

La investigación en modelización matemática: un diálogo entre educadores de Latinoamérica y España

Armando Paulino Preciado Babb ¹ 

Armando Solares-Rojas ² 

Este libro tiene como propósito situar, analizar y difundir las contribuciones de una comunidad de investigadores de América Latina y España en el ámbito de la modelización matemática. Su objetivo es fomentar un diálogo plural entre educadores matemáticos, presentando, por un lado, una recopilación de investigaciones destacadas realizadas en la región durante las últimas décadas, y por otro, una promoción y difusión del debate de líneas de investigación emergentes.

La concepción del libro se origina a partir de las discusiones suscitadas en el marco del Seminario de Modelización Matemática del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav¹, a cargo del Dr. Armando Solares Rojas. Formalmente, este seminario comenzó en el año 2017, en el Cinvestav; sin embargo, tiene sus orígenes en colaboraciones previas con el Dr. Armando Paulino Preciado Babb, participado en seminarios, conferencias y proyectos de investigación en este tema desde el año 2015. En el año 2019, Conahcyt proporcionó recursos para llevar a cabo el proyecto de investigación “Construcción de significados en procesos de modelación matemática. Una aproximación basada en el uso de herramientas de simulación computacional desde una perspectiva semiótica” en la Convocatoria de Investigación Científica Básica (A1-S-33505). Gracias a este fondo se publica el presente libro.

¹ apprecia@ucalgary.ca
University of Calgary, Canada

² asolares@cinvestav.mx
Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav

Preciado Babb, A. P., & Solares-Rojas, A. (2025). La investigación en modelización matemática: un diálogo entre educadores de Latinoamérica y España. En A. Solares-Rojas, & A. P. Preciado Babb (Eds.), *La investigación en modelización matemática: un diálogo entre educadores de Latinoamérica y España* (pp. 15–33). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S2/2025/01-01>

Bajo la coordinación de Solares y Preciado, los miembros del seminario han realizado revisiones literarias sobre la modelización en matemáticas, tanto en la literatura relevante en inglés (Preciado Babb et al., 2018; Preciado Babb et al., 2023) como en publicaciones en América Latina (Peña et al., 2023; Solares-Rojas et al., 2018). En estas revisiones notamos, por un lado, una representación desbalanceada de regiones desde las cuales se publica en el tema, con tres países abarcando el 50% de todas las publicaciones a nivel internacional, además de ciertas tendencias locales en América Latina, en particular en México y en Brasil. Estas tendencias mostraron un mayor enfoque en el nivel superior en la región, así como un interés en aspectos sociales y culturales consistentes con las perspectivas epistemológica y sociocultural descritas por Kaiser y Sriraman (2006).

Así mismo, las revisiones del estado del arte dieron cuenta de la falta de enfoque en el uso de las tecnologías digitales, incluyendo la programación de computadoras y la robótica (Preciado Babb et al., 2018; Preciado Babb et al., 2023). Este resultado es particularmente interesante dado el papel de la tecnología en varios de los capítulos incluidos.

Estos resultados motivaron la edición del presente libro, que incluye tanto el trabajo sobresaliente de investigadores que han trabajado en el tema por décadas, como perspectivas y tendencias emergentes. Los autores que escriben en este libro han sido, mayoritariamente, participantes del seminario de modelización matemática. Sin embargo, nos sentimos honrados de poder incluir a otros autores que accedieron a contribuir a esta obra, con contribuciones de países como Brasil, Canadá, Chile, Colombia, España, México, Honduras y Guatemala.

El Cinvestav es uno de los principales centros de investigación científica de América Latina² y cuenta con gran reconocimiento a nivel mundial³. Particularmente, el Departamento de Matemática Educativa ha sido de los principales impulsores a nivel internacional del campo de la “Educación Matemática”. Su papel sigue siendo fundamental en el desarrollo de la investigación en este campo, así como en la formación de investigadores y la propuesta y desarrollo de innovaciones didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas⁴.

En la concepción de este libro decidimos ir más allá de una compilación de trabajos en Latinoamérica y España, buscando una forma de “diálogo” entre los capítulos que aquí se presentan. Así, el objetivo de este material es poner “en discusión” las ideas y resultados de los capítulos del libro. Iniciamos con una breve descripción de cada capítulo, empezando por las contri-

¹ <https://modelizacion-matedu.cinvestav.mx>

² https://research.webometrics.info/en/Americas/Latin_America

³ <https://cinvestav.mx/>

⁴ <https://www.cinvestav.mx/zacatenco/matematica-educativa>

buciones correspondientes a aproximaciones de trabajo que se han establecido por lo menos en la última década. Dichas aproximaciones no necesariamente corresponden a la modelización matemática, sin embargo, la involucran de una manera u otra. Posteriormente, se incluyen los capítulos con aproximaciones emergentes dentro de la modelización matemática. Cabe mencionar que, en ocasiones, estas dos categorías no son claramente distinguibles, por lo que se podría argumentar que ciertos capítulos pudieran clasificarse de forma distinta. Consideramos, sin embargo, que nuestra clasificación facilita la lectura del capítulo. Así, las siguientes dos secciones corresponden a los dos tipos de aproximaciones en las contribuciones del libro, los que se han establecido por varios años y los que representan aproximaciones emergentes.

Aproximaciones Establecidas

En el capítulo *Concepciones de modelos y model(iz)ación en educación matemática, ingeniería y ciencias*, Ana Isabel Sacristán Rock, Marco Antonio Olivera Villa y Angel Pretelín Ricárdez comparten perspectivas de la modelización que han utilizado en sus investigaciones educativas a nivel superior, en particular con un enfoque en la ingeniería. El capítulo elabora distintas definiciones de la modelización matemática y su uso en la enseñanza, así como varios ciclos de modelización que se pueden encontrar en la literatura, dando cuenta de la pluralidad de perspectivas en la modelización matemática en educación. El capítulo dedica espacio para la modelización por computadora y las simulaciones, distinguiendo dos tipos de ellas: las que son creadas por expertos para que los estudiantes las usen de forma exploratoria y las que son creadas por los propios estudiantes a partir de estructuras matemáticas. El capítulo concluye con una referencia a las actividades inductoras de modelos, comúnmente conocidas como MEAs por sus siglas en inglés (Model-Eliciting Activities). Esta perspectiva de la modelización matemática se centra en el proceso de modelización más que en el resultado, ayudando al estudiante a construir su propio conocimiento. Así, esta perspectiva va más allá del uso de la modelización matemática como una forma de resolución de problemas.

Daniel Ortiz-May y Manuel Santos-Trigo, en su capítulo *La Resolución de Problemas Matemáticos, Tecnologías digitales, y Razonamiento en el Estudio de las Matemáticas del Bachillerato*, parten de parte de una aproximación inquisitiva basada en la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de matemáticas. En esta aproximación, la resolución de problemas va más allá de una estrategia educativa al describirse como una parte esencial de lo que son las matemáticas, la cual involucra identificación o formulación de un problema, la comprensión de conceptos relacionados, distintas formas de representación, modelización y comunicación y el sustento de resultados o soluciones. Se usa un sistema geométrico dinámico (Geogebra) como

recurso en la modelización de problemas. El capítulo propone una bitácora digital como instrumento para registrar, estructurar y monitorear el trabajo de los estudiantes en un formato que combina sesiones presenciales y trabajo en línea. Esta bitácora está descrita en tres dimensiones: método inquisitivo; uso coordinado de tecnología digital; y sistema de ayuda para los estudiantes en forma de retroalimentación y asesoría técnica. El capítulo ofrece dos ejemplos, uno como aplicación a un problema de la vida real y otro teórico relacionado en el teorema fundamental del cálculo.

El capítulo *Diseño de una propuesta didáctica de modelización matemática para la formación de futuros docentes*, escrito por Luis Miguel Paz-Corrales, Maleni M. Pérez-Sarmiento y Avenilde Romo-Vázquez, aborda el tema de la formación de profesores para la enseñanza de las matemáticas a través de la modelización. Este tema ha sido estudiado por una de las autoras, Romo-Vázquez, desde hace al menos una década.

El capítulo menciona que la formación de profesores no ha tenido suficiente atención, aun cuando este problema se ha identificado desde principios del siglo XX. La desconexión entre el currículo y la formación de docentes, conocida como la *segunda discontinuidad* de Klein, sigue vigente y ha sido retomada por algunos académicos como Winsløw y Grønbaek (2014), quienes han analizado esta discontinuidad desde tres dimensiones: contexto institucional, rol del sujeto y contenidos matemáticos. El capítulo propone una cuarta dimensión, modelización extramatemática, referente a la conexión de contenidos universitarios en la educación a nivel bachillerato. El capítulo se basa en la teoría de la antropología didáctica y la ingeniería didáctica para el diseño de una propuesta didáctica de modelización extramatemática centrada en el estudio de un desfibrilador, enfocada en la formación de docentes.

El estudio se da en el contexto de un programa de formación de profesores de matemáticas para secundaria y bachillerato en una universidad en Honduras. Dicho programa incluye un curso de ecuaciones diferenciales, así como el desarrollo de la competencia de la modelización matemática. La propuesta didáctica contempla que se tenga cierto conocimiento de electrónica, pues es necesario para abordar el estudio y modelización de un desfibrilador. La actividad, en una tercera etapa, propone que los docentes en formación utilicen un simulador para validar sus modelos.

La contribución de Eleany Barrios Borges y Francisco Cordero con el capítulo *Una perspectiva socioepistemológica de la modelación matemática: estudios de casos con enfoque etnográfico en las ingenierías* es una muestra del enfoque de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME). Esta teoría ha sido una aproximación relevante en la matemática educativa en México (Cantoral, 2016), en particular en la educación superior, y considera elementos sociales y culturales en el uso de las matemáticas, contrastando con la aproximación tradicional en educación, en la que el

conocimiento matemático es concebido como universal e inmutable. El conocimiento matemático, desde esta teoría, está situado en prácticas sociales. El capítulo propone el modelo de comunidad de conocimiento matemático como herramienta teórico-metodológica para explicar la emergencia del uso del conocimiento matemático situado en una comunidad específica, la cual puede ser desde la vida de la gente, en lo académico o en una profesión.

El capítulo da ejemplos del uso de las matemáticas, en particular de las ecuaciones diferenciales, en contextos específicos de ingeniería biónica y electrónica que involucran un uso particular de las matemáticas, contrastando con un enfoque convencional en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales centrado en métodos analíticos de solución. Así, se presenta un diálogo horizontal entre el conocimiento matemático y las prácticas específicas de las ingenierías. Los autores hacen referencia al programa de investigación de la TSME del Sujeto Olvidado y Transversalidad de Saberes cuyo núcleo es la categoría de modelación matemática socioepistemológica. Este enfoque toma distancia de otros en los que la realidad y los conocimientos son considerados como dos mundos independientes que se pueden relacionar a través de la modelización. En el enfoque presentado en el capítulo se considera que el conocimiento matemático es intrínseco a la realidad, teniendo elementos transversales a diferentes situaciones, correspondientes a un ámbito local y uno global. El capítulo concluye resaltando la necesidad de la formación docente.

El capítulo *La modelación como una forma de acercarse a el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* de María Trigueros es otro ejemplo de una agenda de trabajo establecida por décadas en México, en este caso bajo el enfoque de la teoría de Acción, Proceso, Objeto, Esquema (APOE) (Arnon et al., 2014). El capítulo aborda cómo esta teoría es compatible con la modelización matemática en la enseñanza de las matemáticas. La autora da cuenta de su extenso trabajo en cursos de ingeniería en los que la modelización matemática es un medio para la enseñanza de las matemáticas.

El capítulo describe la teoría APOE como una metodología tanto de investigación como de diseño educativo en el contexto específico de las ecuaciones diferencias, haciendo énfasis en el surgimiento de ideas importantes para el trabajo en el contexto del péndulo simple, péndulo amortiguado y péndulo forzado. El capítulo usa la palabra modelación como referencia no solo a la modelización matemática, sino también del trabajo con un modelo y un modelo de trabajo. La aproximación descrita en este capítulo considera un modelo colaborativo de diseño de actividades educativas entre académicos e investigadores, así como la forma de trabajo de los estudiantes.

Si bien la aproximación descrita en este capítulo se centra en la enseñanza de las matemáticas, también se menciona la importancia de la inter-

disciplinaria, resaltando las relaciones entre las matemáticas y otras disciplinas. La interdisciplinaria implica poner a un mismo nivel la disciplina desde donde se pretende hacer un modelo y las matemáticas.

Lluís Albarracín, Irene Ferrando, Carlos Segura y Núria Gorgorió, en su capítulo *Secuencias de problemas de Fermi para introducir la modelización matemática*, sintetizan los avances en la investigación sobre el uso de problemas de Fermi para sustentar secuencias de actividades promotoras de modelos matemáticos en el aula. En primer lugar se describen las investigaciones desarrolladas en el seno de nuestro grupo de investigación, las cuales han permitido identificar el potencial de los problemas de Fermi como actividades de modelización matemática. Se detallan las herramientas de análisis desarrolladas para caracterizar los modelos que generan los alumnos, así como su uso en diversas investigaciones. En segundo lugar se aborda la fundamentación teórica y las características de las secuencias de problemas de Fermi para promover la actividad de modelización matemática en las aulas de primaria y secundaria. Finalmente se da cuenta de los estudios que muestran la utilidad de las secuencias de problemas de Fermi en la formación del profesorado, destacando su potencial.

El capítulo *Três Abordagens Culturais/Antropológicas para a Etnomodelagem*, escrito en portugués por Milton Rosa y Daniel Orey, tiene como objetivo reconocer la importancia de las experiencias matemáticas locales y cómo fomenta la conexión, el debate y la atención a la naturaleza de las matemáticas y el currículo escolar, en relación con los cambios y el desarrollo continuo de la cultura y la sociedad. Este enfoque también permite crear un entorno democrático para debatir la descolonización del currículo, que está relacionada con el examen de los supuestos inherentes al conocimiento occidental, la ciencia y la teoría educativa moderna con el fin de hacer visible y disipar el supuesto de que el conocimiento local y las formas de hacer las cosas son primitivos y están en oposición binaria al conocimiento científico occidental o al conocimiento eurocéntrico o moderno. Además, el objetivo de una educación descolonizada está relacionado con el resurgimiento y el empoderamiento de los miembros de distintos grupos culturales. Esta perspectiva permite identificar tres enfoques culturales/antropológicos: émico (local), ético (global) y dialógico (glocal/dinamismo cultural), los cuales pueden ayudar en la investigación, estudio y discusión de estos mismos temas.

Estos enfoques contribuyen a la comprensión de las ideas, procedimientos y prácticas matemáticas desarrolladas por miembros de diferentes culturas a través de la dinámica de encuentro entre ellas. Se sigue el enfoque dialógico de la Etnomodelación para el desarrollo de etnomodelos desde una perspectiva que añade los aspectos culturales de las matemáticas al proceso de modelización matemática. El objetivo de este capítulo es, entonces, discutir los enfoques culturales y antropológicos del Etnomodelado, que los autores

han investigado desde 2010, presentando ejemplos relacionados con el cálculo de áreas mediante el proceso de cubicación en el contexto de la agricultura familiar.

Aproximaciones Emergentes

El capítulo de Lourdes Maria Werle Almeida y Dirceu Dos Santos Brito, *Aprendizaje en actividades de modelación matemática: Caracterización de una temporalidad*, escrito en portugués y bajo una aproximación fenomenológica, describe la experiencia de estudiantes en actividades de aprendizaje basadas en la modelización matemática. Esta aproximación se aleja de las perspectivas comunes en la investigación educativa relacionada con la modelización matemática, como lo son perspectivas cognitivistas, aproximaciones basadas en interacciones o en lenguaje y prácticas sociales, y en descripciones de aprendizaje en términos de habilidades adquiridas.

El capítulo ofrece una discusión sobre el aprendizaje subjetivo basado en la conciencia de un tiempo interno de acuerdo con la perspectiva fenomenológica de Husserl (1994). Se presentan dos ejemplos, uno de una actividad dirigida a estudiantes de séptimo grado de educación básica y otro de una actividad en un curso de cálculo en la carrera de Informática.

Hay dos capítulos que corresponden al mismo proyecto y presentan distintos tipos de análisis. El primero está basado en la semiótica, mientras que el segundo usa minería de datos para analizar las interacciones con el agente de simulación. El capítulo *Modelación basada en agentes en el bachillerato: Un estudio de las experiencias cotidianas y conceptos científicos* de Gustavo Carreón Vázquez, J. Enrique Hernández Zavaleta, Luis Enrique Cortés Berruero y Vicente Carrión Velázquez se enfoca en las experiencias de aprendizaje, que toma en cuenta las vivencias de los estudiantes, alrededor del tema de la propagación de epidemias para construir conocimientos. Este estudio analizó las frases cotidianas y científicas de estudiantes de bachillerato al trabajar con un simulador computacional basado en agentes sobre epidemias. Los datos incluyen videgrabaciones, sus transcripciones y producciones escritas. Se crearon nubes de palabras utilizando minería de datos y se propuso un valor de entropía para las frases de los estudiantes respecto a las palabras que más utilizaban. Los resultados se dividen en dos: (1) el análisis de frecuencias de palabras, que mostró un incremento en el uso de palabras técnicas y científicas al avanzar las sesiones, y (2) el análisis de la entropía que mostró que las explicaciones de los estudiantes contenían frases que combinaban sus experiencias cotidianas y conceptos científicos. Esta investigación aporta una metodología con una perspectiva mixta de análisis de frases que enriquece la comprensión del aprendizaje en la modelación de fenómenos complejos.

El otro capítulo correspondiente al mismo proyecto es *Uso de representaciones semióticas mediante la modelización basada en agentes*, escrito por Carolina Rubí Real Ortega, Armando Hernández Solís, Fredy Peña Acuña y Armando Solares-Rojas. En este capítulo se presentan algunos de los resultados de una investigación sobre modelización basada en agentes (MBA) para estudiar fenómenos complejos con estudiantes de nivel medio superior (de 17 a 18 años de edad). La investigación centró la atención en el uso de medios semióticos de objetivación mediante diferentes instrumentos metodológicos. El marco de referencia está constituido por elementos teóricos provenientes del pensamiento computacional y de la Teoría de la Objetivación. La investigación descrita en este documento está asociada al uso de un simulador NetLogo, diseñado para estudiar la difusión de una enfermedad a través de actividades de modelización y entrevistas semi-estructuradas. Los resultados del análisis de los datos muestran que los alumnos llevaron a cabo procesos de construcción de significados, es decir, al analizar la dinámica de la enfermedad con apoyo del simulador fueron construyendo el significado de las variables implicadas, los parámetros y sus representaciones por medio de la variación de las condiciones iniciales, la cantidad de enfermos, el tiempo de enfermedad y la probabilidad de contagio, lo que se reflejaba en el espacio de agentes y la serie de tiempo.

La construcción de significados se apoya de signos gráficos como la serie de tiempo de la MBAs, contextualizada en la difusión de una enfermedad. Se identificó un proceso semiótico en el mundo de agentes al encontrar patrones de difusión de la enfermedad en relación con el tiempo y la probabilidad de contagio. En términos generales, el diseño de las actividades de la secuencia y el simulador con el que trabajaron los alumnos constituyen facilitadores que ponen de manifiesto los procesos de carácter semiótico. Específicamente, el simulador les brindó la oportunidad de una nueva y variada gama de representaciones de un fenómeno complejo, las cuales no sólo fueron interpretadas desde el principio, sino que, además, poco a poco se fueron convirtiendo en herramientas con las que razonaban, es decir, medios semióticos de objetivación. Esto último se evidenció a través de la entrevista, en la que los alumnos mostraron sus formas de pensar y actuar para explorar y entender el fenómeno por medio de diferentes registros de representación.

Los hallazgos de esta investigación muestran que la MBAs favorece en los estudiantes el entendimiento de un fenómeno complejo, como la difusión de una enfermedad, y las diferentes variables que intervienen en este. Asimismo, se demuestra que los elementos del simulador se pueden convertir en medios semióticos de objetivación que favorecen el uso de conocimientos matemáticos y, en consecuencia, forman parte de procesos semióticos asociados a la producción de significados. Las limitaciones del estudio se

vinculan con la aplicación de los instrumentos metodológicos de manera virtual, ya que el trabajo presencial es muy distinto.

Valeria Lebrun-Llano, Mónica Marcela Parra-Zapata y Jhony Alexander Villa-Ochoa abordan en su capítulo, *Características descriptivas y prescriptivas en tareas de modelación matemática*, la necesidad encontrada en la literatura de investigar la integración de procesos de modelación matemática descriptivos y prescriptivos que promuevan en los estudiantes la comprensión de situaciones y la transformación de su realidad. En este capítulo se reconocen las características descriptivas y prescriptivas de un conjunto de tareas de modelación matemática; para ello se identifican las acciones potenciales presentes en los enunciados de tareas de modelación. Se realizó un análisis del contenido de los enunciados de un conjunto de tareas extraídos de las publicaciones recientes en The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications-ICTMA (2021 y 2023). Se diseñó un sistema de categorización emergente que facilitó el reconocimiento de las características de ambos tipos de modelación en función de las acciones. En los resultados se presentan cada una de las potenciales acciones evidenciadas en los enunciados de las tareas analizadas y cómo estas implican la adopción de ciertas características descriptivas y prescriptivas de la modelación. El capítulo finaliza con algunas reflexiones sobre esta categorización en relación con el carácter descriptivo y prescriptivo de la modelación y sobre su integración en la clase de matemáticas, así como algunas de sus implicaciones para la enseñanza y la investigación.

El capítulo *Modelización matemática temprana para promover la educación estadística en conexión con la sostenibilidad en estudiantes de 4-5 años* de Ángel Alsina, María Salgado y Claudia Vásquez conceptualiza a la modelización matemática temprana (MMT) como un proceso que ayuda a crear los primeros modelos de naturaleza concreta, el cual parte de una reflexión que implica idas y vueltas constantes entre los contextos reales y las matemáticas, que los estudiantes de los primeros niveles movilizan. Desde esta perspectiva, el objetivo del capítulo es describir y analizar la implementación de una actividad de MMT en la que, a partir del planteamiento de un reto que emerge de un contexto real, un grupo de 21 estudiantes de 4-5 años llevan a cabo un ciclo de modelización para promover la educación estadística conectada con la sostenibilidad. Dicho ciclo considera siete fases: comprensión, estructuración, matematización, trabajo matemático, interpretación, validación y presentación. Los principales hallazgos muestran, por un lado, que los estudiantes de educación infantil son capaces de crear unos primeros modelos concretos; y, por otro lado, que el ciclo de modelización promueve que los estudiantes desarrollen conocimientos estadísticos, como la recolección y organización de datos y su interpretación, de manera integrada con diversos Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) y competencias de sostenibilidad.

Los 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2017) cubren una amplia variedad de temáticas que desafían a contar con una educación holística, integradora y transformadora, que facilite que las generaciones actuales y futuras puedan alcanzar aprendizajes cognitivos, socioemocionales y conductuales específicos y, en especial, desarrollar competencias de sostenibilidad (UNESCO, 2017). Por consiguiente, el rol del profesor es clave porque debe favorecer que los estudiantes: *a*) competencia de pensamiento sistémico; *b*) competencia de anticipación; *c*) competencia normativa; *d*) competencia estratégica; *e*) competencia de colaboración; *f*) competencia de pensamiento crítico; *g*) competencia de autoconciencia; y *h*) competencia integrada de resolución de problemas. Se concluye que para este fin se requiere profesorado que tenga conocimientos y habilidades para acompañar el proceso de MMT en la infancia.

El capítulo *Modelización matemática utilizando programación y simulación: Implementaciones de educadores en diversos contextos* escrito por Jesús Enrique Hernández Zavaleta y Armando Paulino Preciado Babb presenta un estudio de cómo educadores implementan actividades de modelización que involucran programación, robots, y simuladores. El capítulo discute distintas aproximaciones sobre el uso de tecnología en la modelización matemática. También elabora en la literatura relacionada con la formación profesional de docentes, resaltando un enfoque prescriptivo respecto a lo que es la modelización matemática en la enseñanza. El capítulo se distancia de este enfoque centrándose en las formas, las perspectivas y los propósitos de los docentes cuando integran actividades de modelización matemática basadas en la programación y en el uso de simuladores. El capítulo también ofrece dos ciclos de modelización en este contexto, uno referente al papel de la tecnología y el otro referente a múltiples miniciclos de modelización en actividades que involucran programación y robótica.

Beatriz Arellano Sánchez, María Estela Navarro Robles y Armando Paulino Preciado Babb, en su capítulo *Modelización reflexiva en un curso de estadística y probabilidad a nivel bachillerato*, analizan datos provenientes de la investigación de posgrado de la primera autora, en la que se estudia la forma en la que estudiantes de bachillerato se involucran en una actividad relacionada con la probabilidad. En esta actividad, los estudiantes trabajaron en equipos de cuatro personas para contestar preguntas de una encuesta e interpretar las respuestas de los demás participantes. Las preguntas de la encuesta se enfocaron en aspectos personales, incluyendo su tipo de sangre, localización geográfica, edad a la que empezaron a ingerir bebidas alcohólicas y consumir tabaco, y número de hermanos o hermanas. Los estudiantes cotejaron sus respuestas con datos estadísticos de diversas fuentes, interpretando la coincidencia o no de sus resultados con estos datos. Este proceso

está relacionado con los procesos comunes de modelización, en el que el cotejo funge como elemento en la verificación de un modelo. El capítulo propone la modelización reflexiva como una forma de modelización en la que el individuo se ve dentro del fenómeno que está estudiando. Esta aproximación permite crear conciencia del entorno social de los estudiantes. Más aún, varios estudiantes dan cuenta de una actitud de injerencia en su entorno desde la cual puede cambiar su realidad al tomar decisiones, como donar sangre o no empezar a ingerir bebidas alcohólicas o fumar a temprana edad. Los autores proponen la modelización reflexiva como una forma de abordar situaciones sociales de las realidades de los estudiantes en los cursos de matemáticas.

Un Diálogo Sobre la Modelización Matemática

En esta sección ofrecemos lo que concebimos como un diálogo entre las aportaciones de este libro. Dicho diálogo se presenta en cuatro secciones, correspondientes a cuatro temas: La modelización en agendas de investigación; Procesos y ciclos en la modelización; Modelización y tecnologías; y Algunos aspectos metodológicos. Estos temas se entrelazan, por lo que en ocasiones se abordan aspectos similares, pero con un énfasis en el tema correspondiente.

Tema 1: La modelización en agendas de investigación

Las contribuciones que ofrecen los capítulos de este libro reflejan agendas de investigación que se relacionan de distintas formas con la modelización matemática. Mientras que la modelización matemática aparece como foco principal de investigación en algunas agendas, en otras juega un papel menos preponderante. Por ejemplo, María Trigueros ha enmarcado su trabajo bajo el enfoque de la teoría APOE. Este trabajo, como lo describe en su capítulo, ha incluido a la modelización matemática en algunas investigaciones educativas a nivel superior. De forma similar, Daniel Ortiz-May y Manuel Santos-Trigo se han centrado en la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas. Su capítulo muestra el papel de la modelización matemática cuando se usa la tecnología, en particular el uso de sistemas de geometría dinámicos, tales como Geogebra. En contraste con estas agendas, el capítulo escrito por Ana Isabel Sacristán Rock, Marco Antonio Olivera Villa y Angel Pretelín Ricárdez da cuenta de un enfoque centrado en actividades inductoras de modelos, donde la modelización matemática juega un papel central. De forma similar, Lluís Albarracín, Irene Ferrando, Carlos Segura y Núria Gorgorió presentan un trabajo que retoma el tema de la modelización basada en problemas de Fermi, describiendo la investigación del equipo de trabajo en este tipo de aproximación a la modelización matemática. El capítulo de Luis Miguel Paz-Corrales, Maleni Pérez-

Sarmiento y Avenilde Romo-Vázquez también da cuenta de una agenda que incluye a la modelización de forma explícita en la formación de docentes.

Algunas de las agendas de investigación enfocadas directamente en la modelización matemática contemplan elementos culturales, como la de Milton Rosa y Daniel Orey, quienes elaboran en su trabajo la etnomodelización, añadiendo aspectos locales a los procesos de modelización. Otra agenda que considera aspectos culturales es la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, como lo elaboran en su capítulo Eleany Barrios Borges y Francisco Cordero.

Notamos que otros capítulos de este libro proponen aproximaciones teóricas y metodológicas en la investigación relacionada con la modelización matemática en educación, las cuales no se han incluido comúnmente en la literatura. Estas aproximaciones se discuten más adelante y podrían informar futuras agendas de investigación.

Algunos autores de este libro usan el término “modelación”, quizás de forma indistinta con el término “modelización”. Sin embargo, otros autores que relacionan sus trabajos con agendas establecidas de investigación en el tema defienden el uso del término “modelación” en lugar de “modelización”. La selección de lenguaje amerita ser incluida en este diálogo, ya que podría dar cuenta de distintas perspectivas sobre el tema. En el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española (RAE, n.d.), la palabra modelar incluye las siguientes acepciones: formar de cera, barro u otra materia blanda una figura o adorno; moldear, formar, esculpir; configurar, conformar, moldear, crear, componer, ajustar, organizar; presentar con exactitud la imagen de las figuras; ajustarse a un modelo. En cambio, la definición de modelizar aparece con una sola acepción: construir el modelo o esquema teórico de algo. Así, el término “modelar” se puede considerar como más amplio comparado con “modelizar”. Sin embargo, el uso del lenguaje también se rige por referencias a comunidades específicas más allá de una definición formal.

En su capítulo, Ana Isabel Sacristán Rock, Marco Antonio Olivera Villa y Angel Pretelín Ricárdez defienden el uso del término “modelizar”, notando que en México es común el uso del término “modelación” como traducción del término “modelling” en inglés. También mencionan que los términos “modelación” y “modelado” son comúnmente usados en ingeniería con referencia al proceso de construir modelos matemáticos, que frecuentemente se relacionan con la simulación. Por su parte, Eleany Barrios Borges y Francisco Cordero usan el término “modelización” para referirse a las investigaciones internacionales en el tema, mientras el término “modelación” es usado cuando se refieren al trabajo que presentan dentro de la socioepistemología. Estos autores hacen referencia a aspectos sociales referentes a usos y significados en consenso dentro de comunidades específicas.

Los autores antes mencionados defienden el uso del término “modelación” desde el uso y el significado que se le ha dado en comunidades específicas, como el gremio de ingenieros en México. Sin embargo, una discusión más amplia podría darse en cuanto a la forma en la que se trabaja con modelos matemáticos en educación. El término “modelizar” hace referencia explícita a la creación de un modelo, mientras que “modelar” podría referirse, por ejemplo, a aplicar modelos existentes, sin necesidad de crear uno nuevo. La acepción de “modelar”, referente a dar forma, podría interpretarse en cómo alguien le da sentido a algo, es decir, la forma en la que construye su conocimiento. Así, el término “modelación” podría relacionarse con un proceso de aprendizaje más allá de la modelización de una situación.

Tema 2: Procesos y Ciclos en la modelización

La modelización matemática en educación refleja una pluralidad de perspectivas y propósitos a nivel internacional (Kaiser & Sriraman, 2006; Solares-Rojas et al., 2018; Preciado Babb et al., 2023). Dicha pluralidad se refleja en la extensa cantidad de ciclos de modelización que se han propuesto en la literatura (Doerr et al., 2017) y que también reflejan propósitos pedagógicos diversos (Vorhölter et al., 2019). En este libro, Ana Isabel Sacristán Rock, Marco Antonio Olivera Villa y Angel Pretelín Ricárdez hacen un recuento de varios de los ciclos de modelización que se han usado en la literatura. Dentro de esta variedad se pueden notar dos aspectos importantes sobre ellos, por un lado, se hace referencia a un fenómeno o situación, usualmente fuera de las matemáticas, a modelar; por el otro lado, los ciclos se presentan como marcos de referencia, sin que necesariamente se tenga que cumplir un ciclo completo o se tenga que seguir un orden específico. Así, las actividades de modelización se pueden describir en términos de trayectorias dentro de un ciclo en lugar de un conjunto de pasos a seguir (Doerr et al., 2017).

Así, los ciclos de modelización se vuelven representaciones en las que se enfatizan ciertos propósitos dependiendo de distintas aproximaciones a la modelización matemática. Por ejemplo, Beatriz Arellano Sánchez, María Estela Navarro Robles y Armando Paulino Preciado Babb proponen en su capítulo un ciclo de modelización reflexiva que enfatiza el papel de quien está modelando en el fenómeno a modelar. El ciclo asume pasos comúnmente encontrados en otros, pero sitúa a quien modela (yo/nosotros) dentro de dicha situación.

Recientemente, la tecnología ha jugado un papel cada vez más notorio en la modelización matemática. En una revisión de la literatura, Gerber et al. (2023) propusieron un ciclo de modelización que incluye el uso de herramientas digitales; en este ciclo, la tecnología juega un papel de apoyo al proceso de modelización matemática. Sin embargo, Jesús Enrique

Hernández Zavaleta y Armando Paulino Preciado Babb dan cuenta en su capítulo de una relación distinta de la tecnología en la modelización matemática. El capítulo ofrece dos modelos que difieren con el de Gerber et al. (2023) respecto al papel de la tecnología en la modelización. En uno de estos ciclos, la tecnología digital no es simplemente una ayuda en el proceso de modelización, sino que se vuelve el medio en el que los estudiantes modelan cuando trabajan con simulaciones. El otro da cuenta de múltiples ciclos de modelización durante la programación, incluyendo actividades de robótica; en este caso, la tecnología también es central para el proceso de modelización. De hecho, se podría decir que se contrapone a lo propuesto por Gerber et al. (2023) en el sentido de que la modelización matemática es una herramienta que se usa al servicio de la programación.

Finalmente, es importante resaltar la aproximación a problemas de Fermi que Lluís Albarracín, Irene Ferrando, Carlos Segura y Núria Gorgorió ofrecen en su capítulo. Estos autores dan cuenta de múltiples ciclos de descripciones, interpretaciones, conjeturas y explicaciones dentro de la modelización matemática. El proceso de modelización también incluye debates entre estudiantes, orquestados por el profesor.

Tema 3: Modelización y tecnologías

Uno de los temas que con más vigor aparece en este libro es el relacionado con las tecnologías digitales y su rol en los procesos de modelización matemática. A diferencia de nuestras revisiones de literatura, en las cuales la tecnología aparece como una de las herramientas para el desarrollo de los modelos matemáticos (Peña et al., 2023; Preciado Babb et al., 2018; Preciado Babb et al., 2023; Solares-Rojas, et al., 2018), en un número significativo de investigaciones, las herramientas tecnológicas digitales juegan un rol epistemológico central: no se trata de usos meramente utilitarios ni de restringirse a hacer más económicas y eficientes las acciones para trabajar con modelos matemáticos. En estas investigaciones, la tecnología es una herramienta de pensamiento y acción que permea los significados de las matemáticas en uso.

En los dos capítulos derivados de proyecto Conahcyt, los autores reportan el uso de un simulador computacional basado en agentes —por parte de estudiantes de bachillerato— para estudiar fenómenos de difusión de epidemias. En su análisis, Gustavo Carreón Vázquez, J. Enrique Hernández Zavaleta, Luis Enrique Cortés Berrueco y Vicente Carrión Velázquez introducen una aproximación analítica a través de minería de datos, en la que los recursos tecnológicos les permiten analizar nubes de palabras de las frases que formulan los estudiantes al trabajar con los simuladores, identificando usos científicos de algunos conceptos clave de la modelización del fenómeno. Por su parte, Carolina Rubí Real Ortega, Armando Hernández

Solís, Fredy Peña Acuña y Armando Solares-Rojas se enfocan en los significados que, potencialmente, son aprendidos por los estudiantes al trabajar con el mismo simulador. Recurriendo a herramientas teóricas provenientes del Pensamiento Computacional y la Teoría de la Objetivación, se analizan la movilización y construcción de significados de los estudiantes al usar las distintas representaciones que ofrece el simulador, considerándolas medios semióticos de objetivación para estudiar un fenómeno.

Desde un punto de vista del desarrollo de Pensamiento Computacional, Enrique Hernández Zavaleta y Armando Paulino Preciado Babb analizan en su capítulo actividades de modelización que involucran programación, robots, y simuladores, pero enfocándose en el rol y los conocimientos necesarios del profesor para implementar estas actividades con el uso de tecnología.

Por su parte, Ana Isabel Sacristán Rock, Marco Antonio Olivera Villa y Angel Pretelín Ricárdez distinguen en su capítulo dos tipos de simulaciones computacionales: las creadas por expertos para uso de los estudiantes y las creadas por los propios estudiantes. A partir de sus reflexiones, se introducen Actividades Inducidoras de Modelos (Model-Eliciting Activities) para trabajar con estudiantes de nivel superior, en especial de ingeniería. Para estos autores, lo esencial es centrarse en el proceso de modelización más que en el modelo resultado. En este proceso, el uso de la tecnología permite, y da forma y estructura, a la construcción del conocimiento de los estudiantes.

Desde la perspectiva de la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Daniel Ortiz-May y Manuel Santos-Trigo presentan el uso de un sistema geométrico dinámico (Geogebra) como recurso en la modelización de problemas. En este caso, la modelización misma es introducida al proceso de resolución de problemas mediante el uso de la herramienta tecnológica, impregnando con sus técnicas y formas de uso los conocimientos y técnicas matemáticas que están siendo aprendidas por los estudiantes.

Finalmente, es importante mencionar que las tecnologías digitales aparecen en otros capítulos, por ejemplo, los que abordan perspectivas STE(A)M o el uso de recursos tecnológicos para la formación de docentes de nivel superior; tal es el caso del capítulo de Luis Miguel Paz-Corrales, Maleni M. Pérez-Sarmiento y Avenilde Romo-Vázquez se analiza cómo profesores en formación usan un simulador para validar sus modelos. Si bien en estos capítulos las herramientas tecnológicas no son parte central del proceso de modelización matemática, sus contribuciones y usos son importantes para el desarrollo de la modelización.

Tema 4: Algunos aspectos metodológicos

De forma similar a nuestras revisiones anteriores en la investigación en modelización matemática (Solares-Rojas, et al., 2018, Preciado Babb et al.,

2018, Preciado Babb, et al., 2023, Peña Acuña et al., 2023), los capítulos de investigación iberoamericana que integran este libro abordan una amplia variedad de contenidos matemáticos en los procesos de modelización que se desarrollan. Desde el cálculo, la estadística y la geometría hasta el desarrollo de competencias generales de modelización, los autores cubren un amplio espectro de contenidos, lo cual, para nosotros, significa que la modelización matemática continúa explorando una amplia diversidad de aspectos de los currículos de matemáticas en esta región.

Respecto a las poblaciones en las que se enfocan las investigaciones presentadas en este libro, si bien se confirma que una gran cantidad de estudios se desarrollan en el nivel superior (específicamente con ingenieros) y en la formación de docentes, es novedoso que un número significativo de las investigaciones de este libro se dedican al nivel medio superior y medio básico. Los autores que abordan el trabajo con estos niveles escolares son: Gustavo Carreón Vázquez, J. Enrique Hernández Zavaleta, Luis Enrique Cortés Berruero y Vicente Carrión Velázquez; Carolina Rubí Real Ortega, Armando Hernández Solís, Fredy Peña Acuña y Armando Solares-Rojas; Daniel Ortiz-May y Manuel Santos-Trigo; Beatriz Arellano Sánchez, María Estela Navarro Robles y Armando Paulino Preciado Babb; Lourdes María Werle Almeida y Dirceu Dos Santos Brito; Lluís Albarracín, Irene Ferrando, Carlos Segura y Nùria Gorgorio. Además, resulta particularmente innovadora la investigación de Ángel Alsina, María Salgado y Claudia Vásquez, dedicada a introducir y desarrollar la modelización en edades tempranas, con estudiantes de entre 4 y 5 años. El trabajo con estas poblaciones es innovador no solo en las investigaciones de Iberoamérica, sino del mundo (Peña et al., 2023; Preciado Babb et al., 2018; Preciado Babb et al., 2023; Solares-Rojas et al., 2018).

Finalmente, otro aspecto muy relevante de las investigaciones presentes en este libro corresponde a las metodologías empleadas en su desarrollo. La variedad de aproximaciones teóricas descritas en el Tema 1 se refleja claramente en las formas de llevar a cabo las investigaciones correspondientes. Encontramos metodologías innovadoras en el campo de la Educación Matemática, como el uso de la minería de datos y del análisis de entropía de palabras en las frases usadas por los estudiantes (Gustavo Carreón Vázquez, J. Enrique Hernández Zavaleta, Luis Enrique Cortés Berruero y Vicente Carrión Velázquez); así como la metodología cualitativa asociada a la investigación fenomenológica (Lourdes María Werle Almeida y Dirceu Dos Santos Brito). También están presentes metodologías ad hoc, intrínsecamente vinculadas a las perspectivas teóricas usadas, como es el caso de Luis Miguel Paz-Corrales, Maleni M. Pérez-Sarmiento y Avenilde Romo-Vázquez, desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, y de Eleany Barrios Borges y Francisco Cordero, desde la Teoría Socioepistemológica

de la Matemática Educativa. Es importante hacer notar que prácticamente todas las investigaciones utilizan algún tipo de metodología cualitativa y, excepto la de Gustavo Carreón Vázquez, J. Enrique Hernández Zavaleta, Luis Enrique Cortés Berruero y Vicente Carrión Velázquez, que es de naturaleza mixta, las metodologías cuantitativas están prácticamente ausentes en las investigaciones presentadas.

¿Qué Sigue?

Concluimos este capítulo con algunas reflexiones sobre lo que podrían ser futuras líneas de trabajo sobre la modelización matemática en América Latina y España. Las tecnologías digitales ofrecen posibles líneas de estudio en la modelización matemática en educación. Es importante reflexionar sobre la incorporación de la inteligencia artificial en la modelización matemática, incluyendo sus limitaciones e implicaciones más allá de su uso en la educación. Por ejemplo, si bien esta tecnología puede ser útil, cabe hacer una reflexión sobre su impacto en el medio ambiente y posibles problemas de desigualdad social respecto a la accesibilidad a esta herramienta. Además, las tecnologías digitales también pueden representar una herramienta de investigación usando, por ejemplo, la minería de datos, como lo describen en su capítulo Gustavo Carreón Vázquez, J. Enrique Hernández Zavaleta, Luis Enrique Cortés Berruero y Vicente Carrión Velázquez.

La implementación a gran escala de la modelización matemática en ámbitos educativos requiere de mayor investigación, tanto en la formación docente como en la forma en la que esta puede aparecer en programas de estudio. Si bien la modelización se menciona en algunos programas de estudio, usualmente no se da cuenta de su variedad de aproximaciones y propósitos. Por ejemplo, la modelización permite enfatizar tanto la utilidad de las matemáticas en contextos específicos, como la incorporación de elementos sociales y culturales a distintas escalas (comunidad, país y región).

Como se deriva de nuestra revisión de la investigación en modelización matemática en América Latina (Peña et al., 2023; Solares-Rojas et al., 2018), una de las aproximaciones de modelización que más recurrentemente se ha desarrollado en esta región es la modelización matemática sociocrítica. Desde distintas perspectivas teóricas, pero siempre con un énfasis en las problemáticas sociales locales y regionales, las investigaciones que se adhieren a esta perspectiva de modelización se han venido desarrollando desde hace décadas. Investigaciones que parten de la Etnomodelización y la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa han abordado problemas culturales y sociales desde dimensiones educativas y, para ello, la modelización matemática ha proporcionado herramientas fundamentales. En esa dirección, resulta importante señalar las recientes investigaciones que, también desde

una perspectiva sociocrítica de la modelización matemática, abordan problemáticas sociales y ambientales actuales. Como mencionan Le Roux et al. (2025), un número significativo de investigaciones latinoamericanas abordan temas socio-ecológicos, partiendo de perspectivas de modelización. En este mismo libro, Ángel Alsina, María Salgado y Claudia Vásquez delinearán ya el abordaje de la problemática de la sostenibilidad desde la modelización matemática temprana. Consideramos que numerosas aportaciones de la comunidad iberoamericana de investigación en educación matemática seguirán desarrollándose en los siguientes años en esta dirección. También, desde la educación matemática, es necesaria la atención a las problemáticas sociales y ambientales que enfrentan numerosas comunidades de esta región. Estos estudios son urgentes.

Agradecimientos

Agradecemos el apoyo para esta obra tanto del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, México (CONACYT A1-S-33505), como del Consejo de Investigación en Ciencias Sociales y Humanidades, Canadá (IGD-SSHRC 430-2019-00382).

Referencias

- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsk. E., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS Theory: Framework for research and curriculum development in Mathematics Education*. Springer. <https://doi.org/nxn2>
- Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento* (2a edición). Gedisa.
- Doerr, H. M., Ärlebäck, J. B., & Misfeldt, M. (2017). Representations of modelling in mathematics education. En G. A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 71–81). Springer. <https://doi.org/gjbg9g>
- Gerber, S., Quarder, J., Greefrath, G. & Siller, H. S. (2023). Promoting adaptive intervention competence for teaching simulations and mathematical modelling with digital tools: Theoretical background and empirical analysis of a university course in teacher education. *Frontiers in Education*, 8. <https://doi.org/nzqt>
- Husserl, E. (1994). *Lições para uma fenomenologia da consciência interna do tempo*. Imprensa Nacional.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>

- Le Roux, K., Coles, A., Solares-Rojas, A., Bose, A., Vistro-Yu, C. P., Valero, P., Sinclair, N., Makramalla, M., Gutiérrez, R., Geiger, V., & Borba, M. (Eds.). (2025). *Proceedings of the 27th ICMI Study Conference (Mathematics Education and the Socio-Ecological)*. MATHTED and ICMI. <https://bit.ly/3RWEJaT>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2017). *Education for Sustainable Development Goals. Learning Objectives*. UNESCO. <https://doi.org/nxp6>
- Peña, F., Solares-Rojas, A., Preciado Babb, A. P., & Ortiz Rocha, A. J. (2023). Comparación de tendencias sobre la modelización matemática entre Latinoamérica y el resto del mundo: Una revisión bibliográfica. *Boletim de Educação Matemática*, 37(76), 532–554. <https://doi.org/nztk>
- Preciado Babb, A. P., Peña Acuña, F., Ortiz Rocha, Y. A. & Solares Rojas A. (2023). Diversity of perspectives on mathematical modelling: A review of the international landscape. En G. Greefrath, S. Carreira, & G. A. Stillman (Eds.), *Advancing and Consolidating Research on Applications and Modelling in Mathematics Education: Research from ICME 14* (pp. 43–57). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-27115-1_3
- Preciado-Babb, A.P., Solares-Rojas, A., Peña, F., Ortiz, A., Sandoval-Rosas, M., Soriano-Velasco, R., Carrión-Vázquez, V. & Farrugia-Fuentes, M. (2018). Exploring perspectives on mathematical modelling: A literature survey. En E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 3–10). PME.
- RAE (n.d.). *Diccionario de la lengua española*. Accesado en abril 4, 2025, <https://dle.rae.es>
- Solares-Rojas, A., Preciado-Babb, A.P., Peña, F., Ortiz, A., Sandoval, M., Soriano, R., Carrión, V., & Farrugia, M. (2018). Tendencias en modelación matemática en latinoamérica. En T.E. Hodges, G.J. Roy, & A.M. Tyminski (Eds.), *Proceedings of the 40 Annual Meeting of the North American Chapter for the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 88–100). PME-NA.
- Vorhölter, K., Greefrath, G., Borromeo Ferri, R., Leiß, D., & Schukajlow, S. (2019). Mathematical modelling. En H. N. Jahnke, & L. Hefendehl-Hebeker (Eds.), *Traditions in German-speaking mathematics education research, ICME-13 Monographs* (pp. 91–114). Springer. <https://doi.org/nzj8>
- Winsløw, C., & Grønþæk, N. (2014). Klein's double discontinuity revisited: Contemporary challenges for universities preparing teachers to teach calculus. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(1), 59–86.

