

# Conocimiento de los futuros profesores de matemáticas en el diseño y análisis de propuestas de enseñanza en educación secundaria

Carolina Rubí Real Ortega<sup>1</sup>, Maricela Bonilla González<sup>2</sup> y Saúl Elizarrarás Baena<sup>3</sup>

## RESUMEN

Esta investigación versa sobre la manera en la que los futuros docentes diseñan e implementan propuestas didácticas como parte de su trabajo de titulación para mostrar lo que han aprendido a lo largo de su formación inicial. El marco teórico se sustenta en las dimensiones del cuarteto del conocimiento: 1) Fundamentación, 2) Transformación, 3) Conexión y 4) Contingencia. El análisis de los datos permitió concluir que los profesores en formación tienen una necesidad de fundamentar su trabajo en teorías que provienen de la pedagogía, psicología y educación matemática, pero el diseño y análisis de la experimentación no se fundamenta en estas. Los futuros docentes son capaces de transformar el conocimiento matemático de distintas maneras, pero en ocasiones no eligen las transformaciones más adecuadas para acercar ese conocimiento a los alumnos de secundaria; son coherentes al diseñar una lección, pero no entre lecciones; y tienen carencias para responder adecuadamente ante una situación de contingencia.

## PALABRAS CLAVE

Conocimiento, Docentes en formación, Matemáticas, Propuestas didácticas, Secundaria.

---

<sup>1</sup> carolina.realo@aefcm.gob.mx  
Escuela Normal Superior de México  
<https://orcid.org/0000-0003-2340-5628>

<sup>2</sup> maricela.bonillag@aefcm.gob.mx  
Escuela Normal Superior de México  
<https://orcid.org/0009-0008-4059-9114>

<sup>3</sup> saul.elizarraras@aefcm.gob.mx  
Escuela Normal Superior de México  
<https://orcid.org/0000-0002-9623-3452>

Real Ortega, R., Bonilla González, M., & Elizarrarás Baena, S. (2023). Conocimiento de los futuros profesores de matemáticas en el diseño y análisis de propuestas de enseñanza en educación secundaria. En A. Castañeda, (Ed.), *Aportes y recursos para la innovación en la educación matemática* (pp. 295–310). SOMIDEM Editorial. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S1/2023/01-11>

## ANTECEDENTES

El conocimiento profesional ha sido del interés de varios investigadores en educación matemática, quienes han propuesto perspectivas como las matemáticas para su enseñanza (Shulman, 1987; Davis & Simmt, 2006), el conocimiento matemático para la enseñanza (Ball et al., 2008), el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo et al., 2013) y el cuarteto del conocimiento (Rowland, 2014).

Shulman (1987) señaló que el conocimiento matemático para su enseñanza está conformado por siete elementos: 1) conocimiento del contenido, 2) conocimiento del currículo, 3) conocimiento pedagógico sobre el contenido, 4) conocimiento pedagógico en general, 5) conocimiento del alumnado, 6) conocimiento del contexto educativo y 7) conocimiento de valores, propósitos y fines educativos.

De acuerdo con este investigador, el conocimiento del contenido está subdividido en: 1) conocimiento común, 2) conocimiento especializado y 3) horizonte matemático; mientras que el conocimiento didáctico se subdivide en: 1) conocimiento del contenido y sus estudiantes, 2) conocimiento del contenido y cómo es que se enseña y 3) conocimiento curricular.

Por un lado, el conocimiento de contenido se refiere al conocimiento matemático y a las habilidades que se necesitan para resolver las tareas que se pueden realizar con los estudiantes. Y por el otro, el conocimiento especializado se constituye por el conocimiento matemático y las habilidades de los profesores. La trayectoria de un contenido, así como las conexiones intra y extra-matemáticas, se relacionan con el horizonte matemático.

El conocimiento didáctico del contenido y sus estudiantes está vinculado con lo que el profesor sabe sobre lo que estos pueden hacer o pensar mediante el uso de las matemáticas. El conocimiento del contenido y cómo es que este se enseña tiene que ver con las habilidades que puede desarrollar un docente para predecir lo que pasará con los alumnos al proponerles un problema, una tarea o actividad matemática.

Finalmente, el conocimiento curricular se relaciona con el conjunto de programas diseñados para la enseñanza de diversos contenidos matemáticos de un determinado nivel educativo, la variedad de materiales didácticos que puede utilizar el docente y los elementos que sirven para el uso del programa de estudios o los materiales que en este se sugieren.

Al considerar el trabajo de Shulman (1987), muchos investigadores propusieron que el conocimiento pedagógico sobre un contenido matemático es el más importante en la formación de futuros profesores ya que puede favorecer el aprendizaje de los estudiantes. La propuesta de Davis y Simmt (2006) está relacionada con un marco para interpretar las ciencias de la complejidad, de manera que los docentes son considerados como sistemas y el foco de interés está en saber cómo aprenden. Las matemáticas para la

enseñanza son como una rama dentro de esta disciplina, las investigaciones en las que se ha utilizado este marco giran en torno al estudio de conceptos, o bien, una estructura del aprendizaje a través de la cual los docentes reconocen, analizan, cuestionan, crean imágenes, metáforas y analogías, y son capaces de proponer ejemplos y ejercicios con aplicaciones. Todo esto con la finalidad de favorecer tanto el aprendizaje, como la comprensión de los estudiantes.

Por su parte, Ball et al. (2008) centraron la atención en el conocimiento matemático para enseñar a partir de la práctica del profesor. En este modelo multidimensional se refinan las características del conocimiento sobre el contenido matemático y el didáctico.

Para Davis (2010), el estudio de conceptos tiene que ver con entornos en los que los docentes pueden combinar lo que saben y cuestionarse sobre cómo construir ese tipo de conocimiento matemático para enseñar. Este término puede favorecer la manera en que las matemáticas se entienden y usan dentro del aula, lo que en cierto sentido proviene del estudio de una clase (en términos del diseño, la articulación y el desarrollo de estrategias didácticas) y del análisis del concepto que puede definirse como un saber individual y colectivo que no se puede dicotomizar.

De manera general, los dos grandes constructos de esta perspectiva se vinculan con el estudio de conceptos matemáticos como una especie de aplicación de varios tipos de conocimientos.

Ahora bien, el conocimiento especializado del profesor se asocia con un modelo analítico sugerido por Carrillo et al. (2013), el cual está constituido por dominios y subdominios y es adecuado para interpretar dicho conocimiento desde un punto de vista integral. El dominio matemático consta de tres subdominios: 1) conocimiento de los contenidos, 2) conocimiento de la estructura matemática y 3) conocimiento de la práctica matemática.

El primer subdominio se refiere al conocimiento de las matemáticas como disciplina, la matemática escolar y su fundamentación teórica, es decir, los conocimientos que tienen sentido para un docente, por ejemplo, algoritmos estándares y alternativos, y, la fenomenología de conceptos matemáticos. Todo esto conforma un bagaje de aspectos epistemológicos que favorecen la comprensión y permiten hacer asociaciones con conocimientos sobre definiciones, propiedades y diferentes representaciones de una idea, concepto u objeto matemático.

El objeto de enseñanza está relacionado con el segundo subdominio, que tiene que ver con los conocimientos de las relaciones entre contenidos avanzados y elementales, desde su complejidad hasta su simplificación. Además, en este subdominio se incluyen grandes ideas matemáticas como elementos que estructuran esta disciplina.

El tercer subdominio se refiere al conocimiento de la práctica, el cual se centra en las formas de hacer y proceder en matemáticas, tales como las

distintas formas de demostrar o definir, o bien, de conocer el significado de algún axioma o teorema. Asimismo, en este se considera el conocimiento de otros elementos como la sintaxis matemática, una de las herramientas fundamentales para el profesor.

En cuanto al conocimiento didáctico, este se sustenta en el trabajo de Shulman (1987) y se difumina con otras propuestas que lo caracterizan. Es preciso señalar que los criterios de validez del conocimiento didáctico son distintos a los del conocimiento matemático, y que los procesos de construcción de conocimiento asociados a estos dominios tienen diferencias, lo que implica diversas aproximaciones para estudiarlos.

Dentro de los subdominios del dominio matemático no se toman en cuenta los conocimientos pedagógicos como parte de las actividades matemáticas, sino solo aquellos en los que el contenido matemático está condicionado para su enseñanza y aprendizaje.

Con respecto al conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, se identifican tres subdominios: 1) conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas, 2) conocimiento de la variedad de representaciones que conoce el profesor para la instrucción y 3) las posibles estrategias que pueden implementarse para enseñar un contenido.

El primer subdominio se refiere a los conocimientos sobre las características inherentes al contenido matemático, ya sean particulares o generales, haciendo énfasis en aquellas que se derivan de la interacción de los estudiantes con el contenido y en las que subyacen de la consideración de este como un objeto de aprendizaje en sí mismo. También se refiere a las características del proceso de comprensión de los estudiantes sobre distintos contenidos, el lenguaje asociado a estos, las dificultades, los errores y los obstáculos que pueden presentarse en clase.

Con relación al segundo subdominio, este se relaciona con el conocimiento sobre las distintas representaciones y estrategias que pueden llevarse a cabo en un salón de clases al estudiar un contenido matemático. Dentro de este subdominio se incluye el conocimiento formal o informal de diversas teorías del aprendizaje de la matemática, y el de las características y potencialidades que se usan en diferentes recursos y materiales para la enseñanza del contenido matemático.

El tercer subdominio tiene que ver con el conocimiento de los estándares de aprendizaje matemático, el cual no se limita a conocer el currículo sino que también abarca el conocimiento que le permite al profesor asumir una postura reflexiva y crítica sobre lo que el alumno debe y puede aprender en determinado nivel educativo, lo que implica considerar su experiencia profesional y algunos referentes teóricos en educación matemática.

El cuarteto del conocimiento propuesto por Rowland (2014) es un marco para el análisis y el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas, en el que

se considera que tanto el conocimiento, como las creencias al enseñar matemáticas se evidencian por medio de cuatro dimensiones diferentes: 1) Fundamentación, 2) Transformación, 3) Conexión y 4) Contingencia. En el apartado sobre el marco teórico se incluye más información al respecto.

Las perspectivas propuestas de Shulman (1987), Davis y Simmt (2006), Ball et al. (2008), Carrillo et al. (2013), y Rowland (2014) surgieron ante la necesidad de caracterizar el conocimiento que debería tener un docente de matemáticas, lo que permitió que una parte de la comunidad de didáctica de esta ciencia investigara más sobre cómo es que los profesores ponen en práctica lo que saben para favorecer la construcción del conocimiento en sus alumnos.

## **INVESTIGACIÓN SOBRE PROFESORES EN FORMACIÓN**

En las últimas décadas se ha incrementado el interés por indagar sobre los futuros docentes de matemáticas alrededor del mundo.

García (2005) afirmó que la formación de profesores de matemáticas ha sido el objeto de estudio de diferentes investigadores que buscan favorecer una formación adecuada y completa de los futuros profesionales de la enseñanza de esa disciplina. Por esa razón, a partir del análisis de la práctica docente como referente (Goffree & Oonk, 1999) y los ciclos recursivos (Simon, 1994), esta investigadora hizo una propuesta de formación de profesores de matemáticas.

Llinares (2017) caracterizó la formación del docente de matemáticas como una actividad multifacética y contextualizada que define diferentes ámbitos de reflexión: el contexto sociopolítico, las aproximaciones teóricas relativas al conocimiento necesario para enseñar matemáticas y el aprendizaje. Estas reflexiones se agrupan en tres bloques: 1) realidades como condiciones institucionales, 2) perspectivas sobre la relación entre el conocimiento y su uso en situaciones de enseñanza, y 3) expectativas y posibilidades relacionadas con el papel de las tecnologías y el desarrollo de las agendas de investigación.

Si bien, la problemática sobre la que más se ha indagado en torno a la formación de los futuros profesores de matemáticas se relaciona con el conocimiento didáctico-matemático en la enseñanza, existen investigaciones en las que se centra la atención en otros aspectos más específicos.

Para identificar las concepciones de los maestros en formación sobre la finalidad y naturaleza de las matemáticas, la enseñanza-aprendizaje, la metodología didáctica, la evaluación y el papel del alumno y el docente, Zapata y Blanco (2007) llevaron a cabo un estudio con el que pudieron concluir que: sus percepciones están conformadas por ideas de distintas disciplinas, carecen de fundamentos epistemológicos de las matemáticas y la evaluación, y están orientadas hacia el descubrimiento de la matemática y el empirismo o positivismo lógico.

Gómez y Cañadas (2016) indagaron sobre el aprendizaje del análisis fenomenológico de profesores de matemáticas en formación con base en el modelo del análisis didáctico. Estos investigadores concluyeron que los sujetos no tuvieron dificultades con la idea de situación, pero sí con las ideas de fenómeno y contexto (específicamente relacionadas con la característica estructural), y la de subestructura y su relación con la noción de contexto.

La enseñanza de las matemáticas mediante la resolución de problemas y las concepciones de los profesores en formación se investigaron por parte de Parra y Breda (2017). A través de su estudio, estas autoras identificaron que los futuros docentes tienen una conceptualización tradicional de la resolución de problemas así como algunas imprecisiones, lo que se alejaba de perspectivas más actuales. Asimismo, determinaron que había una influencia del currículo ya que en este se favorece una acepción caracterizada por una resolución de problemas posterior a la enseñanza de nociones matemáticas.

Moreno et al. (2021) llevaron a cabo un estudio para identificar y describir los errores de profesores de matemáticas en formación al resolver una tarea de modelización. Los autores concluyeron que los futuros docentes estaban poco familiarizados con el proceso de modelización, en particular, con las fases de simplificación y validación asociadas al mundo no matemático.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Font et al. (2012), señalan que las competencias en análisis didáctico implican diseñar, aplicar y valorar propuestas de aprendizaje. Dichas competencias requieren de técnicas de análisis y criterios de calidad para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y planteamiento de propuestas de mejora.

En un estudio con docentes de matemáticas en formación, Elizarrarás (2018) analizó sus propuestas de enseñanza y concluyó que aunque se observa un dominio de los contenidos y su didáctica específica, éstas no se fundamentan en algún referente teórico. Aunque se hacía referencia al uso de la teoría de las situaciones didácticas, no se incluyeron distintos tipos de situaciones (acción, formulación, validación e institucionalización), el medio o una situación a-didáctica. También se observó que los futuros profesores no consideraron que las matemáticas se desarrollan a partir de aplicaciones a nuevos problemas y de la búsqueda de las relaciones entre estas.

Huaman (2019) reportó que durante la formación del profesor de matemáticas e informática se puso en evidencia la implementación del método tradicional basado en un plan de estudios conservador, en el que inclusive se excluye el uso de recursos tecnológicos.

Asimismo, se identificó que los futuros docentes de matemáticas no aplican los pilares educativos en su práctica profesional, sino que, por el contrario, desarrollan una educación bancaria tal y como lo plantean Figueroa

y Figueredo (2022). Por esta razón se debe favorecer la implementación de estrategias de acción que promuevan la construcción de un conocimiento significativo y el desarrollo de varias habilidades. Todo esto con la participación de diferentes integrantes de la comunidad educativa.

Si bien, existen investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas (Llinares, 2017), se han hecho propuestas (García, 2005; Font et al., 2012) y estudios acerca de sus concepciones (Zapata & Blanco, 2007), su aprendizaje del análisis fenomenológico (Gómez & Cañadas, 2016), su conceptualización e implementación del enfoque de la resolución de problemas (Parra & Breda, 2017) y los errores que cometen al realizar una tarea de modelización (Moreno et al., 2021). Hace falta indagar más sobre cómo es que el proceso de formación de profesores de matemáticas impacta en el diseño, experimentación y análisis de secuencias didácticas, para favorecer el aprendizaje de diversos contenidos en alumnos de educación primaria, secundaria y media superior.

La investigación con futuros docentes de matemáticas en educación secundaria es fundamental, ya que en ese nivel educativo se consolida lo que aprendieron los alumnos en primaria y se favorece la construcción de conocimientos matemáticos que se continuarán estudiando en niveles posteriores.

Cabe señalar que los egresados de las escuelas normales tienen un impacto significativo en la construcción del conocimiento matemático de miles de estudiantes, de ahí su importancia en didáctica de las matemáticas. Por esta razón, el presente estudio tiene como objetivo analizar cómo es que los futuros docentes de matemáticas utilizan su conocimiento para diseñar, experimentar y analizar una propuesta de enseñanza con alumnos de secundaria, como parte de su trabajo de titulación.

## MARCO TEÓRICO

El cuarteto del conocimiento (Rowland, 2014) es un marco teórico para el análisis y el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas, por lo que se consideró como el referente teórico en este estudio. Como ya se mencionó antes, en este marco tanto el conocimiento matemático, como las creencias en torno a su enseñanza se pueden evidenciar a través de cuatro dimensiones distintas: 1) Fundamentación, 2) Transformación, 3) Conexión y 4) Contingencia. En los siguientes párrafos se describe cada una de éstas.

### Fundamentación

Esta primera dimensión se asocia con el conocimiento, las creencias y la comprensión adquirida en academia en términos de la preparación del trabajo en clase, vinculado con la toma de decisiones pedagógicas. Los componentes clave de esta base teórica son: el conocimiento y la comprensión de las matemáticas *per se*, el conocimiento de extensiones significativas de la

literatura y el pensamiento como resultado de la investigación sistemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Las convicciones están relacionadas con las creencias que tienen los futuros docentes y los valores que defienden, es decir, con las distintas posiciones filosóficas que asumen acerca de la naturaleza del conocimiento matemático, los propósitos de la educación matemática y las condiciones bajo las cuales se considera que los alumnos aprenderán mejor.

### **Transformación**

El conocimiento en acción como una demostración de la planificación de la enseñanza y su implementación en clase se relaciona con la segunda dimensión del cuarteto del conocimiento. Shulman (1987) afirmó que la base de los conocimientos para la enseñanza está sustentada en la capacidad de un profesor para transformar su conocimiento sobre un contenido en formas pedagógicas potenciales, lo que caracteriza a esta categoría. Tal y como lo señala este investigador, para presentar las ideas, conceptos u objetos matemáticos se requiere del uso de analogías, imágenes, ejemplos, explicaciones y demostraciones por parte del profesor. En esta dimensión se incluye la elección del comportamiento con el que un profesor se va a dirigir hacia un estudiante o grupo de alumnos, como resultado de la deliberación y el juicio. Además la manera en la que un docente selecciona y usa ejemplos para presentar un contenido matemático a sus pupilos con el propósito de favorecer la construcción de conceptos, la adquisición del lenguaje y la demostración de procedimientos que son de suma importancia.

### **Conexión**

Esta dimensión conjunta ciertas elecciones que se hacen y decisiones que se toman en términos de las partes más o menos discretas del contenido matemático. También se refiere a la coherencia de la planificación de la enseñanza o la instrucción mostrada a lo largo de una lección o secuencia didáctica. Dicha coherencia implica una organización de contenidos matemáticos dentro de una lección así como entre lecciones. El orden en el que se proponen los ejercicios y las tareas, refleja deliberaciones y selecciones del docente vinculadas con el conocimiento de conexiones estructurales dentro de la matemática, la conciencia de las demandas cognitivas de distintos contenidos matemáticos y la contingencia de tareas.

### **Contingencia**

La cuarta dimensión se relaciona con aquellos eventos que se pueden suscitar en el aula que son casi imposibles de planear, y por lo tanto, con la capacidad de pensar y reaccionar en clase; específicamente, hay una relación con la disposición de responder a lo que dicen los alumnos, y por consiguiente, la preparación para desviarse de lo que ya se estableció cuando sea apropiado.

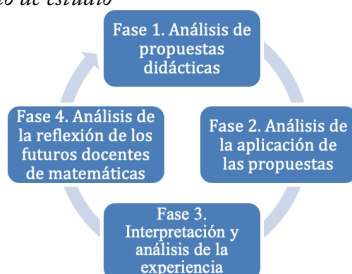


## MÉTODO

En este estudio participaron quince futuros docentes de matemáticas que estaban cursando el último año de su formación como licenciados en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria, es decir, de séptimo y octavo semestres. Los datos comprenden las propuestas didácticas que diseñaron, las evidencias de aprendizaje que recabaron en su implementación, el análisis e interpretación de estas y la experimentación de su propuesta de enseñanza con alumnos de la escuela secundaria. Para analizar los datos se llevaron a cabo cuatro fases (véase Figura 1), en la primera se analizaron las propuestas didácticas y el sustento teórico, en la segunda se analizó su experimentación en el salón de clases, y en la tercera se realizó la interpretación y el análisis del trabajo de los alumnos. Finalmente, en la cuarta fase se analizaron las interpretaciones y reflexiones de los profesores en formación.

**Figura 1**

*Método analítico del objeto de estudio*



En la Tabla 1 se puede observar que dicho análisis se realizó mediante el uso de las cuatro dimensiones del cuarteto del conocimiento propuesto por Rowland (2014), ya que este marco contiene los elementos necesarios para estudiar cómo es que los futuros docentes de matemáticas diseñan, aplican y analizan propuestas de enseñanza.

**Tabla 1**

*Método analítico del objeto de estudio*

| Fundamentación  | Transformación  | Conexión   | Contingencia                                |
|---|---|--|---|
| - Concientización del propósito de la secuencia didáctica | - Demostraciones  | - Conexiones entre procedimientos y conceptos                                    | - Respuestas ante lo que decían los alumnos |
| - Conocimiento matemático                                 | - Uso de material didáctico así como del tipo de representaciones y ejemplos elegidos | - Anticipación de la complejidad   | - Uso de oportunidades                      |
| - Sustento teórico  |   | - Decisiones sobre la secuencia y la identificación de una adecuación conceptual | - Cambio de agenda de trabajo               |
| - Uso de terminología                                     |   |  | - Percepción sobre su trabajo en clase      |
| - Empleo del libro de texto                               |   |  |   |
| - Errores identificados                                   |   |  |   |

*Nota.* Elaboración propia. Fuente: Los criterios de análisis se retomaron del trabajo de Rowland (2014).

## RESULTADOS

Los hallazgos de la investigación que se consideraron como los más relevantes, con base en el marco teórico que se sustentó en el cuarteto del conocimiento (Rowland, 2014) se describen enseguida.

Una de las profesoras en formación (Baeza, 2022) eligió hacer una propuesta didáctica sobre el estudio de los ángulos internos de triángulos y cuadriláteros mediante el doblado de papel con alumnos de primer grado de secundaria. A continuación se hace referencia a lo que se observó en cada una de las cuatro dimensiones.

*Fundamentación.* Este trabajo fue realizado metodológicamente desde la perspectiva de la investigación acción, la intervención educativa y la docencia reflexiva; mientras que teóricamente se fundamentó en las teorías cognitivista, constructivista (aprendizaje significativo) y el modelo de Van Hiele.

*Transformación:* Esta docente de matemáticas en formación transformó el contenido matemático en una representación concreta de los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros mediante el doblado de papel. Después de la experimentación de su propuesta didáctica concluyó que hacía falta una guía para la construcción de ese tipo de figuras, doblando papel en forma de cuadrado o rectángulo.

*Conexión.* No se observó una conexión entre lo observado por los alumnos de primer grado al estudiar los ángulos interiores de triángulos y lo que observaron cuando estudiaron una propiedad similar de los cuadriláteros.

*Contingencia.* Debido a que los alumnos tenían una total dependencia de la profesora en formación para seguir los dobleces que se debían realizar, se identificó una situación de contingencia cuando un estudiante no logró obtener el resultado esperado (un cuadrado de papel con ciertos dobleces con la finalidad de estudiar sus ángulos internos). En el siguiente diálogo se muestra dicha situación:

Alumno: *Maestra ¿por qué a mí no me salió?*

Profesora: *¿En qué paso te quedaste?*

Alumno: *Pues ya era el último.*

Profesora: *¿Por qué te quedo ese doblez tan grande?, ¿seguro que hiciste todos los pasos?*

Alumno: *Sí maestra, yo la estaba viendo.*

Profesora: *Entonces desdóblalo para que chequeemos en qué te equivocaste. Les di la indicación que íbamos a doblar el cuadrado de papel, no el rectángulo.*

Alumno: *Pues por eso.*

Profesora: *Tú tomaste un rectángulo de papel no un cuadrado, ¿ya viste? a ver, ¿cuál es el cuadrado de papel?*

Alumno: (observa ambas figuras de papel) *No sé, no me acuerdo.*

Como se puede ver, la reacción de la profesora en formación se asocia con una serie de cuestionamientos que dan lugar a una reflexión en términos de una falta de consideración de conocimientos previos de los estudiantes.

Lo anterior, le permitió reflexionar no sólo sobre la importancia de tomar en cuenta ese tipo de información, sino también acerca de un razonamiento diferente de los alumnos de acuerdo con el nivel en el que se encuentran.

Otra docente en formación diseñó una propuesta de enseñanza sobre la resolución de problemas mediante ecuaciones cuadráticas con alumnos de tercero de secundaria (Toledano, 2022). En los siguientes párrafos se hace referencia a lo que se observó en cada una de las cuatro dimensiones.

*Fundamentación.* Teóricamente consideró la perspectiva constructivista de Vygotsky y la cognitivista de Piaget en referencia al desarrollo intelectual del individuo, mientras que metodológicamente lo encuadró en la investigación-acción, la intervención educativa y la docencia reflexiva.

*Transformación.* Se observó una falta de uso de diferentes representaciones al resolver problemas por medio de ecuaciones de segundo grado con la finalidad de hacer énfasis en la aplicación de este conocimiento matemático en el mundo real.

*Conexión.* En la primera sesión se estudió el cálculo de áreas y perímetros de figuras compuestas a partir de su representación algebraica; es decir, se pretendió introducir a los alumnos al uso de expresiones algebraicas para representar medidas.

*Contingencia.* Durante las sesiones, la profesora en formación organizó a los estudiantes en parejas para que se apoyaran y comunicaran con la finalidad de favorecer una mejor comprensión de lo que se les solicitaba; todo ello bajo el supuesto de la zona entendida como la distancia existente entre el desarrollo actual y el potencial de un sujeto propuesta por Vygotsky, es decir, la zona de desarrollo próximo. Ante la carencia de resultados esperados, la docente en formación tuvo que intervenir para explicar el desarrollo de las actividades.

Por último, otro de los docentes en formación elaboró su propuesta didáctica sobre el estudio de la variación lineal con alumnos de primer grado de secundaria. Lo observado en cada una de las distintas dimensiones se describe enseguida.

*Fundamentación.* Esta propuesta se sustentó en referentes teóricos tales como la investigación acción, la docencia reflexiva y la teoría del aprendizaje de Piaget. Aunque se hace referencia a éstos, no se consideraron para el diseño de la propuesta de enseñanza, su puesta en marcha y el análisis de las evidencias del trabajo de los alumnos, tal es el caso de la perspectiva de Piaget. También se identificó que el futuro docente tiene conocimientos suficientes sobre situaciones o fenómenos que se vinculan con una variación lineal a partir de sus diferentes representaciones, tales como tabular, gráfica y algebraica.

*Transformación.* Aunque el profesor en formación consideró el enfoque de la resolución de problemas que pueden modelarse con una función lineal,

se identificó que hicieron falta cuestionamientos que propiciaran el análisis y la reflexión de sus estudiantes. En la primera sesión se propuso una situación sobre la edad biológica de un perro, pero no se incluyeron preguntas que permitieran identificar las variables asociadas con la relación de correspondencia. Asimismo, no se cuestionó a los alumnos para que enunciaran las características de una variación lineal, por ejemplo, “la edad del perro aumenta de manera proporcional a su edad biológica”, o “la edad biológica del perro aumenta de cuatro en cuatro por año transcurrido”. Adicionalmente, no se plantearon preguntas como ¿cuál es la relación entre la edad del perro y la biológica?, o ¿cómo se puede obtener la edad del perro a partir de su edad biológica?

*Conexión.* En esta dimensión se observó un uso de diferentes representaciones para el estudio de las funciones lineales, a saber, tabular, gráfica y algebraica. En el desarrollo de las secuencias didácticas y su implementación se reconoció un análisis limitado de cada una de las diferentes representaciones. No obstante, en la obtención de la expresión algebraica de rectas del tipo  $y = ax + b$  y la interpretación de los parámetros  $a$  y  $b$  en la expresión, se pudo observar que no se cuestionó a los alumnos con preguntas como ¿qué sucede con la posición de la recta si aumenta o disminuye el valor de  $a$ ?, si toma los valores:  $-3$ ,  $0$  y  $5$ , ¿qué se observa en la gráfica?, ¿qué pasa si el valor de  $b$  aumenta o disminuye?

Sólo se hizo referencia de manera teórica a que para determinar el signo de la pendiente se necesita identificar si los valores de  $y$  aumentan o disminuyen, lo que no se asoció al aumento o disminución en la representación gráfica.

En cuanto al uso de tablas, aunque se requirió obtener la edad biológica a partir de la edad del perro y viceversa para completar este tipo de representación, no se favoreció una descripción de los procedimientos que permitieran completar la tabla.

*Contingencia.* En el tema de la variación lineal a partir de un problema que permitiera a los alumnos identificar las variables implicadas para poder representarlas en tablas y gráficas, los alumnos no lograron entender bien lo que se les explicaba. Este docente en formación tuvo que recurrir al estudio de temas que ya se habían trabajado anteriormente, inclusive, el uso de la recta numérica como herramienta. El hecho de que los estudiantes tuvieran dificultades para iniciarse en el estudio de la variación lineal puede deberse a que en el momento de apertura de la primera sesión no se contempló la recuperación de conocimientos previos relacionados con situaciones en las que los elementos de dos conjuntos se relacionan por medio de una constante de proporcionalidad, o bien, el uso de esquemas aditivos o multiplicativos que se sugieren en las orientaciones didácticas del programa de estudios vigente.

## CONCLUSIONES

De manera general, los futuros docentes de matemáticas, en su última etapa de formación, no cuentan con los conocimientos que se requieren para diseñar e implementar una propuesta didáctica que esté sustentada en referentes teóricos, y en consecuencia, el análisis que hacen de la experimentación de su propuesta es limitado, es decir, descriptivo.

Aunque los profesores en formación hacen referencia a que sus propuestas de enseñanza están sustentadas en teorías derivadas de la psicología y pedagogía (como las de Piaget, Vygotsky, Ausubel, entre otras) e incluyen ciertas contribuciones de la didáctica de la matemática como la teoría de las situaciones didácticas, el modelo Van Hiele, etc., en términos de la fundamentación; no diseñaron su propuesta ni analizaron las evidencias de su implementación con base en dichos referentes.

En relación a la transformación, la mayoría de los docentes en formación son capaces de transformar el contenido matemático mediante el uso de material didáctico, así como de otras representaciones. No obstante, tienen dificultades para tomar decisiones acertadas y presentar dichas representaciones de manera secuencial. Por ejemplo, el profesor en formación que trabajó sobre variación proporcional directa no favoreció la comprensión de los alumnos de la representación gráfica ya que no hizo énfasis en que todas las gráficas vinculadas con una situación de proporcionalidad directa pasan por el origen del plano cartesiano.

Una de las dimensiones en las que se observaron más dificultades de los futuros profesores fue la de conexión. A pesar de que las actividades de una misma lección estaban conectadas entre sí, se observó que no había coherencia entre las lecciones que conformaban una misma propuesta didáctica no sólo en cuanto a la secuencia y organización de contenidos matemáticos, sino también de niveles de complejidad asociados a estos.

Con respecto a las situaciones de contingencia, se identificó que los futuros docentes de matemáticas no están capacitados para enfrentar situaciones imprevistas. Aunque se puede considerar que ningún docente es capaz de hacerle frente a cualquier situación que no se puede prevenir, los sujetos del estudio tuvieron situaciones de contingencia por la falta de consideración de conocimientos previos para el diseño de su propuesta de enseñanza.

En particular, la reflexión sobre la implementación de sus propuestas de enseñanza, así como de las situaciones de contingencia que enfrentaron, permitió que los profesores en formación identificaran una necesidad de mejora a partir de la búsqueda y experimentación de otras formas de llevar a cabo el trabajo en clase. Se espera que el contenido de este capítulo favorezca un cambio en las prácticas educativas de los formadores de los futuros docentes de matemáticas y los investigadores en educación matemática, con la finalidad de mejorar la formación inicial de docentes y la manera en la

que impacta en la construcción de los conocimientos matemáticos de millones de estudiantes mexicanos de secundaria. Asimismo, se espera que este estudio les sirva a otros profesores en formación como muestra de lo que pueden aprender de la investigación en didáctica de las matemáticas.

## REFERENCIAS

- Baeza, L. M. (2022). *El uso de doblado de papel como estrategia didáctica para la enseñanza de los ángulos internos de triángulos y cuadriláteros. Una experiencia docente*. [Informe de prácticas profesionales no publicada]. Escuela Normal Superior de México.
- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Carrillo, J., Contreras, L. C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina., & I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática* (pp. 193–200). Comares.
- Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics -for- Teaching: an Ongoing Investigation of the Mathematics that Teachers (Need to) Know. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293–319. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-2372-4>
- Davis, B. (2010). Concept studies: Designing settings for teachers' disciplinary knowledge. En M. M. F., Pinto & T. F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 63–82). PME. <https://bit.ly/3PMYA1c>
- Elizarrarás, S. (2018). La reflexión docente de estudiantes normalistas de Matemáticas y su interacción en la escuela secundaria. En C. Ortega, A. Hernández & J. L. Canto (Coord.), *La práctica reflexiva para la Innovación Educativa* (pp. 189–212). Red Durango de Investigadores Educativos A. C. <https://bit.ly/46akn3s>
- Figueroa, J. C., & Figueredo, M. (2022). Formación Docente del Área de Matemática en la Implementación del Nuevo Currículo en la Unidad Educativa Doctor Adolfo Blonval López. *Revista Científica CIENCLAE DUC*, 9(1), 1–7. <https://bit.ly/455VioY>
- Font, V., Giménez, J., Zorrilla, J., Larios, V., Dehesa, N., Aubanell, A., & Benseny, A. (2012). Competencias del profesor y competencias del profesor de matemáticas: Una propuesta. En V. Font, J. Giménez, V. Larios & J. Zorrilla (Eds.), *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato* (pp. 61–70). Universitat de Barcelona.
- García, M. M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, 17(2), 153–166. <https://bit.ly/3PXwgEa>

- Goffree, F., & Oonk, W. (1999). Educating Primary School Mathematics Teachers in the Netherlands: Back to the Classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2, 207–214. <https://doi.org/10.1023/A:1009903205316>
- Gómez, P., & Cañadas, M. C. (2016). Dificultades de los profesores de matemáticas en formación en el aprendizaje del análisis fenomenológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(3), 311–334. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1933>
- Huaman, R. A. (2019). *Formación del profesor de Matemática e Informática. Lineamientos de formación: Aportes a la formación integral profesional del profesor de Matemática e Informática*. [Monografía de Licenciatura en Educación Especialidad: Matemática e Informática]. Universidad Nacional de Educación. <https://bit.ly/48F28os>
- Llinares, S. (2017). La formación del docente de matemáticas. Realidades y desafíos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 13(17), 55–61. <https://bit.ly/46puO2E>
- Moreno, A., Marín, M., & Ramírez-Uclés, (2021). Errores de profesores de matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización. *PNA*, 15(2), 109–136. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.20746>
- Parra, U. Y., & Breda, A. (2017). La enseñanza de o desde la resolución de problemas matemáticos: concepciones de profesores de Matemática en formación. *Acta Scientiae*, 19(2), 277–295. <https://bit.ly/46sV4JM>
- Rowland, T. (2014). The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *SISYPHUS Journal of Education*, 1(3), 15–43. <https://doi.org/10.25749/sis.3705>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Simon, M. A. (1994). Learning Mathematics and Learning to Teach: Learning Cycles in Mathematics Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics*, 26(1), 71–94. <https://doi.org/10.1007/BF01273301>
- Toledano, L. Y. (2022). *Resolución de problemas que impliquen la formulación y resolución de ecuaciones cuadráticas con alumnos de tercero de secundaria*. [Informe de prácticas profesionales no publicada]. Escuela Normal Superior de México.
- Zapata, M., & Blanco, L. J. (2007). Las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje de los profesores de matemáticas en formación. *Campo Abierto*, 26(2), 83–108. <https://bit.ly/45dNzW3>