

Análisis del curso Pensamiento Estocástico para la formación docente inicial de México

Saúl Elizarraras Baena ¹

RESUMEN

Este reporte de investigación cualitativa se planteó el objetivo de caracterizar los elementos sobre estocásticos que se proponen de manera oficial para la formación inicial docente de estudiantes normalistas de la Licenciatura en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES). Para ello, se parte de las investigaciones que se han llevado a cabo en otros países de Latinoamérica y luego, se analiza el curso de pensamiento estocástico que se propone para el tercer semestre de la LEAMES. Para la examinación se toman en cuenta criterios como ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos implicados, términos que orientan el pensamiento de lo posible y registros semióticos de la información. Los resultados obtenidos apuntan a la necesidad de un diseño curricular de estocásticos para la formación inicial docente que recupere las propuestas y experiencias de otros sistemas educativos afines al de México, con la finalidad de que su reestructuración contribuya en la formación integral de estudiantes de educación básica y de educación media superior.

PALABRAS CLAVE

Estocásticos, Formación, Enseñanza y comprensión.

¹ sauleliba@gmail.com

Escuela Normal Superior de México

<https://orcid.org/0000-0002-9623-3452>

Elizarraras Baena, S. (2024). Análisis del curso Pensamiento Estocástico para la formación docente inicial de México. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 75–84). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-07>

INTRODUCCIÓN

A pesar de que en México se han incorporado programas de estudio relacionados con la probabilidad y la estadística en el currículo oficial para la formación de profesores, existen estudios recientes que muestran que esto todavía no ha sido suficiente y que se requieren acciones complementarias que permitan atender la problemática en cuestión. Ante esto, interesa dar respuesta a la pregunta siguiente: ¿Cuáles son los elementos de estocásticos que se proponen de manera oficial para la formación inicial docente de estudiantes normalistas de la Licenciatura en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES) en México, mediante el curso de Pensamiento estocástico que se ofrece en el tercer semestre de la LEAMES?

En este artículo se presentan algunos antecedentes que se consideran pertinentes para la discusión y análisis del actual programa de estudios del pensamiento estocástico, que se plantea para la formación docente inicial de futuros profesores de matemáticas. Enseguida se describe de modo general el referente teórico que coadyuva en el análisis respectivo. Luego se hace lo propio con el proceder metodológico que hace posible el análisis de la propuesta curricular en comento. Al final se muestran los resultados obtenidos a partir de los antecedentes y de los referentes teóricos.

ANTECEDENTES

Cuevas y Ramírez (2018) presentan los resultados de un estudio exploratorio sobre el desempeño en tópicos estocásticos elementales de 111 profesores de educación secundaria de México y Costa Rica. Se utilizó un instrumento con 16 ítems alineado con el Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA por sus en inglés). Sus resultados generales fueron:

- Más de la mitad de los profesores (59) desconocieron los principios básicos de la probabilidad.
- Aproximadamente siete de cada diez docentes no pudieron interpretar datos agrupados en gráficas y tablas ni clasificaron variables de forma precisa.
- Casi dos de cada diez profesores tuvieron dificultad para diferenciar entre fenómenos aleatorios y determinísticos.

Por su parte, Ferrari y Corica (2018) realizaron un estudio exploratorio con estudiantes para profesor en matemática mediante la aplicación de un cuestionario que estaba compuesto por tareas sobre la interpretación y el análisis de información más que por el cálculo rutinario. Los autores reportaron dificultades por parte de los participantes e infirieron que éstos identificaban el entorno tecnológico con la aplicación de fórmulas, debido a que manifestaron no acordarse de éstas.

Así mismo, Rodríguez-Alveal, et al. (2022) caracterizan las habilidades de alfabetización y pensamiento probabilístico que los docentes de matemática, en formación inicial y en activo, utilizan cuando se enfrentan a problemas reales relacionados con la incertidumbre. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- Recurrieron esencialmente al significado clásico de probabilidad, por lo que descartan el tránsito por lo intuitivo, lo clásico y lo frecuencial.
- Evidenciaron escaso desarrollo de ideas conceptuales y argumentativas necesarias para comparar resultados empíricos y teóricos.
- Carecieron del desarrollo de habilidades de alfabetización y pensamiento probabilístico, que posibilitan una enseñanza de la probabilidad que va más allá de lo algorítmico.
- Aun cuando estaban familiarizados con herramientas tecnológicas (como Excel) no las utilizaron para simular fenómenos aleatorios ni para generar números pseudoaleatorios.

La formación docente en estocásticos es trascendental, no sólo porque es menester proveer de elementos teóricos y metodológicos a los futuros profesores para que puedan utilizarlos en el desarrollo de su enseñanza en el aula, sino también porque se requiere concientizarlos de la importancia de su enseñanza desde la educación básica al nivel superior.

Una problemática que se relaciona con lo expuesto se refiere al diseño del propio currículo, toda vez que se han llevado a cabo investigaciones que reportan resultados derivados del análisis de los currículos correspondientes a la formación de profesores.

En este sentido, De Olivera, et al. (2019) presentaron un avance de un estudio curricular y didáctico sobre la probabilidad y estadística en la formación de profesores de matemática en siete países, con un total de veintiún currículos. En general, los resultados fueron los siguientes:

- Los ejes temáticos enunciados en casi todos los currículos son la definición axiomática, probabilidad condicional e independencia, variables aleatorias y su modelación, gráficos y medidas descriptivas, estimación y prueba de hipótesis.
- Las diferentes interpretaciones de probabilidad, como la clásica o frecuencial, aparecen en menor medida y sólo uno de los programas propone la definición subjetiva de la probabilidad.
- Con respecto a lo metodológico, únicamente la mitad de los participantes considera el trabajo explícito con algún software estadístico, y una parte mucho más pequeña tiene comentarios referentes al abordaje de la didáctica de la asignatura y propone el trabajo con bases de datos reales.

De manera similar, Pinto, et al. (2018) presentan las propuestas y experiencias de implementación de programas de formación en Probabilidad y Estadística de cuatro países latinoamericanos, con objeto de que se disponga de diferentes alternativas de interés para profesores y responsables de la actualización o desarrollo profesional docente. Así, informaron que:

- La adquisición de conocimientos es de forma aislada y el razonamiento estadístico y el sentido estocástico subyacen y sostienen al conocimiento abstracto.
- La discusión y comprensión de conceptos estadísticos es mediada por la resolución de problemas, las investigaciones o los proyectos estadísticos.
- La experiencia de aprendizaje de los profesores propicia la reflexión sobre la forma en que están adquiriendo el conocimiento.
- La reflexión profunda de los expositores se basa en los resultados de investigación en didáctica y en su experiencia como formadores de profesores.

En el caso de México, Clemente y Gómez-Blancarte (2021) analizan el uso del programa de estudio de la asignatura Tratamiento de la información que cursaban los futuros profesores de Matemáticas en cuatro fases: currículo escrito, currículo intencionado, currículo ejecutado y aprendizaje de los alumnos. Algunos de los resultados dan cuenta de las transformaciones de esas orientaciones por las que transita el currículo escrito y la necesidad de que se ofrezcan ejemplos para poner en práctica esos enfoques.

Por su parte, Verastegui (2023) revela que el profesor de matemáticas normalista recibe una formación integral en cuanto a su conocimiento didáctico, con actividades de clase centradas en los datos como aprendizaje estadístico, e incorporando herramientas tecnológicas para promover la discusión, la colaboración y la investigación.

MARCO TEÓRICO

Se considera la perspectiva epistemológica para estocásticos que sugiere Heitele (1975), la cual esta compuesta por diez ideas fundamentales de estocásticos que, en términos del autor, pueden ayudar en un diseño curricular coherente de estocásticos, a saber: medida de probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, regla del producto e independencia, combinatoria, equidistribución y simetría, modelo de urna y simulación, variable aleatoria, muestra y Ley de los Grandes números.

Los criterios de análisis que propone Ojeda (2006) son parte de lo que ha denominado “órgano operativo de la investigación en estocásticos”, a saber: diez ideas fundamentales de estocásticos (Heitele, 1975), registros semióticos de la información, otros conceptos matemáticos implicados y términos que orientan el pensamiento de lo posible.

Oficialmente, el pensamiento estocástico es definido en términos de diversos componentes que se encuentran involucrados:

un razonamiento probabilístico que permita discriminar fenómenos aleatorios de fenómenos deterministas y argumentar en torno a ello; saberes y procedimientos para la lectura y el tratamiento de la información, asociados en el ámbito escolar frecuentemente a la obtención de estadísticos (promedios, porcentajes, entre otros); identificación de regularidades y tendencias a partir de referentes informativos complejos; conocimientos y algoritmos para “contar” elementos o fenómenos que forman parte de un todo (población, universo) también conocido como razonamiento combinatorio, pues involucra estructuras multiplicativas, y no las estructuras aditivas del conteo. (SEP, 2019; p. 5).

MÉTODO

Como parte de un proyecto más amplio, en este avance de investigación cualitativa (Eisner, 1998), cuyo propósito es la crítica para la mejora del proceso educativo, se analiza el curso de Pensamiento estocástico (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2019) que se ofrece en el tercer semestre de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES).

El análisis se enfoca en los propósitos y contenidos propuestos en el programa oficial para todas las Escuelas Normales Públicas de México (SEP, 2019). Esto con la finalidad de caracterizar sus alcances y limitaciones en el desarrollo del pensamiento estocástico en estudiantes normalistas de matemáticas y, con ello, valorar su pertinencia para la práctica docente que tendrá en el aula de secundaria.

RESULTADOS

El curso de pensamiento estocástico se imparte en el tercer semestre de la LEAMES y se encuentra dividido en tres unidades de aprendizaje. La primera unidad se denomina Fundamentos de la probabilidad, la segunda Teoría de la probabilidad, y la tercera Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta.

El propósito de la primera unidad de aprendizaje se enfoca en el diseño de estrategias que permitan validar conjeturas sobre fenómenos aleatorios a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa de juegos de azar y situaciones no deterministas. En este sentido, las estrategias deben ser propuestas por la enseñanza con la participación directa de los estudiantes.

Que el estudiantado diseñe estrategias para validar conjeturas sobre fenómenos aleatorios a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa de juegos de azar y situaciones no deterministas, con el fin de identificar marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, como el caso del enfoque frecuencial de la probabilidad, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje. (SEP, 2019; pp. 22-23)

Posteriormente se agrega un propósito derivado, encaminado a la identificación de marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, y se le ejemplifica mediante la probabilidad frecuencial, sus avances y enfoques didácticos. Al respecto, se debería considerar prioritario el tratamiento del enfoque frecuencial como un acercamiento natural a la comprensión de la probabilidad, de tal manera que permita a los futuros profesores de matemáticas advertir la idea de azar, y con ello desarrollar el pensamiento de lo posible. En el propósito de la segunda unidad se deja planteada la articulación de las distintas ramas de las matemáticas, refiriéndose a la combinatoria, la estadística y la probabilidad. En el caso particular de la combinatoria, no es conveniente que esta se le plantee de forma genérica, pues es el medio para el desarrollo del pensamiento estocástico. Se debe destacar que se alude al enfoque clásico de la probabilidad y se incluye la estadística cuando esto puede ser más pertinente en la primera unidad.

Articula las distintas ramas de las matemáticas la combinatoria, la estadística y la probabilidad, para facilitar el análisis de una situación modelada, mediante el análisis de los problemas que dieron origen a la probabilidad y problemas de probabilidad condicional. (SEP, 2019; p. 30).

El propósito la tercera unidad prioriza la reflexión de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la probabilidad para que los futuros profesores de matemáticas puedan diseñar marcos de intervención propios de la didáctica de esta área. No sólo es cuestionable que la comprensión de las ideas fundamentales de estocásticos pasa a segundo término, sino también que los contenidos no tienen correspondencia con los programas de estudio vigentes para la educación secundaria.

Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad a partir del análisis de las soluciones a los problemas de probabilidad que involucran variables aleatorias continuas y discretas, y de los resultados de la evaluación, para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces acordes con las propuestas de la didáctica de la probabilidad actuales. (SEP, 2019; pp. 38-39).

En la primera unidad sólo se identifican dos ideas fundamentales estocásticas de forma explícita: la medida de la probabilidad y la Ley de los Grandes Números. Si bien es cierto que ambas ideas pueden relacionarse con el contenido de probabilidad frecuencial, se descartan ideas fundamentales como modelo de urna y simulación, variable aleatoria y muestra.

Una de las ideas fundamentales de estocásticos que se proponen es la Ley de los Grandes Números, muy importante en el tratamiento del enfoque frecuencial de la probabilidad; sin embargo, en el programa del curso se propone de manera específica un ejemplo de actividad en la que sólo se pide la realización de diez volados, lo cual resulta insuficiente para comprender la Ley citada.

A partir de situaciones problemáticas planteadas, el alumno participa en diversos juegos de manera colaborativa con sus compañeros. Por ejemplo: “En un juego se lanzan 10 veces dos monedas simultáneamente, uno de los jugadores debe apostar a que sale águila-águila, y el otro a que salen resultados distintos (águila-sol o sol-águila) ¿el juego es justo?” ... (SEP, 2019; p. 23).

En la segunda unidad se pueden identificar las ideas fundamentales de estocásticos: Medida de la probabilidad, Regla de la adición y Regla del producto e independencia. No obstante, se excluyen las ideas de Combinatoria, Espacio muestra y Equidistribución y simetría.

Para el caso de la segunda unidad se sugiere un problema relacionado con la probabilidad condicional, cuyos únicos datos proporcionados son el número total de estudiantes (23), de los cuales se elige a uno al azar. A continuación, se explica que la persona esperaba sacar más de tres estudiantes y se plantea una pregunta muy abierta: ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya logrado?

Las ideas fundamentales que se pueden identificar son: medida de la probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, regla del producto y dependencia, combinatoria y variable aleatoria. Los conceptos matemáticos que se incluyen son: números naturales, números positivos y relación de orden. Los términos que orientan el pensamiento de lo posible son: azar, probabilidad y esperada. Los registros semióticos que se pueden identificar son: números y lengua natural.

En la Unidad tres se propone una actividad relacionada con la extracción de bolas (negras o blancas) introducidas en tres urnas. Aquí se pueden identificar ideas fundamentales como medida de la probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, variable aleatoria y modelo de urna. La actividad puede enriquecerse si se reestructura hacia la simulación de algún fenómeno y si se incluyen ideas fundamentales como muestra y Ley de los Grandes Números. Respecto a los registros semióticos de la información, solo se utiliza lengua natural; mientras que los conceptos que orientan el pensamiento de lo posible son: urna, extraiga, experimento (sic), eventos, casos, total y favorables.

En caso de que la actividad se quiera desarrollar tal y como está se deben precisar las preguntas, con la finalidad de que haya claridad en el evento que se quiere calcular, ya que en el texto se plantea de forma seguida a la pregunta que, en caso de haber dudas, sirve para orientar a los estudiantes: ¿En la urna dos cuál es la probabilidad de que sea bola blanca? ¿Cuál es el total de casos de que sea bola blanca? ¿Cuáles son los casos favorables? Al respecto, se debe señalar que la segunda urna se compone de bolas blancas y negras y que los casos favorables al evento de interés son las bolas de color blanco.

Se tiene tres urnas: la primera con 3 bolas blancas y 2 negras, la segunda con 2 bolas blancas y 4 negras, y la tercera con 2 bolas blancas y 6 negras. El

profesor pide a un estudiante pase y extraiga una bola de una urna elegida al azar y resulta ser blanca... ¿Cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la segunda urna?

También se propone un problema de cuatro radares con probabilidad de 93% de éxito. Las ideas fundamentales implícitas son: medida de la probabilidad, espacio muestra, combinatoria, regla del producto e independencia, y variable aleatoria. Solo se alude al término probabilidad para orientar el pensamiento. Se utiliza el porcentaje como registro semiótico de la información.

En la tercera unidad se pueden identificar las siguientes ideas fundamentales: medida de la probabilidad, variable aleatoria, muestra y Ley de los Grandes Números. Su inclusión se promete de manera estática, es decir, ya no se recurre a la repetición del fenómeno aleatorio correspondiente.

Tabla 1

Contenidos del curso Pensamiento estocástico e ideas fundamentales de estocásticos implicadas

Unidad de aprendizaje	Contenidos del curso pensamiento estocástico (SEP, 2019)	Ideas fundamentales de estocásticos implicadas
1. Fundamentos de la probabilidad	<ul style="list-style-type: none"> • Los juegos de azar • Fenómenos aleatorios y deterministas • Escala de probabilidad cuantitativa y cualitativa • Probabilidad frecuencial • Ley de los Grandes Números (EMAT, Rojano, simuladores) 	<ul style="list-style-type: none"> • Medida de la probabilidad • Ley de los Grandes Números
2. Teoría de la probabilidad	<ul style="list-style-type: none"> • Probabilidad clásica. • Eventos mutuamente excluyentes y regla de la suma. • Teorema de Bayes, cálculo de la probabilidad condicional. • Axiomas de la Teoría de la Probabilidad y Teoremas básicos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Medida de la probabilidad • Regla de la adición • Regla del producto e independencia
3. Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta	<ul style="list-style-type: none"> • Valor esperado y varianza de distribuciones de probabilidad discretas. • Valor esperado y varianza de funciones de densidad de probabilidad que modelan situaciones problema de variable aleatoria continua. 	<ul style="list-style-type: none"> • Medida de la probabilidad • Variable aleatoria • Muestra • Ley de los Grandes Números

Nota. Fuente: Elaboración propia a partir de la información del programa de Pensamiento estocástico.

Cabe señalar que al curso de Pensamiento estocástico se le relaciona de manera general con otros cursos, como Sentido numérico o Magnitudes y medidas, en ambos casos al medir la incertidumbre; Pensamiento algebraico por la generalización de algunas relaciones matemáticas; Álgebra y Funciones porque hay algunas relaciones asociadas a la probabilidad que pueden ser expresadas como funciones; Tratamiento de la información en contextos

sobre variable discreta; Teoría de la Aritmética en cuanto a la necesidad de utilizar técnicas de conteo; y otras relacionadas con la práctica profesional, como la Didáctica de las matemáticas, Modelación y Práctica docente en el aula. (esta última por su relación con los contenidos de la educación obligatoria que se deben trabajar en la planeación didáctica).

En la tabla 1 se muestran los contenidos que se consideraron para el estudio de cada unidad (segunda columna) y las ideas fundamentales implicadas (tercera columna). Se puede observar que sólo seis de las diez ideas fundamentales se encuentran implícitas en los contenidos de las tres unidades.

En un apartado del curso Pensamiento estocástico, denominado Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza, se recomienda el uso de simuladores en Excel (proyecto EMAT) y GeoGebra para la repetición de experimentos aleatorios (sic), así como juegos en soportes analógicos.

CONCLUSIONES

El enfoque frecuencial de la probabilidad se basa en las repeticiones de fenómenos aleatorios con la finalidad de que pueda aproximarse a la probabilidad de un evento, por lo que es necesario incorporar los conceptos de frecuencias absoluta, relativa, acumulada y esperada en el programa respectivo. Es menester que las diez ideas fundamentales de estocásticos se incluyan de manera interrelacionada; en particular, la comprensión de la idea de combinatoria, sin desligarla de la probabilidad, debe ser gradual y sistemática, por lo que se le debe dar mayor atención.

La probabilidad y la estadística ocupan un lugar privilegiado en el campo de las matemáticas por la amplia gama de aplicaciones que se le pueden relacionar (Ojeda, 2006), pero se debe cuidar que el foco sea el azar antes que otros conceptos matemáticos.

El actual programa no propone el uso de la tecnología para el estudio de temas de estocásticos, lo que puede resultar en una desventaja para la comprensión de ideas fundamentales como variable estocástica, modelo de urna y simulación, muestra y Ley de los Grandes Números.

REFERENCIAS

- Clemente, D. A., & Gómez-Blancarte, A. M. (2021). El uso curricular del programa tratamiento de la información en la formación estadística de futuros profesores de matemáticas. En A. Salcedo y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del profesorado para enseñar Estadística: Retos y oportunidades* (pp. 457–482). Universidad Católica del Maue.
- Cuevas, H., & Ramírez, G. (2018). Desempeño en estocástica entre profesores de educación secundaria: un estudio exploratorio en dos regiones de Costa Rica y México. *Educación Matemática* 30(1), 93-132. <https://bit.ly/4aeJKTC>

- De Olivera, F., Olesker, L., & Pagés, D. (2019). Probabilidad y estadística en la formación de profesores de matemática. Un análisis curricular e implicaciones didácticas. *Revol de agua*, 20, 5–14. <https://bit.ly/3TEV44o>
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. Paidós.
- Ferrari, C. N., & Corica, A. R. (2018). Formación estadística de estudiantes para profesor en matemática: un estudio exploratorio. *CPU-e, Revista de Investigación Educativa*, 26(1), 164–189. <https://doi.org/10.25009/cpue.v0i26.2547>
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6(2), 187–205. <https://doi.org/10.1007/BF00302543>
- Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 195–214). Santillana-Cinvestav.
- Pinto, J., Zapata-Cardona, L., Mabel, L., Alvarado, H., & Ruiz, B. (2018). Programas de Formación de profesores en probabilidad y estadística. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 897–904. https://www.clame.org.mx/documentos/alme31_1.pdf
- Rodríguez-Alveal, F.; Díaz-Levicoy, D., & Aguerrea, M. (2022). Alfabetización y pensamiento probabilístico en docentes de matemática, en formación inicial y en activo. *Uniciencia*, 36(1), 1–16. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.22>
- Secretaría de Educación Pública. (2019). *Programa del curso Pensamiento estocástico. Tercer semestre. Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria*. SEP.
- Verastegui, M. A. (2023). *El razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas*. [Tesis de Maestría en Matemática Educativa, Universidad Autónoma de Zacatecas].