

Sentido probabilístico: un primer acercamiento

Nicolás A. Fernández Coronado ¹
Jaime I. García-García ²

RESUMEN

La importancia atribuida a la probabilidad como parte del conocimiento y competencias que el ciudadano del siglo XXI debe desarrollar ha impulsado su inserción en el currículo escolar e investigación científica. Esto con el propósito de que dicho ciudadano pueda comprender esta disciplina que lo rodea en su vida diaria y laboral, y que le otorgue los conocimientos y competencias necesarias para desarrollar un sentido probabilístico relativo a su contexto. Para aportar en esta línea, presentamos un primer acercamiento a la noción de sentido probabilístico desde una revisión de literatura, el cual concebimos como la unión de la alfabetización, razonamiento y pensamiento probabilístico. Sugerimos los significados de la probabilidad e ideas estocásticas fundamentales como componentes esenciales para el desarrollo de dicho sentido.

PALABRAS CLAVE

Alfabetización probabilística, Razonamiento probabilístico, Pensamiento probabilístico, Significados de la probabilidad, Ideas estocásticas fundamentales

¹ nicolasalonso.fernandez@alumnos.ulagos.cl
Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile
<https://orcid.org/0000-0002-9613-3144>

² jaime.garcia@umce.cl
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Santiago, Chile
<https://orcid.org/0000-0002-8799-5981>

Fernández Coronado, N. A., & García-García, J. I. (2024). Sentido probabilístico: un primer acercamiento. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 107–116). Editorial SOMIDEM.
<https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-10>

INTRODUCCIÓN

En tiempos recientes, la información probabilística en la vida diaria ha crecido significativamente, enfatizando la necesidad de que los ciudadanos manejen estos conocimientos de forma contextualizada y no solo numérica (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2019). Las bases curriculares de diversos países, como Chile, promueven el uso del razonamiento matemático para abordar problemas estadísticos y tomar decisiones informadas (Ministerio de Educación de Chile [MINE-DUC], 2015). A pesar de esta promoción curricular, diversas investigaciones indican dificultades persistentes en la comprensión y aplicación de la probabilidad (García-García et al., 2014; Inzunza y Guzmán, 2011), las cuales subrayan la importancia de conocer conceptos esenciales como aleatoriedad y variabilidad. Ciertas investigaciones didácticas, como la de Gage (2012), argumentan a favor de una comprensión profunda de conceptos probabilísticos en relación con su aplicación práctica. Para una enseñanza efectiva se propone la noción de "sentido probabilístico", vinculando elementos teóricos, resolución de problemas realistas y el papel cotidiano de la probabilidad, que puede apoyar tanto a la investigación como al diseño del aprendizaje en clase. Esta propuesta se basa en investigaciones sobre alfabetización, razonamiento y pensamiento probabilístico (Gal, 2005; Batanero et al., 2016; García-García et al., 2020; Sánchez et al., 2016; Chernoff y Sriraman, 2014; Greer, 2014; Pfannkuch y Ziedins, 2014; Rodríguez-Alveal et al., 2022), los significados de la probabilidad (Batanero, 2005) y las ideas estocásticas fundamentales (Heitele, 1975).

Sentido, Sentido Numérico y Sentido Estadístico

La noción de sentido probabilístico puede ser construida a partir de lo que se conoce como sentido desde una perspectiva educativa (Snir, 2018), además de sentido numérico (Sowder, 1992; Bruno, 2000) y sentido estadístico (Batanero et al., 2013). En contra de la idea del sentido común, Snir (2018) señala el sentido como aquello que va más allá de lo evidente, uno de los fines últimos en la educación al entregarle a los estudiantes las capacidades para enfrentarse a problemas de mayor índole y tomar agencia en un contexto que requiere aspectos como la crítica y la toma de decisiones. Más allá de lo que toma importancia solo por ser verdadero, el sentido en sí se presenta en lo que las proposiciones expresan, sobre qué lo expresan y quién lo expresa. De manera similar, Bruno (2000) desarrolla la idea de sentido numérico del trabajo de Sowder (1992), definiéndolo como una intuición de los números y situaciones, así como sus usos, interpretaciones y relaciones dentro de un contexto; esto significa una comprensión general y particular de los números que se desarrolla de manera longitudinal y flexible.

Estos principios están acordes con la propuesta de Batanero et al. (2013) acerca del sentido estadístico, que establece como la unión de la cultura (o alfabetización) estadística y razonamiento (o pensamiento) estadístico, considerando las ideas estadísticas fundamentales como componentes esenciales de ambos e identificando aspectos como la actitud crítica, la comprensión de razonamientos y argumentos, y el reconocimiento de la necesidad de la estadística y del uso de modelos. Bajo esta perspectiva, en este estudio abordamos la construcción de la noción de sentido probabilístico desde la comprensión de las ideas estocásticas fundamentales y los significados de la probabilidad, así como el desarrollo de conocimientos y competencias vinculadas a la alfabetización, razonamiento y pensamiento probabilístico, todo ello para dar respuesta a diversas situaciones problema de incertidumbre y aleatoriedad.

Ideas estocásticas fundamentales

Heitele (1975), siguiendo la perspectiva de la educación como la transmisión de ideas fundamentales de manera longitudinal y el desarrollo de aspectos cognitivos, presenta un trabajo realizado con 35 educadores, psicólogos, médicos y matemáticos en el que se abordaron las ideas estocásticas fundamentales, el papel de la intuición, la definición de intuición estocástica y cómo estos componentes se desarrollan. En particular, se considera esencial para la estocástica la relación entre la realidad y un modelo matemático en la que emerjan conceptos (espacio muestral, probabilidad condicional, principios aditivos y multiplicativos, ley de los grandes números, entre otros), representaciones (como el diagrama de árbol), propiedades de los fenómenos (como la independencia, equiprobabilidad, etc.), procedimientos (como el muestreo y la simulación) y creencias (consideración de la probabilidad como normalizador o un grado de verdad). Promover la comprensión y relación de estos elementos desde conocimientos previos y desde la intuición como primeros peldaños facilitaría a que los estudiantes reflexionen con ellos y puedan ponerlos en práctica frente a situaciones problema de incertidumbre y aleatoriedad.

En concreto, las diez ideas estocásticas fundamentales propuestas por Heitele (1975) son: medida de probabilidad, espacio muestra, regla de la adición, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable aleatoria, ley de los grandes números, y muestra. Las sugerimos como componentes esenciales para el desarrollo del sentido probabilístico.

Batanero (2002) recupera estas ideas y las sitúa con ejemplos en diversos niveles educativos, haciendo énfasis en que deben ser abordadas poco a poco y desde los fenómenos que el estudiante observa, madurándolo para una enseñanza más abstracta. Es importante rescatar que el desarrollo de estas

ideas está relacionado con el comprender los conceptos de la probabilidad, su uso para la vida diaria y el papel que tiene en la sociedad, por ejemplo, las diferentes concepciones del azar, probable y probabilidad, que tienen carácter personal. El espacio muestra como formalización del conjunto de todo lo posible, esencial para axiomatizar la probabilidad, interpretar sus resultados y el desarrollo de la abstracción probabilística en edades tempranas; equidistribución y simetría en la asignación de probabilidades de fenómenos, cuya comprensión facilita el aprendizaje de diversas nociones como distribución, fenómeno equiprobable y la relación entre los resultados teóricos y empíricos; la construcción de modelos desde reglas simples como la de adición de probabilidades y la regla de Laplace, extendiéndola de casos particulares al estudio de una mayor cantidad de ensayos y facilitando la comprensión de propiedades como la independencia de eventos y el origen de constructos y conceptos, tales como la combinatoria y la variable aleatoria.

Alfabetización probabilística

La alfabetización probabilística se origina de la extensión de la alfabetización estadística a la probabilidad. Este término hace referencia al conocimiento probabilístico elemental en el ciudadano que pueda aplicar en la vida cotidiana; es decir, al conocimiento y las disposiciones que los ciudadanos necesitan desarrollar para acceder, utilizar, interpretar y argumentar de manera crítica la información probabilística del mundo real (Gal, 2005).

Al respecto, Gal (2005) propone un modelo de alfabetización probabilística a partir de la interacción de dos componentes: 1) componente de conocimiento, conformado por cinco elementos: grandes ideas, cálculo de probabilidades, lenguaje, contexto y preguntas críticas; y 2) componente disposicional, conformado por la postura crítica, las creencias y actitudes, y los sentimientos personales de cada sujeto (ver Tabla 1). Para la obtención de probabilidades, el autor señala tres perspectivas (clásica, frecuencial y subjetiva) utilizadas por los ciudadanos; es decir, tres de cinco significados de la probabilidad (Batanero, 2005).

Tabla 1

Elementos de la alfabetización probabilística (adaptado de Gal, 2005)

Elementos de conocimiento	Elementos dispocionales
1. Grandes ideas. Variación, aleatoriedad, independencia, predicción/incertidumbre.	
2. Cálculo de probabilidades. Formas de encontrar o estimar la probabilidad de eventos.	
3. Lenguaje. Términos y métodos utilizados para comunicar ideas probabilísticas.	1. Postura crítica.
4. Contexto. Comprender el papel y las implicaciones de los problemas y mensajes probabilísticos en diversos contextos, incluida la vida cotidiana.	2. Creencias y actitudes.
5. Preguntas críticas. Preguntas para reflexionar cuando se trata con probabilidades.	3. Sentimientos personales con respecto a la incertidumbre y el riesgo (por ejemplo, el rechazo al riesgo).

Significados de la probabilidad

Batanero (2005) aborda la probabilidad desde una perspectiva histórica y educativa, e identifica cinco significados:

- 1) Intuitivo. Evidenciado en personas que no han abordado aspectos teóricos (formales) de la probabilidad y usan frases coloquiales, basándose en creencias para resolver preguntas a manera de adivinación, o sobre sorteos en los que una especie de suerte o destino se considera la fuerza que dirige fenómenos aleatorios.
- 2) Laplaciano o clásico. Surge a partir de los trabajos realizados por Pascal y Fermat en el estudio de juegos de azar para buscar los casos más favorables. Con esto se inició la teoría de probabilidad, considerada como la fracción con denominador igual al número de casos posibles y el numerador como el número de casos favorables, asumiendo equiprobabilidad. Además de conceptos como la combinatoria y la representación como el diagrama de árbol, se evidencia el estudio de las características del fenómeno y la esperanza.
- 3) Frecuencial. Originado del trabajo de Bernoulli; en él se define la probabilidad como el número al que tiende la expresión dada por el significado clásico a medida que aumenta el número de pruebas, pero que en esencia es inalcanzable e incontrolable, es decir, solo aproximable desde tablas y gráficos estadísticos y el estudio de sus distribuciones.
- 4) Subjetivo. Amplía el campo de aplicaciones de la probabilidad al dar una regla al cálculo de probabilidades subjetivas, transformando las probabilidades a priori en posteriori mediante la regla de Bayes de la probabilidad condicional y la atribución de probabilidades con base en la experiencia.
- 5) Matemático o axiomático. Ha sido aceptado en todas las escuelas. La probabilidad se aborda de manera axiomática con base en constructos teóricos formales de las matemáticas, como la teoría y álgebra de conjuntos, y la teoría de la medida.

Diversos elementos han emergido durante el desarrollo histórico del concepto, los cuales son evidenciables al momento de que los estudiantes se enfrentan a problemas probabilísticos, aunque no necesariamente de manera explícita. Es impensable limitarse a alguno de los significados de la probabilidad en su enseñanza, pues sus componentes y relaciones corresponden a cómo se presenta en la vida real y en el desarrollo de su aprendizaje. Por ello, sugerimos los significados como componentes esenciales para el desarrollo del sentido probabilístico.

Razonamiento y pensamiento probabilístico

El razonamiento y pensamiento, aunque suelen ser usados como sinónimos, poseen diferencias importantes que se evidencian dentro de la investigación.

Extendiéndonos a la probabilidad, podemos considerar la diferenciación realizada por Ben-Zvi y Garfield (2004) entre razonamiento y pensamiento estadístico, definiendo en primera instancia el razonamiento probabilístico como la forma en la que las personas razonan con ideas probabilísticas y dan sentido a la información de este tipo, relacionando conceptos e ideas para llegar a una conclusión y tomar una decisión, siendo también capaces de dar explicaciones. Por otro lado, podemos considerar el pensamiento probabilístico como la comprensión del porqué y de cómo la probabilidad es utilizada para investigar, así como la comprensión de características naturales de fenómenos probabilísticos como la aleatoriedad, el análisis del contexto y la crítica a los resultados de estudios o afirmaciones probabilísticas. A continuación, refinaremos estas propuestas previas de diferenciación desde aportes de la literatura científica.

El razonamiento probabilístico es señalado por Batanero et al. (2016) como “una forma de razonamiento que se refiere a juicios y toma de decisiones bajo incertidumbre y es relevante para la vida real” (p. 9). Esto involucra cuatro capacidades: 1) identificar eventos aleatorios en la sociedad, la tecnología y la naturaleza, 2) analizar las circunstancias de tales eventos y derivar los supuestos hace suposiciones para el modelado apropiado, 3) construir modelos matemáticos para situaciones estocásticas, así como estudiar varios escenarios y resultados de tales modelos, y 4) aplicar procedimientos y métodos matemáticos de probabilidad y estadística.

Por su parte, Sánchez et al. (2016, p. 480) mencionan que el “razonamiento probabilístico consiste en un razonamiento en cuyos enunciados se presenta al menos una de las grandes ideas de la probabilidad”. García-García et al. (2020) consideran que el razonamiento probabilístico implica reconocer y modelar situaciones de azar, superar sesgos cognitivos (como el sesgo de la equiprobabilidad, el sesgo determinista o el enfoque del resultado aislado), reconocer el papel de la probabilidad dentro de una situación problema de incertidumbre y aleatoriedad, calcular probabilidades de eventos simples o complejos, construir e interpretar distribuciones de probabilidad, y utilizar la probabilidad y dichas distribuciones para realizar inferencias.

En ese tenor, podemos concluir que el razonamiento probabilístico implica el uso de la probabilidad para entender y argumentar soluciones a problemas en un contexto, para lo cual es necesaria la capacidad de matematizar las situaciones abordadas, manejando conceptos de manera formal o informal, así como superar aspectos como el determinismo.

Al igual que el razonamiento, el pensamiento probabilístico es promovido dentro de líneas de investigación de didáctica de la probabilidad, pero como una actividad de orden superior y que implica la comprensión total de la teoría y sus supuestos (Rodríguez-Alveal et al., 2022), además de una relación con los problemas reales, el contexto y la vida diaria. En Chernoff y Sriraman

(2014, p. 16) se refiere a su relación con ideas como “creencias, cognición, concepciones, heurística, intuición, conocimiento, aprendizaje, modelación, razonamiento, aprendizaje, teoría, pensamiento y comprensión”, es decir, es mucho más generalizado e implica el manejo de la relación entre el individuo y el resto del mundo, relacionando sus pensamientos con los de otros y sus representaciones (Greer, 2014), y comprendiendo la relación entre la probabilidad verdadera (inalcanzable), la modelada (teórica) y la empírica (observada o simulada) (Pfannkuch y Ziedins, 2014).

Acercándonos al sentido probabilístico

Los componentes abordados anteriormente son esenciales para que el ciudadano pueda otorgarle un sentido a la probabilidad dentro y fuera de ella misma, y utilizarla de manera efectiva en la sociedad. Las ideas estocásticas fundamentales constituirían la base del sentido probabilístico al permitir el paso de lo intuitivo a la probabilidad formal. Estas ideas son esenciales para el razonamiento, mediante el cual se buscan soluciones a problemas probabilísticos. El pensamiento probabilístico, más allá de una simple problemática, es más abstracto, pues consiste en la comprensión de la importancia y utilidad que tiene la probabilidad para el estudio y predicción de fenómenos de importancia en la sociedad –como la medicina y la economía– que pueden ser lejanos o cercanos al contexto de un individuo. La alfabetización probabilística podría considerarse la más completa por presentar elementos del conocimiento asociables a las ideas estocásticas fundamentales y elementos disposicionales que constituyen la capacidad para enfrentar problemas y entender información probabilística, pero detallado y, en consecuencia, complementado con lo que presentan los demás constructos. Finalmente, si se desea generar un aprendizaje longitudinal de la probabilidad y facilitar la resolución de conflictos de aprendizaje previos y futuros, es necesario considerar la visión holística de la probabilidad y las diferentes formas en las que se pueden abordar las problemáticas. Por ello, los significados propuestos por Batanero (2005) son clave para el diseño educativo al evidenciar el desarrollo histórico desde lo intuitivo a lo puramente matemático, mismo que se espera que el estudiante actual desarrolle, enfrentándose a problemáticas adecuadas a su contexto que le permitan el razonamiento y pensamiento probabilístico.

Como primera propuesta presentamos el sentido probabilístico como la unión de la alfabetización, razonamiento y pensamiento probabilístico, donde sugerimos los significados de la probabilidad e ideas estocásticas fundamentales como componentes esenciales. Estos pueden ser adecuados para su enseñanza en cualquier nivel educativo gracias a los elementos importantes que aportan, y que cumple con el “qué”, “cómo”, “porqué” y “para qué” de su enseñanza (ver Figura 1).

Figura 1*Sentido probabilístico*

Como la relación entre los constructos clave en la investigación y enseñanza de la probabilidad en el siglo XXI, el sentido probabilístico facilita la formulación de problemas de investigación desde la aclaración de conceptos, y en adoptar un enfoque de acuerdo con las necesidades que se deseen abordar a corto y largo plazo, como promover la comprensión de los significados de la probabilidad de la mano con las ideas estocásticas. Esto no solo permitiría considerar competencias y componentes específicos sin dejar en un segundo plano las demás con las que se relacionan, sino que también evidencia áreas en las que se puede extender la investigación o enseñanza, dándole un carácter más holístico. Para esto, y como continuación de nuestro trabajo, proponemos la investigación del refinamiento de esta caracterización, en particular, respecto a la articulación entre sus componentes y su desarrollo desde la investigación y experiencias de aprendizaje reportadas en el área de la didáctica de la probabilidad. Esto permitiría comenzar su análisis en recursos educativos y en el conocimiento de estudiantes y profesores con objetivos de formación.

REFERENCIAS

Batanero, C. (2002). Ideas estocásticas fundamentales. Qué contenidos se debe enseñar en la clase de Probabilidad. En J. A. Fernandes, M. V. Sousa, & S. A. Ribeiro (Eds.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística – Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 9–30). Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

- Batanero, C., Chernoff, E.J., Engel, J., Lee H.S., & Sánchez, E. (2016). *Research on Teaching and Learning Probability*. Springer.
<http://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3>
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., & Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7–18. <https://bit.ly/49aqF3T>
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247–263. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33508302>
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi, y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3–15). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_1
- Bruno, A. (2000). Sentido numérico. En A. Martínón (Ed.), *Las matemáticas del siglo XX* (pp. 267–270). Libros y Ediciones Nivola.
- Chernoff, E., & Sriraman, B. (2014). *Probabilistic thinking. Presenting multiple perspectives*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100003
- Gage, J. (2012). Towards a new probability curriculum for secondary schools. En International Congress on Mathematical Education (Ed.), *The 12th International Congress on Mathematical Education*. ICME.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. En G.A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39–63). Springer.
https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3
- García-García, J. I., Fernández, N., & Imilpán, I. (2020). Desarrollo del razonamiento probabilístico en profesores de matemáticas mediante simulación computacional. *Paradigma*, 41(Nº Extra 2), 404–426. <https://bit.ly/43TkaBz>
- García-García, J. I., Medina, M., & Sánchez, E. (2014). Niveles de razonamiento de estudiantes de secundaria y bachillerato en una situación-problema de probabilidad. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 6, 5–23. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i6.90>
- Greer, B. (2014). Commentary on Perspective II: psychology. En E. Chernoff, & B. Sriraraman (Eds.), *Probabilistic thinking: presenting multiple perspectives* (pp. 299–307). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_16
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational studies in Mathematics*, 6(2), 187–205.
<https://doi.org/10.1007/BF00302543>
- Inzunza, S., & Guzmán, M. (2011). Comprensión que muestran profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad: un estudio exploratorio. *Educación matemática*, 23(1), 63–95. <https://bit.ly/3IX7vUj>
- Ministerio de Educación del Gobierno de Chile. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. MINEDUC.

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2019). *OCDE Future of Education and Skills 2030. Conceptual learning framework. Learning Compass 2030*. OECD.
- Pfannkuch, M., & Ziedins, I. (2014). A Modelling Perspective on Probability. En E. Chernoff, y B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic Thinking. Advances in Mathematics Education* (pp. 110–116). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_5
- Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D., & Aguerrea, M. (2022). Alfabetización y pensamiento probabilístico en docentes de matemática, en formación inicial y en activo. *Uniciencia*, 36(1), 1–18. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.22>
- Sánchez, E., Mercado, M., & García-García, J. I. (2016). La variabilidad en el razonamiento probabilístico informal de estudiantes de Bachillerato. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández, & A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 479–488). Sociedad Española de Investigación en Matemática Educativa. <https://www.seiem.es/docs/actas/20/ActasXXSEIEM.pdf>
- Snir, I. (2018). Making sense in education: Deleuze on thinking against common sense. *Educational Philosophy and Theory*, 50(3), 299–311. <https://doi.org/10.1080/00131857.2017.1344537>
- Sowder, J. T. (1992). Estimation and number sense. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–389). Macmillan.