las investigaciones sobre pensamiento algebraico se tomó como referencia la revisión de Narváez et al. (2023). Este estudio examinó la producción científica sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria desde 1981 hasta 2021 en la base de datos de Scopus, en el contexto internacional conocido como *early algebra*. Dentro de este marco, en esta revisión se distinguen temáticas relacionadas con la generalización, las estrategias empleadas y las representaciones utilizadas en tareas diseñadas para fomentar el pensamiento algebraico.

La temática asociada al pensamiento funcional en las primeras etapas de educación ha sido objeto de estudio en numerosos trabajos recientes, impulsados por un grupo de investigación interuniversitario que ha presentado resultados de alumnado de diversos cursos, utilizando como metodología los “experimentos de enseñanza”. En el ámbito de la educación infantil, en las investigaciones se ha indagado en las estrategias para identificar y generalizar la relación funcional, las estructuras, así como las representaciones utilizadas y las tareas que involucran funciones de forma directa e inversa (Anglada et al., 2022). Entre los hallazgos más relevantes se destaca que el contexto y la manera en que se presentaron las tareas facilitaron, por ejemplo, la identificación de distintas estructuras asociadas a la relación funcional implicada y formas de manejar tablas representadas de modo manipulativo. En educación primaria, el mismo grupo de investigación ha presentado estudios relativos a estrategias, estructuras, representaciones, mediaciones, centrándose en el uso de tablas y gráficos (Pérez-Martos et al., 2023) y en el papel de las justificaciones (Ayala-Altamirano & Molina, 2019). Los resultados destacan que, aunque tradicionalmente el álgebra se estudia a partir de secundaria, con un diseño apropiado el alumnado de primaria puede generalizar relaciones funcionales, representarlas de distintos modos —lo que incluye representaciones personales y convencionales, tales como el uso de lenguaje alfanumérico, tablas o gráficos— y justificar sus respuestas razonando sobre las generalidades. Otros trabajos han abordado la generalización en la transición de la educación primaria a la educación secundaria (Ureña et al., 2021), así como en niveles superiores. También se ha investigado acerca del conocimiento didáctico, el sentido estructural o las concepciones de futuros docentes sobre aspectos funcionales asociados a las funciones cuadráticas, las derivadas, integrales, límites o continuidad. En cuanto a líneas de investigación futuras se observa la necesidad de explorar los distintos contextos y el diseño de tareas apropiadas para cada nivel educativo.

En lo relativo a patrones, son mayoritarios los estudios en educación infantil (Acosta et al., 2023). En los estudios realizados por estos autores citados, basándose en el “Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM)”, se han descrito diversas experiencias que relacionan

patrones de repetición con el pensamiento funcional, la representación, los recursos manipulativos, el contexto de enseñanza e incluso el pensamiento computacional. Por ejemplo, concluyen que el diseño de actividades en las que se usan robots programables simples contribuye a la comprensión de conceptos matemáticos abstractos y al reconocimiento de patrones; coexistiendo de manera fusionada el pensamiento algebraico y el computacional. En educación primaria, los investigadores han analizado las finalidades de las tareas de patrones, la iniciación al pensamiento computacional y las estrategias en la resolución de problemas (Arbona et al., 2021; Ayala-Altamirano et al., 2024). También se ha evidenciado el interés por explorar el estudio de patrones en experiencias llevadas a cabo con alumnado con autismo (Santágueda-Villanueva et al., 2019).

Si bien la mayoría de los estudios sobre ecuaciones se han centrado en la educación secundaria, en los últimos años se ha observado un interés creciente por su introducción en educación primaria impulsado por cambios curriculares en España. Este giro en la investigación resalta la importancia de la enseñanza temprana de ecuaciones e inecuaciones, tanto en la formación de los estudiantes más jóvenes como en la formación de futuros docentes. En las actas de la SEIEM, los trabajos sobre ecuaciones se concentran principalmente en educación secundaria, en los cuales se analizan dificultades y estrategias para la resolución de problemas. En menor medida, se abordan el conocimiento especializado de futuros docentes y el tratamiento de ecuaciones en libros de texto desde una perspectiva histórica. En educación primaria, López et al. (2021) investigaron, con alumnado de educación básica, recién iniciados en la resolución de ecuaciones lineales básicas, la comprensión conceptual y semántica. Los resultados de su estudio sugieren que, desde esta etapa, el alumnado puede afrontar tareas algebraicas que involucran ecuaciones, tanto de forma implícita como explícita. Esta capacidad, a su vez, contribuye a la estimulación y el enriquecimiento de su pensamiento matemático. En una línea similar, Pacheco et al. (2024) mostraron una experiencia sobre resolución de tareas de inecuaciones, analizando los significados atribuidos a estas expresiones y las estrategias utilizadas por estudiantes de primaria. Finalmente, el papel de la formación docente en la enseñanza del álgebra sigue siendo un área poco explorada. Pincheira et al. (2023) describieron el conocimiento del profesorado para promover el pensamiento algebraico en educación infantil, sin embargo, aún es necesario explorar más el impacto de la formación específica de futuros docentes de primaria en la enseñanza del álgebra.

### **Resolución de problemas numéricos y algebraicos**

Las publicaciones en las actas de los simposios de la SEIEM vinculadas a la resolución de problemas numéricos y algebraicos se centran principalmente

en dos áreas de interés: procesos de resolución de problemas y formulación o invención de problemas.

La competencia de resolución de problemas es esencial en la actividad matemática. En gran parte de los estudios realizados en este campo se analizan los procedimientos empleados por estudiantes de educación primaria al resolver problemas aritméticos de enunciado verbal. Zorrilla et al. (2023) describieron cómo cambian los procesos (estrategias y representaciones) de estudiantes de sexto de primaria cuando resuelven problemas de estructura multiplicativa con fracciones. La propuesta de instrucción se basó en la “enseñanza con variación”. Los resultados indican que el diseño contribuyó a que algunos estudiantes superaran dificultades, lo que facilitó la transición de estrategias incorrectas a estrategias informales válidas y permitió la identificación de la operación formal que resuelve el problema. Los hallazgos sugieren que la transición de los números naturales a las fracciones presenta dificultades. No obstante, el diseño de la instrucción favoreció la adaptación de estrategias empleadas en el contexto de los números naturales para aplicarlas en problemas similares que involucran fracciones o ajustar estrategias según los distintos tipos de fracciones.

El lenguaje y la comprensión lectora están estrechamente ligados con la competencia de resolución de problemas, lo que ha llevado a analizar la capacidad para identificar y nombrar los elementos que conforman un problema, tales como las cantidades conocidas y desconocidas. Para profundizar en esto, en diversos trabajos se muestran los efectos de emplear el sistema tutorial inteligente HINTS para la resolución aritmética y algebraica de los problemas. Se ha demostrado que los estudiantes tienen una visión favorable de la herramienta, destacando la retroalimentación continua que ofrece al resolutor (Tirado-Olivares et al., 2021). Por ejemplo, Del Olmo-Muñoz et al. (2022) evaluaron la aplicación de HINTS con estudiantes de 5.º y 6.º de primaria dentro de una secuencia didáctica basada en la “flexibilidad intratarea” (ofrecer múltiples soluciones para un mismo problema). Los resultados evidenciaron mejoras en la competencia de resolución de problemas verbales y una percepción favorable de la herramienta, aunque los estudiantes la consideraron menos atractiva en comparación con otros enfoques de enseñanza.

En el ámbito de la educación secundaria, los estudios sobre resolución de problemas de proporcionalidad numérica destacan la necesidad de promover estrategias más allá del uso de algoritmos, enfatizando la importancia de múltiples representaciones en el proceso de solución (Porrás et al., 2021). Martínez-Juste et al. (2019) analizaron respuestas de alumnos a problemas de reparto inversamente proporcionales. En el estudio se promovió la aparición de estrategias iniciales por parte del alumnado, las cuales pueden formalizarse como técnicas de resolución generales.

Una línea de investigación que ha cobrado relevancia es aquella que se centra en estudiantes con dificultades de aprendizaje matemático que requieren atención a necesidades educativas especiales. Recientemente, en la SEIEM se creó el grupo “Investigación en Diversidad e Inclusión en Educación Matemática”, cuyo objetivo es avanzar hacia una educación matemática inclusiva y atender la diversidad. Las investigaciones publicadas en las actas describen experiencias llevadas a cabo con estudiantes con Trastorno del Espectro Autista (TEA), con el objetivo de informar sobre sus fortalezas y debilidades en el ámbito de las matemáticas. Fernández-Cobos y colaboradores, en diversos documentos describen experiencias en las que se ha seguido una “modificación de la instrucción basada en esquemas” (del inglés, MSBI).

Los resultados muestran que este tipo de instrucción facilita el aprendizaje de este alumnado, favorece la autonomía y le permite progresar en los contenidos a través de sus propias estrategias informales. Además, la secuencia puede ayudar al docente o al investigador a identificar las dificultades que manifiestan estos estudiantes y apoyarlos en la comprensión de las operaciones (Fernández-Cobos et al., 2024). Fernández-Cobos et al. (2022) informaron sobre las dificultades de comprensión en el proceso de resolución de problemas destacando la importancia de seguir diseñando propuestas que tengan en cuenta las características individuales de cada estudiante. Una línea de investigación futura es abordar la formación del docente de matemáticas respecto al tratamiento inclusivo en el aula del alumnado con necesidades educativas especiales.

Los estudios sobre resolución de problemas con estudiantes universitarios han sido menos frecuentes. Las investigaciones han abordado la descripción de estrategias utilizadas por futuros docentes de primaria (Cabero, 2021) y el impacto de factores emocionales en la autorregulación durante la resolución de problemas (Landa et al., 2021). En la etapa analizada, las investigaciones relativas a la resolución de problemas numéricos y algebraicos del profesorado son escasas y se han llevado a cabo principalmente con profesorado de secundaria en formación. Espinoza-González et al. (2023) evaluaron las habilidades de futuros docentes de matemáticas de secundaria en la identificación, interpretación y toma de decisiones al analizar la resolución de problemas de proporcionalidad por parte de estudiantes. Los resultados indican que el desarrollo de estas competencias es heterogéneo y depende de la naturaleza de las respuestas estudiantiles. Se recomienda desarrollar programas formativos que integren registros de la práctica docente para abordar una mayor diversidad de problemas y niveles de comprensión.

La formulación de problemas ha cobrado gran interés en los últimos años. Casi la totalidad de los estudios publicados en las actas sobre esta temática se han centrado en explorar la habilidad de docentes en formación

de educación primaria para formular problemas. No obstante, sigue siendo una línea abierta profundizar sobre qué sucede en otros niveles educativos.

García-Alonso et al. (2022) caracterizaron los problemas sobre fracciones inventados por futuros docentes de primaria, analizando su plausibilidad (o resolubilidad), demanda cognitiva, significado y estructura matemática. Los resultados indican que la mayoría de los problemas creados son plausibles, con demanda cognitiva en la categoría “aplicar” y con predominio del significado de fracción parte-todo y operador, mayoritariamente de estructura aditiva. Investigaciones posteriores del mismo grupo han explorado los errores cometidos por los futuros docentes y el impacto del uso de herramientas digitales en la formulación de problemas. Chico et al. (2023) identificaron las intenciones didácticas de futuros maestros cuando resuelven una tarea basada en la formulación de problemas, identificando diversas estrategias como la focalización en contenidos específicos, la variación en la complejidad, la facilitación de la comprensión del enunciado, la orientación hacia la evaluación o la modificación de la práctica matemática promovida. Entre las líneas futuras, proponen profundizar en la influencia de las interpretaciones docentes sobre las consignas en la enseñanza, así como en el desarrollo de instrumentos para analizar sus intenciones didácticas con mayor precisión. Otras investigaciones se han basado en el “Enfoque Ontosemiótico” (Burgos et al., 2022), o en la perspectiva “Etnomatemática” (Albanese, 2024) para dar cuenta del proceso de creación de problemas seguido por docentes en formación. También se han analizado los problemas creados por estudiantes con talento matemático (Espinoza, 2024).

Son escasas las investigaciones sobre formulación de problemas con estudiantes de educación primaria o secundaria. Quevedo (2023) analizó las producciones de estudiantes de 6.º de educación primaria y 1.º de educación secundaria al inventar situaciones con números enteros dada una expresión numérica. En sus resultados se muestra que la mayor parte de las situaciones descritas son cortas, con una estructura sintáctica sencilla y un contexto cercano. Ayala-Altamirano et al. (2023) destacaron el potencial que la invención tiene para observar y fomentar el pensamiento algebraico, ya que permite al alumnado centrarse en estructuras y relaciones matemáticas en lugar de en el cálculo, lo que favorece el desarrollo de habilidades algebraicas.

Se concluye que es fundamental continuar explorando este ámbito, dado que la invención de problemas constituye una estrategia efectiva para el aprendizaje matemático, la resolución de problemas, la construcción del conocimiento y el desarrollo de la creatividad.

## **Desafíos emergentes en torno al pensamiento numérico y algebraico**

En el ámbito del pensamiento numérico, persiste la necesidad de profundizar en la operatoria desde edades tempranas y en el estudio de sistemas como

los enteros y reales, así como de avanzar hacia propuestas didácticas que desarrollen el sentido numérico en el aula. Respecto al pensamiento algebraico, uno de los desafíos más destacados es el diseño de secuencias de enseñanza que permitan una introducción progresiva de este pensamiento desde la educación infantil. Una línea de trabajo futura podría centrarse en estudios comparativos entre los enfoques utilizados por estudiantes de primaria, secundaria y niveles superiores para resolver tareas que involucren el pensamiento algebraico, con el fin de identificar las estrategias más pertinentes y transferibles entre las etapas educativas. Otro desafío reside en el campo de la formación docente, aún son escasos los estudios que exploren cómo el conocimiento profesional se transforma en la práctica o cómo incide en la toma de decisiones didácticas en la enseñanza del álgebra. En cuanto a la resolución de problemas, se destaca el potencial formativo de la invención como estrategia de aprendizaje. Aun así, los estudios que abordan esta temática con estudiantes de primaria y secundaria siguen siendo escasos. Finalmente, la educación matemática inclusiva se presenta como una línea transversal, que demanda propuestas didácticas y formación docente sensible a la diversidad.

#### **Investigaciones en el marco de la temática del grupo GTT4**

En marzo del 2023, la SOMIDEM llevó a cabo su primer congreso, en el cual se dedicó un espacio al Grupo de Trabajo Temático denominado “Didáctica de la aritmética y del álgebra” (GTT4). El interés común de quienes participan en este grupo es reflexionar y debatir sobre investigaciones teóricas y empíricas cuyo objeto de estudio es la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética o del álgebra desde diversos enfoques teóricos y perspectivas metodológicas, así como en diferentes niveles educativos (Valenzuela & Real, 2024).

Uno de los propósitos de quienes coordinan este grupo es fomentar el interés y la motivación para profundizar en la temática de modo que se mantengan y se amplíen las discusiones en este y en otros espacios de trabajo. Por ello, en este apartado se esboza un panorama del estado actual y de proyecciones futuras de la investigación en torno a la didáctica de la aritmética y del álgebra desde la perspectiva de quienes forman parte de dicha sociedad.

Dado que hasta el momento solo se ha llevado a cabo un congreso de esta asociación, para analizar el estado actual de las indagaciones sobre la didáctica de la aritmética y del álgebra que pueden influir más directamente en las líneas de investigación desarrolladas en México, se consideraron no solo las seis propuestas discutidas en el primer congreso (publicadas en Sánchez et al., 2024), sino también informes de investigación publicados en la revista Educación Matemática (rEM); la cual está prevista como una

publicación periódica editada por la SOMIDEM. En la selección se incluyen estudios publicados en los últimos cinco años en los que participa al menos un investigador mexicano, y están relacionados con la temática del GTT4, con el propósito de ofrecer una visión aproximada del panorama actual de la investigación en esta área. En este periodo se publicaron 47 artículos; de estos, 12 fueron escritos por miembros de la SOMIDEM. A pesar de la ampliación en la selección de artículos para este análisis, cabe señalar que es inevitable omitir contribuciones relevantes para la didáctica de la aritmética y del álgebra en México que se han publicado en otros espacios.

Este apartado se estructura en tres secciones. En la primera, se examinan las contribuciones a la investigación sobre la didáctica de la aritmética y del álgebra tomando como referencia los 47 artículos publicados en la rEM. En la segunda sección se analizan las aportaciones de los socios de la SOMIDEM considerando 18 publicaciones que abarcan los artículos de la rEM y los seis documentos del primer congreso de la sociedad. De esas publicaciones se resaltan las problemáticas estudiadas, los contextos en los que se desarrollan las investigaciones y los marcos teóricos y metodológicos empleados. Finalmente, en la tercera sección se reflexiona sobre desafíos, temas emergentes y posibles líneas de investigación futuras en torno a la didáctica de la aritmética y del álgebra en México.

### **Contribuciones a la didáctica de la aritmética y del álgebra desde la rEM**

El criterio de selección de los artículos de la rEM se basó en la revisión de los títulos y de las palabras clave de las publicaciones. Las palabras consideradas fueron: aritmética, álgebra y términos asociados a estas áreas de las matemáticas, ya sean conceptos, relaciones u operaciones. Por ejemplo: números naturales, fracciones, multiplicación, problemas aditivos, proporcionalidad, razón y ecuaciones.

A continuación, se hace una descripción general de los intereses y estudios reportados en los 47 artículos seleccionados; estos se clasificaron en cuatro categorías según su enfoque y el objeto matemático en cuestión, a saber: didáctica de la aritmética, didáctica del álgebra, transición de la aritmética al álgebra y resolución de problemas.

De los 47 artículos, 25 se clasificaron como propios de la didáctica de la aritmética. De estos, 12 se centran en el estudio de alguna estructura numérica; con mayor frecuencia, el objeto de estudio es la enseñanza o el aprendizaje de las fracciones. En cuanto a las operaciones aritméticas, se identificaron tres artículos sobre multiplicación y adición. El cálculo mental es el objeto de estudio de dos artículos. Las relaciones y propiedades numéricas son el centro de atención de ocho de los 25 documentos acerca de la aritmética, en la mayoría de estos, se estudia el concepto de proporcionalidad.

En relación con la didáctica del álgebra, se identificaron seis de los 47 artículos. Las temáticas principales de estos informes de investigación son las siguientes: dos versan sobre la enseñanza del concepto de ecuación lineal, otros dos se centran en el lenguaje algebraico, y los dos restantes abordan de manera explícita el desarrollo del pensamiento algebraico.

Dado que el pensamiento algebraico puede interpretarse de diversas maneras (Sibgatullin et al., 2022), en esta sección del capítulo se adopta como una perspectiva teórica. Por lo tanto, cuando se hace referencia a este término, es porque en los artículos revisados los investigadores estudian el desarrollo del pensamiento algebraico en alguna de sus interpretaciones. En cambio, hay otros artículos en los que no se menciona explícitamente el pensamiento algebraico, sino que desde otras perspectivas teóricas o metodológicas se centran en la enseñanza o el aprendizaje de algún concepto específico del álgebra.

Con respecto a la categoría “la transición de la aritmética al álgebra”, ocho de 47 publicaciones revisadas aluden a este tema. Se decidió hacer explícita esta clasificación porque, aunque la aritmética y el álgebra están estrechamente relacionadas, en los estudios descritos previamente el centro de atención es claramente una de estas áreas. En cambio, en estos ocho casos, el interés principal radica en la conexión entre ambas áreas de las matemáticas, lo que permite reconocer cómo la generalización de la aritmética se convierte en un aspecto central para el desarrollo del pensamiento algebraico.

En México, en la década de 1990, estas y otras ideas teóricas sentaron bases para el estudio del pensamiento algebraico. Un ejemplo del uso de esas ideas es la investigación de Gallardo (2002), quien analiza la transición del dominio de los números naturales al de los enteros, resaltando su importancia en el paso del pensamiento aritmético al algebraico. Su contribución ha sido relevante respecto a la comprensión de los desafíos en la enseñanza tanto del álgebra como de la aritmética.

Finalmente, en la clasificación referente a la resolución de problemas, ocho de los 47 artículos tratan sobre esta temática. Por lo general, los problemas estudiados son de tipo verbal. Estas indagaciones se consideran relevantes porque analizan cuestiones relacionadas con el proceso de resolución, ya sea desde una perspectiva aritmética o algebraica.

En las 47 publicaciones examinadas se aprecia una tendencia hacia la investigación en didáctica de la aritmética. Asimismo, la mayoría de los proyectos se desarrollaron en el nivel educativo básico (3 a 15 años). Esto se sustenta en el hecho de que, además de los estudios centrados en la didáctica de la aritmética, aquellos sobre la transición de la aritmética al álgebra y otros relacionados con la resolución de problemas corresponden a investigaciones desarrolladas principalmente en este nivel educativo.

## Perspectivas desde la SOMIDEM sobre la didáctica de la aritmética y del álgebra

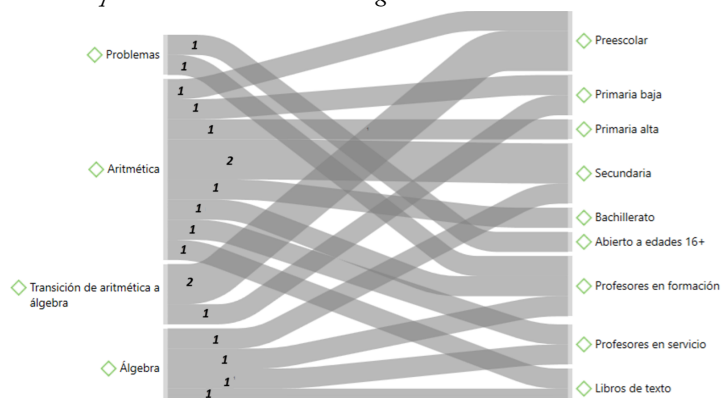
Los resultados que se exponen en este apartado se centran en los 18 artículos publicados por socios de la SOMIDEM. Cabe destacar que algunos de estos estudios surgieron de colaboraciones con investigadores de otros países, lo que implicó que el desarrollo del estudio, en algunos casos, se realizara fuera de México. Sin embargo, para su inclusión, como ya se dijo, se aplicó el criterio de que al menos uno de los autores fuera miembro de esta sociedad mexicana.

La mayoría de los estudios –9 de 18– versan sobre la didáctica de la aritmética. En estas indagaciones se estudian principalmente la proporcionalidad, la adición y conceptos como los números racionales y naturales. Con respecto a la didáctica del álgebra, se identificaron cuatro investigaciones: una sobre el concepto de ecuación lineal y tres acerca del desarrollo del pensamiento algebraico, uno de ellos vinculado con patrones numéricos figurales. Además, tres investigaciones se enfocan en la transición de la aritmética al álgebra, una de ellas aborda la generalización de la aritmética y en dos se estudia el pensamiento funcional. Finalmente, otros dos estudios están relacionados con la resolución de problemas, en los cuales, al igual que en el panorama general de la investigación, se analizan tanto estrategias de solución aritmética como algebraica.

El contexto en el que se desarrollan los estudios sobre la didáctica de la aritmética es variado (Figura 1). Hay estudios que se llevaron a cabo con alumnado de preescolar (3 a 6 años), primaria (6 a 12 años), secundaria (12 a 15 años) y bachillerato (15 a 18 años o más); otras indagaciones se llevaron a cabo con docentes de primaria, ya sea en servicio o en formación; y también se encontraron investigaciones cuyo objeto de estudio son los libros de texto para la educación básica.

**Figura 1**

*Contexto en el que se desarrollaron las investigaciones de los miembros de la SOMIDEM*



Las investigaciones relacionadas con la didáctica del álgebra se llevaron a cabo con alumnos de secundaria, así como con docentes de bachillerato y en formación para la educación primaria. Uno de los 18 estudios sobre esta categoría se centra en el análisis de libros, específicamente para primaria alta. En México, se distingue entre primaria baja (estudiantes de 6 a 9 años) y primaria alta (estudiantes entre 9 y 12 años), distinción que funciona como parámetro para la organización del alumnado en las escuelas multi-grado. Un ejemplo de ello puede verse en la investigación de Trejo (2023).

En preescolar y primaria baja se llevaron a cabo investigaciones que se centran en la transición de la aritmética al álgebra. En cambio, los estudios cuya temática es la resolución de problemas se desarrollaron en dos contextos: uno en el que participaron docentes e investigadores en formación, y otro, diseñado como un curso en línea en el que concurrieron tanto docentes como alumnos mayores de 16 años; en este último, las estrategias de resolución de los participantes no solo son algebraicas o aritméticas, sino que integran también procesos geométricos.

Como puede observarse, se requiere avanzar en el desarrollo de más estudios sobre la resolución de problemas desde edades tempranas. Asimismo, conviene ampliar las investigaciones relacionadas con la didáctica del álgebra, en especial con estudiantes de bachillerato. Además, se requiere un mayor número de estudios sobre la transición de la aritmética al álgebra con alumnos de primaria alta, secundaria y bachillerato, así como en contextos que involucren a docentes, tanto en servicio como en formación, y de cualquier nivel educativo.

Las 18 publicaciones revisadas se caracterizan por ser investigaciones empíricas. Sin embargo, surge una pregunta clave: ¿cómo se fundamentan teóricamente y cuáles son los principales marcos de investigación empleados por quienes escribieron los 18 artículos analizados?

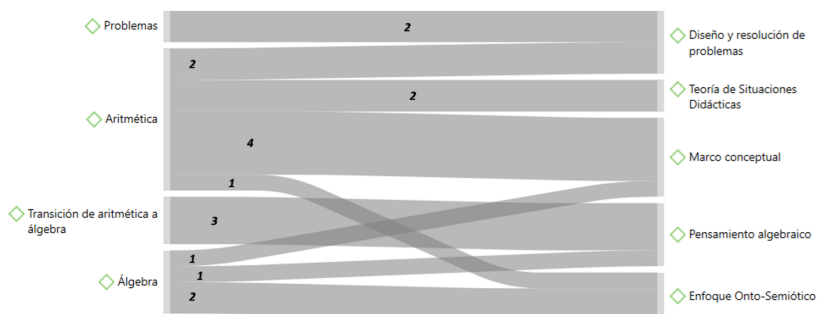
La noción de marco es central para la investigación educativa. De forma general, el marco se interpreta como un conjunto de ideas, principios, acuerdos o reglas que sirven de base para el desarrollo de la investigación. Es posible distinguir distintos tipos de marcos. Eisenhart (1991, citado en Lester, 2005) identifica tres principales: marco teórico, marco práctico y marco conceptual, cada uno con características propias.

De acuerdo con los autores antes citados, un marco teórico guía las actividades de investigación a partir en una teoría formal. Un marco conceptual puede basarse en diferentes teorías o simplemente en ideas, elementos o conceptos de teorías, así como de varios aspectos del conocimiento del profesional. Como parte del marco conceptual, puede incluirse un análisis sobre el desarrollo histórico del concepto matemático alrededor del cual se hace la investigación, siempre y cuando sea pertinente y se use para explicar el diseño y desarrollo de alguna secuencia didáctica, conjunto

de tareas o recursos tecnológicos. Los principales marcos de investigación empleados por los miembros de la SOMIDEM pueden verse en la Figura 2.

## Figura 2

*Principales marcos de investigación empleados por los miembros de la SOMIDEM*



Las investigaciones que adoptan un marco conceptual, en las cuales se desarrollan revisiones y análisis sobre términos o conceptos, se concentran principalmente en los estudios sobre didáctica de la aritmética, mientras que solo una versa acerca de la didáctica del álgebra. Asumir una postura sobre el sentido numérico que se adapte a estudios con alumnos de bachillerato fue parte de la constitución del marco conceptual del estudio de Garrido-Adame et al. (2024). Por su parte, Robles y Nieto (2024) consideran las etapas de desarrollo de la proporcionalidad como un aspecto central para poder explorar los procedimientos que usan docentes en formación en la resolución de problemas que involucran ese concepto. Sobre la proporcionalidad, Block (2021) hace una revisión de otras perspectivas y aportes desde la investigación; de esta forma, asume una postura para el diseño de sus actividades. En el estudio de Luengo et al. (2024) se presenta una revisión sobre el concepto fracción y se adopta una postura sobre ese concepto, considerando algunas de sus propiedades y operaciones, como son la equivalencia y la adición. Además, establecen una relación entre la representación de fracción y la notación musical. Por último, Leyva y Dávila (2024), para diseñar una secuencia didáctica, consideran el método de enseñanza ACODESA y la caracterización de la generalización algebraica de patrones de otras investigaciones.

El pensamiento algebraico no constituye una teoría en sí misma, pero se ha consolidado como un enfoque ampliamente utilizado en estudios internacionales. En el campo de la Educación Matemática, existen diversas posturas sobre cómo comprenderlo. Según Medrano et al. (2022) la aritmética generalizada y el pensamiento funcional son dos dominios del “álgebra temprana” (*early algebra*) considerados centrales para el desarrollo del pensamiento algebraico. Fuentes et al. (2024) y Anglada et al. (2024) destacan

el pensamiento funcional como uno de los enfoques relevantes del pensamiento algebraico, sustentado en la idea de que el cambio es una noción matemática que se refiere a una transformación. Según las autoras, esta perspectiva permite a los alumnos construir, describir, representar y razonar sobre las funciones y sus elementos constitutivos. Estas tres investigaciones se centran explícitamente en la transición de la aritmética al álgebra. En cuanto a la investigación sobre didáctica del álgebra, Nieto (2024) cita el estudio de Butto y Rojano (2010) para definir al pensamiento algebraico. Así, para esta autora, el pensamiento algebraico implica comprender las relaciones funcionales, generalizar patrones y relaciones numéricas, trabajar con la estructura, el simbolismo y la modelización como medios de expresión, así como formalizar generalizaciones.

Dos de las investigaciones sobre didáctica del álgebra y una sobre didáctica de la aritmética toman como marco de investigación aspectos del Enfoque Ontosemiótico (EOS). De acuerdo con Ramírez et al. (2020) este enfoque se concibe como una teoría inclusiva que proporciona herramientas para el análisis didáctico de procesos de instrucción matemática. El EOS integra aspectos ontológicos, epistemológicos y semióticos del conocimiento matemático, proporcionando herramientas para investigar y mejorar los procesos educativos. Para el caso del estudio de Llanes et al. (2022) se consideran los niveles de razonamiento algebraico en el contexto ontosemiótico, esos niveles se definen en términos de los resultados de otras investigaciones, que toman en cuenta los tipos de representaciones usadas, los procesos de generalización implicados y el cálculo analítico que se pone en juego en la actividad matemática correspondiente. Por su parte, Morales-García et al. (2021) centran su investigación en analizar los significados del número natural en libros de texto mexicanos de educación básica, asumiendo aspectos del EOS, específicamente aquellos relacionados con la configuración epistémica y los niveles de análisis de la actividad matemática.

La Teoría de Situaciones Didácticas es la base teórica para el desarrollo de dos investigaciones ubicadas en la didáctica de la aritmética. El estudio de Block et al. (2023) incluye el diseño de situaciones didácticas a partir de un análisis epistemológico de las nociones sobre la razón y la fracción. Estos autores asumen además como metodología a la Ingeniería Didáctica, por lo que describen la secuencia de investigación: análisis preliminar sobre los conceptos en juego, diseño de la situación didáctica, experimentación en el aula y análisis de la implementación que contrasta lo previsto con lo ocurrido. Laguna y Block (2020) analizan dos situaciones didácticas relativas al tratamiento de la información como un enfoque constructivista de la enseñanza que relaciona la estadística con el uso de los números; estos autores aportan evidencia sobre las formas personales en que los alumnos de preescolar representan y combinan distintos sistemas de notación—

icónico, numérico y escrito—según el contexto generado por las tareas propuestas.

El enfoque de la resolución de problemas se plantea como una base teórica y metodológica en cuatro de los artículos analizados: dos pertenecen a la clasificación de estudios centrados en problemas, mientras que los otros dos corresponden a la didáctica de la aritmética. Existen diversas interpretaciones y usos en el campo de la Educación Matemática sobre este enfoque. En los dos primeros, Fino-Miranda et al. (2024) consideran los Problemas Aditivos de Enunciado Verbal (PAEV) con la finalidad de caracterizar las estructuras semánticas utilizadas por docentes e investigadores de matemáticas en formación. Para García y Poveda (2022) la resolución de problemas matemáticos y el uso de tecnologías digitales fueron aspectos centrales para el diseño de un entorno virtual MOOC, con el objetivo de analizar el proceso de resolución de problemas seguido por las personas usuarias del curso. En los estudios sobre didáctica de la aritmética, los problemas sirvieron como medio para analizar las prácticas de enseñanza sobre la proporcionalidad de tres docentes de educación primaria (Ávila y Gutiérrez, 2022), así como la comprensión del sistema métrico decimal de un grupo de alumnos de escuela primaria multigrado (Trejo, 2022).

Como puede observarse, la construcción de un marco conceptual se identifica como el marco de investigación más comúnmente adoptado en las publicaciones analizadas. El Enfoque Ontosemiótico muestra un balance al emplearse en dos áreas, lo cual refleja su flexibilidad para tratar con problemas de investigación en didáctica del álgebra y de la aritmética. La Teoría de Situaciones Didácticas se emplea para el desarrollo de investigaciones sobre didáctica de la aritmética y en educación básica, por lo que podría explorarse su uso para investigar problemas en otras áreas de la didáctica y en otros niveles educativos. Por último, el diseño y la resolución de problemas y el pensamiento algebraico son dos enfoques particulares que pueden emplearse con otras ideas teóricas para constituir un marco conceptual, ya sea para analizar el proceso de resolución o la invención de problemas.

### **Desafíos o temas emergentes en torno a la didáctica de la aritmética y del álgebra en México**

Los estudios analizados sugieren desafíos y temas emergentes de investigación en la didáctica de la aritmética y el álgebra, los cuales podrían considerarse para el desarrollo de proyectos en México.

La mayoría de las investigaciones analizadas sobre la didáctica de la aritmética se han centrado en los números naturales, enteros y racionales, y han sido desarrolladas principalmente en educación preescolar, primaria y secundaria. Para avanzar en el aprendizaje de las matemáticas en los niveles medio y superior, es necesario desarrollar un conocimiento sobre los números

reales y complejos. Estos números, así como su aritmética y sus representaciones, juegan un papel importante en otras ramas de la matemática, como, por ejemplo, el cálculo y el análisis, la geometría analítica y la trigonometría. Por esas razones es conveniente ampliar las líneas de investigación sobre el desarrollo del sentido numérico, así como acerca de la didáctica de la aritmética de los números reales y complejos.

Desde un panorama internacional, en las últimas tres décadas se ha popularizado una corriente educativa que se centra en la enseñanza y el aprendizaje de Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (STEM por sus siglas en inglés). Asimismo, ha cobrado importancia el uso de la metodología denominada Aprendizaje Basado en Proyectos. En México, aspectos de estas metodologías se han tomado como referencia para el diseño de la reforma educativa del año 2022. En la revisión de las publicaciones descritas en los apartados anteriores, no se mencionan estudios hechos por integrantes de la SOMIDEM que traten sobre estas corrientes educativas. La situación descrita plantea la necesidad de desarrollar estudios en la didáctica de la aritmética y el álgebra que incorporen estos acercamientos en sus investigaciones.

Además, la incorporación efectiva de nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje ha despertado interés en diversos países. Este escenario ha revelado nuevas problemáticas y oportunidades para hacer investigación. Por ejemplo, Bråting y Kilhamn (2021) destacan la programación y el pensamiento computacional como habilidades necesarias no solo para los científicos e ingenieros informáticos, sino también para todos los ciudadanos. Por ello, estos autores sugieren incorporar la programación en la enseñanza de las matemáticas en Suecia, proponiendo enfoques pedagógicos que vinculen el pensamiento matemático con competencias digitales que hoy resultan indispensables.

Por lo anterior, una línea de investigación emergente es la integración del pensamiento algebraico con el pensamiento computacional, un campo que, hasta ahora, ha sido poco explorado en México. Indagar en esta línea de investigación implicaría el diseño y evaluación de propuestas didácticas que integren herramientas tecnológicas y lenguajes de programación, tanto visuales como textuales, orientadas a la resolución de problemas algebraicos. Asimismo, sería pertinente documentar experiencias pedagógicas que articulen ambos tipos de pensamiento, identificar los retos y oportunidades de su implementación, así como desarrollar modelos didácticos adaptables a diversos contextos y niveles educativos.

## Conclusiones

Tras describir las investigaciones realizadas en los últimos cinco años por integrantes de los grupos de PNA de la SEIEM y del GTT4 de la SOMIDEM,

se identifican puntos de convergencia y oportunidades para fortalecer la colaboración. La revisión muestra colaboraciones puntuales entre investigadores de ambas sociedades, lo que evidencia posibilidades de intercambio académico y desarrollo de soluciones educativas compartidas. Además, se han identificado autores que publican en ambas sociedades, lo que deja ver la relación científica establecida entre la SOMIDEN y la SEIEM.

En ambos contextos, los intereses de investigación coinciden en la exploración de estrategias para fortalecer la enseñanza y el aprendizaje en distintos niveles educativos. Además, las investigaciones tratan temas centrales como el pensamiento numérico, el pensamiento algebraico y la resolución de problemas, aunque con enfoques teóricos y metodológicos diferenciados. Estas diferencias constituyen un recurso valioso, dado que el estudio de las problemáticas se puede discutir desde múltiples miradas que se complementan entre sí.

En el caso del pensamiento numérico, los aportes sobre sentido numérico, proporcionalidad y sistemas numéricos en distintos niveles educativos permiten proyectar estudios conjuntos que analicen el desarrollo de estas nociones en contextos escolares y culturales diversos, así como el diseño de materiales didácticos. Sobre el pensamiento algebraico, ambas agrupaciones comparten el interés por introducirlo desde etapas tempranas y estudiar la generalización. Esto abre la posibilidad de trabajar colaborativamente, por ejemplo, en torno a la generalización, las representaciones y el pensamiento funcional, apoyándose en evidencias que muestran la viabilidad de introducir estos contenidos en las primeras etapas de la escolaridad. Esto permitiría avanzar hacia propuestas articuladas que favorezcan el desarrollo del pensamiento algebraico a lo largo de distintos niveles educativos. Finalmente, en el ámbito de la resolución de problemas, ambas agrupaciones reconocen su valor formativo y han explorado enfoques como la invención de problemas y el uso de tecnologías, lo cual ofrece un marco propicio para diseñar investigaciones conjuntas que integren estrategias diversas y evalúen su impacto en el aprendizaje matemático.

Respecto a áreas emergentes, se han identificado líneas de investigación que podrían ser una oportunidad de colaboración entre miembros de ambas sociedades. En primer lugar, se puede considerar el pensamiento computacional, que recientemente ha sido incorporado en el currículo de primaria en España, específicamente relacionándolo con el pensamiento algebraico. Si bien dentro de la SEIEM el grupo “Entornos Tecnológicos en Educación Matemática (ETEM)” ha investigado durante años diversos escenarios en educación matemática que incluyen elementos tecnológicos, este cambio curricular plantea el desafío de que las personas integrantes del grupo PNA exploren y transfieran sus hallazgos a esta área. En México, los miembros de la SOMIDEN han comenzado a explorar esta línea de investigación. En

ambos casos, el desarrollo de la investigación sobre el pensamiento computacional podría fortalecer la enseñanza del pensamiento numérico y algebraico, además de contribuir a la adquisición de habilidades para la resolución de problemas en entornos digitales. Otra área emergente es la invención de problemas. Considerando su potencial en el proceso de enseñanza, se sugiere impulsar investigaciones en las que se analicen experiencias de aula cuya intencionalidad sea la invención de problemas con estudiantes de diferentes niveles educativos. Finalmente, una de las líneas para futuras investigaciones es el estudio de estrategias para fomentar el sentido numérico en el aula, dado su papel central en la comprensión de los sistemas numéricos y en la construcción de conocimientos matemáticos más avanzados.

En conclusión, lo descrito en este capítulo permite identificar oportunidades de colaboración que podrían potenciar el impacto de la investigación en la enseñanza de la aritmética y el álgebra. La articulación de esfuerzos entre la SEIEM y la SOMIDEM no solo contribuiría al fortalecimiento de redes internacionales de investigación, sino que también favorecería la implementación de prácticas innovadoras y contextualizadas en la educación matemática, en beneficio de docentes y estudiantes en España y en México.

## Referencias

- Acosta, Y., Alsina, Á., & Pincheira, N. (2023). Patrones en educación infantil: vinculando pensamiento computacional y algebraico. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 115–122). SEIEM.
- Adamuz-Povedano, N. (2023). Treinta años de investigaciones sobre desarrollo del sentido numérico en educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 11–25). SEIEM.
- Adamuz-Povedano, N., Fernández-Ahumada, E., Bracho-López, R., & García-Pérez, M. T. (2019). Implementando estrategias para el desarrollo del cálculo táctico en primer ciclo de Educación Primaria. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (p. 605). SEIEM.
- Albanese, V. (2024). Una perspectiva etnomatemática de la contextualización de problemas matemáticos. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 97–104). SEIEM.
- Ángel, A., Figueras, O., & Valenzuela, C. (2022). Una herramienta para analizar recursos educativos de telesecundaria: el caso de la división de fracciones. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 139–147). SEIEM.

- Anglada, M. L., Cañadas, M. C., & Brizuela, B. M. (2022). Identificación de estructuras por niños de cinco años en una tarea que involucra funciones lineales en sus formas directa e inversa. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 149–157). SEIEM.
- Anglada, M. L., Fuentes, S., & Cañadas, M. C. (2024). Identificación y descripción de cambios cualitativos por niños de tres años. En M. Sánchez, M. del S. García, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 191–200). Editorial SOMIDEM.  
<https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-19>
- Arbona, E., Beltrán-Meneu, M. J., & Gutiérrez, Á. (2021). Estrategias empleadas por estudiantes de primaria en la resolución de problemas de patrones geométricos. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T., & Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 133 – 140). SEIEM.
- Ávila, A., & Gutiérrez, C. (2022). Formas heterogéneas de apropiación: Prácticas de enseñanza después de un proceso formativo sobre la proporcionalidad. *Educación Matemática*, 34(1), 10–41. <https://doi.org/10.24844/EM3401.01>
- Ayala-Altamirano, C., & Molina, M. (2019). Justificación y expresión de la generalización de una relación funcional por estudiantes de cuarto de primaria. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 183–192). SEIEM.
- Ayala-Altamirano, C., Arjona-Aranda, G., Moral-Sánchez, S. N., & Sánchez-Cruzado, C. (2024). Iniciación al pensamiento computacional a través de tareas desconectadas sobre patrones. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 121–128). SEIEM.
- Ayala-Altamirano, C., Pinto, E., Molina, M., & Cañadas, M. C. (2023). Invención de problemas y sentencias como medio para evidenciar el pensamiento algebraico en educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 155–162). SEIEM.
- Block, D. (2021). “Los saltos de las ranas”. Estudio de una secuencia didáctica de proporcionalidad, con problemas de comparación de razones, en quinto grado de primaria. *Educación Matemática*, 33(2), 115–146. <https://doi.org/qh89>
- Block, D., Ramos, D., & Sosa, J. J. (2023). De la expresión de la razón con dos números naturales, a su expresión con una fracción. Dos experiencias de ingeniería didáctica en el nivel básico. *Educación Matemática*, 35(3), 82–111. <https://doi.org/10.24844/EM3503.03>
- Bosch, M., Gutiérrez, A., & Llinares, S. (2024). Mapeando la investigación española en educación matemática. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 51–94). SEIEM.

- Bråting, K., & Kilhamn, C. (2021). Exploring the intersection of algebraic and computational thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(2), 170–185. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1779012>
- Bruno, A., & Almeida, R. (2023). Investigaciones sobre el desarrollo del sentido numérico en el aula de secundaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 27–41). SEIEM.
- Burgos, M., Chaverri, J., & Castillo, M. J. (2022). Creación de problemas matemáticos en la formación de maestros de primaria. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (p. 597). SEIEM.
- Butto, C., & Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno logo. *Educación Matemática*, 22(3), 55–86. <https://bit.ly/3U6w1Zw>
- Cabero, I., Diago, P. D., González-Calero, J. A., Wu, Y., Arnau, D., & Arevalillo-Herráez, M. (2021). Repercusión de la tipología de presentación de los datos en el aprendizaje de la resolución de problemas verbales. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T., & Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (p. 644). SEIEM.
- Cañadas, M. C. (2023). Una panorámica de las investigaciones sobre pensamiento numérico y pensamiento algebraico. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 3–9). SEIEM.
- Chico, J., Martín-Díaz, J. P., Montes, M. A., & Badillo, E. (2023). ¿Qué intenciones didácticas muestran los futuros maestros cuando transforman problemas? En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 203–210). SEIEM.
- Cid-Cid, A., Joglar-Prieto, N., Escudero-Ávila, D., & Flores-Medrano, E. (2023). Flexibilidad matemática que muestran futuras maestras de educación primaria al ordenar fracciones. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 307–314). SEIEM.
- Del Olmo-Muñoz, J., González-Calero, J. A., Diago, P. D., Arevalillo-Herráez, M., & Arnau, D. (2022). Efecto de una instrucción basada en flexibilidad intratarea en la competencia en resolución aritmética de problemas verbales y en el disfrute y utilidad percibida. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 239–247). SEIEM.
- Espinoza-González, J., Bufo, A., & Llinares, S. (2023). Competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de estudiantes de un grupo de profesores en formación. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 227–234). SEIEM.

- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2024). Análisis de la riqueza de los problemas planteados por estudiantes con talento matemático. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 217–224). SEIEM.
- Fariña, M., & Bruno, A. (2021). Respuestas numéricas razonables en alumnado de secundaria. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T., & Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 261–268). SEIEM.
- Fernández-Cobos R., Polo-Blanco, I., Goñi-Cervera, J., & Bruno A. (2022). Adaptación de metodologías de instrucción en resolución de problemas para alumnado con autismo. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (p. 603). SEIEM.
- Fernández-Cobos, R., González-de Cos, L., & Polo, I. (2024). Errores asociados al uso del esquema en resolución de problemas aditivos por una estudiante con autismo. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 225–232). SEIEM.
- Fernández-Plaza, J. A., Ruiz-Hidalgo, J. F., Flores, P., Castro-Rodríguez, E., Segovia, I., Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2019). Identificación de errores escolares en matemáticas por maestros en formación. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 293–302). SEIEM.
- Filloy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). *Educational algebra: A theoretical and empirical approach*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-72229-7>
- Fino-Miranda, G., Navarro, C., & Morales-García, L. (2024). Caracterización de problemas aditivos de enunciado verbal: Una mirada desde su estructura y dependencia semántica. *Educación Matemática*, 36(2), 43–67. <https://doi.org/10.24844/EM3602.02>
- Fuentes, S., Anglada, L., & Cañadas, M. C. (2024). Evidencias de pensamiento funcional en alumnos de 3 años: trabajo con una máquina de funciones. En M. Sánchez, M. del S. García, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 163–171). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-16>
- Gallardo, A. (2002). The extension of the natural-number domain to the integers in the transition from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 49(2), 171–192. <https://doi.org/10.1023/A:1016210906658>
- García-Alonso, I., Bruno, A., Almeida, R., Sosa-Martín, D., & Perdomo-Díaz, J. (2022). Problemas de fracciones formulados por futuros profesores: algunas características. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 295–304). SEIEM.

- García-Triana, B., Edo, M., & Albarracín, L. (2024). Representaciones matemáticas en papel de estudiantes de I5 sobre la descomposición del número 7. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII*, (pp. 265–272). SEIEM.
- García, F.J., Sierra, T.A., & Gascón, J. (2024). Introducción de la multiplicación en libros de texto españoles y japoneses. Un estudio comparativo preliminar orientado a la formación de maestros. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 249–256). SEIEM.
- García, M. L., & Poveda, W. E. (2022). El MOOC, un entorno virtual para la resolución de problemas matemáticos. *Educación Matemática*, 34(2), 153–181. <https://doi.org/10.24844/EM3402.06>
- Garrido-Adame, V., Figueras, O., & Martínez-Ortega, M. (2024). Promoviendo el desarrollo del sentido numérico de estudiantes de educación media superior. En M. Sánchez, M. del S. García, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 153–162). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-15>
- Garrido, V., Figueras, O., & Martínez, M. (2022). Sentido numérico acerca de los números reales: conocimientos y habilidades usados en operaciones de forma general. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 315–323). SEIEM.
- González-Forte, J. M., & Planas, N. (2024). Cómo miran profesionalmente los futuros maestros el vocabulario, las explicaciones y los ejemplos en la enseñanza de fracciones. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 297–304). SEIEM.
- González-Forte, J. M., Fernández C., Van Hoof, J., & Van Dooren, W. (2021). Formas de responder sobre la densidad de los números racionales de estudiantes de primaria y secundaria. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T., & Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 319 –326). SEIEM.
- González-Forte, J. M., Fernández, C., Van Hoof, J., & Van Dooren, W. (2019). Estudio cualitativo de los razonamientos de los estudiantes de primaria y secundaria sobre la magnitud de las fracciones. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 363–372). SEIEM.
- Jiménez-Rubiano, L., Piñeiro, J. L., & Ruiz-Hidalgo, J.F. (2024). Transición entre sistemas numéricos para describir el sentido numérico. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 329–336). SEIEM.

- Laguna, M., & Block, D. (2020). Haciendo gelatinas: Dos situaciones didácticas sobre la creación y uso de registros con niños preescolares. *Educación Matemática*, 32(3), 8–38. <https://doi.org/10.24844/EM3203.01>
- Landa, J., Berciano, A., & Marbán, J. M. (2021). Autorregulación y resolución de problemas matemáticos en el alumnado del grado en Educación Primaria. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (p. 662). SEIEM.
- Lester, F.K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZDM - Mathematics Education*, 37(6), 457–467.
- Leyva, E. V., & Dávila, M. T. (2024). Secuencia didáctica con uso de patrones numéricos figurales, utilizando ACODESA, para el desarrollo del pensamiento algebraico de alumnos de primer grado de secundaria en México. En M. Sánchez, M. del S. García, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 173–179). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-17>
- Llanes, A. L., Pino-Fan, L. R., & Ibarra, S. E. (2022). Niveles de razonamiento algebraico en libros de texto de educación básica de Chile. *Educación Matemática*, 34(2), 182–216. <https://doi.org/10.24844/EM3402.07>
- López Centella, E., Slezáková, J., & Jirotková, D. (2021). ¿Esta ecuación describe esta situación? Explorando el pensamiento algebraico de estudiantes de primaria. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T., & Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 393–400). SEIEM.
- Luengo, G., Sanz, M. T., Valenzuela, C., & López-Iñesta, E. (2024). La notación musical: Herramienta para el aprendizaje de las fracciones. *Educación Matemática*, 36(1), 187–221. <https://doi.org/10.24844/EM3601.07>
- Lupiáñez, J. L. (2015). Investigaciones sobre pensamiento numérico y algebraico. En C. Fernández, M. Molina, & N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 17–19). SEIEM.
- Martínez-Juste, S., Muñoz-Escolano, J. M., & Oller-Marcén, A. M. (2019). Introduciendo los repartos inversamente proporcionales durante dos ciclos de Investigación-Acción. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 413–422). SEIEM.
- Medrano, A., Xolocotzin, U., & Flores-Macías, R. D. C. (2022). Un análisis de la producción de representaciones al solucionar problemas de álgebra temprana en estudiantes de primaria. *Educación Matemática*, 34(3), 10–41. <https://doi.org/10.24844/EM3403.01>

- Montejo-Gámez, J., Fernández-Ahumada, E., Martínez-Jiménez, E., & Adamuz-Povedano, N. (2023). Análisis de modelos para la estimación de cantidades irregularmente distribuidas. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 387–394). SEIEM.
- Morales-García, L., Navarro, C., & Díaz-Levicoy, D. (2021). Significados del número natural en libros de texto mexicanos: Un análisis descriptivo. *Educación Matemática*, 33(3), 94–120. <https://doi.org/10.24844/EM3303.04>
- Muñoz-Catalán, M. C., Liñán-García, M. M., Joglar-Prieto, N., & Ramírez-García, M. (2023). Conocimiento especializado de una maestra de Educación Infantil: la descomposición aditiva del número 6. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 403–410). SEIEM.
- Narváez, R., Adamuz-Povedano, N., & Cañadas, M. C. (2023). Análisis de la producción científica sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria en SCOPUS. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 411–418). SEIEM.
- Nieto, A. (2024). El uso de la literal como incógnita específica en docentes en formación. En M. Sánchez, M. del S. García, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 181–189). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-18>
- Olmos-Martínez, G., & Alsina, A. (2024). Identificando conocimientos para enseñar los primeros números y operaciones en la escuela infantil (0-3 años). En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 361–368). SEIEM.
- Pacheco, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M. y Pinto, E. (2024). Resolución de inecuaciones en 5° de primaria: estrategias y significados. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 385–392). SEIEM.
- Pérez-Martos, M. C., Moreno, A., Cañadas, M. C., & Torres, M. D. (2023). Una mirada a través de gráficos funcionales del alumnado de quinto de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 435–442). SEIEM.
- Pincheira, N., Alsina, Á., & Acosta, Y. (2023). ¿Qué conocimiento de álgebra temprana movilizan las tareas que diseña el profesorado de educación infantil? En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 451–458). SEIEM.
- Porras, K., Castro-Rodríguez, E., & Aguayo-Arrigada, C. G. (2021). Estrategias y representaciones en la resolución de una tarea de modelización matemática. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo, & D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 513–520). SEIEM.

- Quevedo Gutiérrez, E., Zapatera Llinares, A., & Lijó Sánchez, R. (2023). Invención de situaciones aditivas con números enteros. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 459–466). SEIEM.
- Ramírez, R. A., Ibarra, S. E., & Pino-Fan, L. R. (2020). Prácticas evaluativas y significados evaluados por profesores del bachillerato mexicano sobre la noción de ecuación lineal. *Educación Matemática*, 32(2), 69–98.  
<https://doi.org/10.24844/EM3202.03>
- Real, R., Gómez, B., & Figueras, O. (2013). Aspectos de la fracción en los modelos de enseñanza: El caso de un libro de texto. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 30(3), 21–36.
- Robles, D., & Nieto, A. (2024). El razonamiento proporcional, diferencia entre la estructura aditiva y la multiplicativa. En M. Sánchez, M. del S. García, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 201–211). Editorial SOMIDEM.  
<https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-20>
- Rodríguez, M. L., Gómez, B., & Filloy, E. (2019). Dificultades en el aprendizaje del número cero, en alumnos de escuela elemental. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 513–522). SEIEM.
- Sánchez, M., García, M. del S., & Castañeda, A. (Eds.) (2024). *Perspectivas actuales de la Educación Matemática*. Editorial SOMIDEM.  
<https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01>
- Santágueda-Villanueva, M., Yáñez, D. F., & Diago, P. D. (2019). Estudio sobre complejidad-dificultad en tareas con patrones de repetición con niños con TEA-1. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (p. 653). SEIEM.
- Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V., & Chauxova, V. (2022). A systematic review on algebraic thinking in education. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(1), em2065. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11486>
- Tirado-Olivares, S., del Olmo-Muñoz, J., Diago, P. D., González-Calero, J. A., Arnau, D., & Arevalillo-Herráez, M. (2021). “No sé hacerlo, pregúntame más”. Una experiencia de resolución de problemas verbales con HINTS. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T., & Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (p. 681). SEIEM.
- Trejo, L. (2023). La enseñanza de la adición con números naturales en la escuela primaria multi-grado. *Educación Matemática*, 35(1), 142–168.  
<https://doi.org/10.24844/EM3501.06>

- Ureña, J., Ramírez, R., Molina, M., & Cañadas, M. C. (2021). Representación de la generalización por estudiantes de primaria y secundaria (11-13 años) en una tarea funcional. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T., & Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 613–620). SEIEM.
- Valenzuela, C., & Real, C. R. (2024). Propuestas y perspectivas sobre la didáctica de la aritmética y del álgebra. En M. Sánchez, M. del S. García, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 147–152). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-14>
- Zorrilla, C., Fernández, C., & Ivars, P. (2023). Cambios en los procedimientos de los estudiantes de sexto curso en problemas de estructura multiplicativa. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, & P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 547–554). SEIEM.
- Zorrilla, C., González-Forte, J. M., Ivars, P., & Fernández, C. (2024). Mirar profesionalmente los materiales curriculares: coherencia entre interpretar y decidir. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent, & C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 537–544). SEIEM.