

Uso de representaciones semióticas mediante la modelización basada en agentes

Carolina Rubí Real Ortega ¹ 

Armando Hernández Solís ² 

Fredy Peña Acuña ³ 

Armando Solares-Rojas ⁴ 

Resumen

En este capítulo se presentan algunos resultados de una investigación sobre modelización basada en agentes para estudiar fenómenos complejos con estudiantes de nivel medio superior (de 17 a 18 años de edad), la cual centró la atención en el uso de medios semióticos de objetivación mediante diferentes instrumentos metodológicos. El marco de referencia está constituido por elementos teóricos provenientes del pensamiento computacional y la Teoría de la Objetivación. La investigación descrita en este documento está asociada al uso de un simulador NetLogo diseñado para estudiar la difusión de una enfermedad a través de actividades de modelización y entrevistas semi-estructuradas. Los resultados del análisis de los datos muestran que los alumnos llevaron a cabo procesos de construcción de significados, es decir, al analizar la dinámica de la enfermedad con apoyo del simulador fueron construyendo el significado de las variables implicadas, los parámetros y sus representaciones por medio de la variación de las condiciones iniciales, la cantidad de enfermos, el tiempo de enfermedad y la probabilidad de contagio, lo que se reflejaba en el espacio de agentes y la serie de tiempo.

¹ carolina.real@aeefcm.gob.mx
Escuela Normal Superior de México

² armandhs@gmail.com
CCH-Vallejo, Universidad Nacional Autónoma de México

³ fredypmat@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

⁴ asolares@cinvestav.mx
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN

Real Ortega, C. R., Hernández Solís, A., Peña Acuña, F., & Solares-Rojas, A. (2025). Uso de representaciones semióticas mediante la modelización basada en agentes. En A. Solares-Rojas, & A. P. Preciado Babb (Eds.), *La investigación en modelización matemática: un diálogo entre educadores de Latinoamérica y España* (pp. 231–254). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S2/2025/01-10>

Palabras clave

Modelización basada en agentes, difusión de una enfermedad, medios semióticos de objetivación, construcción de significado.

Abstract

In this chapter, some research results about modelling agents based on studying complex phenomena with high school students (from 17 to 18 years old) are described, which is focused on the use of semiotic resources through different methodological instruments. The theoretical framework is constituted of elements that emerged from computational thinking and the objectification theory. The research described in this document is associated with to use of a NetLogo simulator designed to study the spread of disease through modelling activities and semi-structured interviews. The analysis findings of the data show that the students carried out construction processes of meanings, this is, to analyse the disease dynamic with the support of a simulator constructing the meaning of variables involved, parameters, and phenomena' representations through the variation of the initial conditions, the number of sick persons, disease' time, and probability of contagion, which reflects in the agents' space, and series of time.

Keywords

Modelling agent-based, spread of disease, semiotic resources of objectification, construction of meaning.

Introducción

La modelización matemática ha sido considerada por varios investigadores como una herramienta que permite a los sujetos involucrarse en procesos de interpretación y análisis de diferentes fenómenos. En varios estudios se les denomina como 'fenómenos reales', aunque el término 'realidad' sigue en discusión (Preciado Babb et al., 2018; Vos, 2011), ya que su interpretación es una de las características que permite diferenciar una perspectiva de modelización matemática de otra.

En particular, Logo es un lenguaje de programación de alto nivel creado en 1967 por Wally Feurzeig, Seymour Papert y Cynthia Solomon. Este programa se diseñó para la enseñanza de la programación, las matemáticas, el lenguaje, la música, la robótica y las ciencias, en el cual se utiliza una tortuga robotizada que se mueve sobre el plano a través de una serie de instrucciones simples, como las de la máquina de Turing (adelante, atrás, girar, repite), que se sustentan en poderosas funciones matemáticas y la recursividad. El programador puede trazar, dibujar, mostrar patrones, etcétera, de tal manera que mediante el uso de Logo tiene el potencial para modelar matemáticamente. Las variantes de Logo dieron origen a otros lenguajes, como StarLogo y NetLogo.

Resnick (1997) propuso un paradigma de investigación en educación con la finalidad de que los sujetos exploraran sistemas complejos para favo-

recer el desarrollo del pensamiento descentralizado. Este autor señaló la importancia de desarrollar ese tipo de pensamiento, ya que está implícito en diversos fenómenos cotidianos y permite cambiar la perspectiva del mundo. Por ello, diseñó un lenguaje de simulación basado en agentes que denominó StarLogo, el cual permitía crear y explorar distintos sistemas descentralizados para que los usuarios tuvieran el control de las acciones e interacciones de miles de objetos computacionales.

Lo anterior, se vincula con el desarrollo de la Modelización Basada en Agentes (MBA) como un enfoque que permite construir modelos a partir de la identificación de las entidades de un sistema, los agentes y las interacciones entre estos. La MBA se utiliza cada vez más para el estudio de sistemas complejos, ya que permite entender reglas y patrones que emergen del comportamiento individual de cada agente (Watkins et al., 2009) debido a que se caracteriza por la construcción de modelos a partir de las entidades del sistema, los agentes, sus interacciones y el entorno.

El lenguaje de programación y el entorno de desarrollo integrado más relevante para la MBA es NetLogo, el cual permite estudiar fenómenos emergentes mediante exploraciones y experimentaciones, a través de las cuales los estudiantes pueden acercarse al uso de modelos de distintas áreas del conocimiento, como economía, biología, física, química y psicología (Wilensky, 1999).

Debido a lo antes descrito, se llevó a cabo una investigación sobre cómo se puede favorecer el estudio de sistemas complejos mediante la MBA y el uso de NetLogo. En este documento se reportan los resultados obtenidos al experimentar la simulación de la difusión de una enfermedad, las actividades asociadas a esta y una entrevista semi-estructurada con alumnos de nivel medio superior. Para ello, se centró la atención en los procesos semióticos, así como en los que implican el uso de significados matemáticos y la construcción de conceptos.

Los resultados del estudio que se describen en este capítulo se derivan del proyecto “Construcción de significados en procesos de modelización matemática. Una aproximación basada en el uso de herramientas de simulación computacional desde una perspectiva semiótica” (Conacyt A1-S-33505), en el cual se estudiaron los procesos de aprendizaje de estudiantes de nivel medio superior (de 17 a 18 años de edad) que se producen al estudiar fenómenos complejos desde una perspectiva de modelización en matemática educativa (Kaiser & Sriraman, 2006) usando MBA para simular el comportamiento de dichos fenómenos.

Antecedentes

Desde hace más de medio siglo, la modelización ha ocupado un lugar importante en la investigación en educación matemática, y en consecuencia,

continúa siendo del interés de muchos investigadores. La investigación en este campo se ha fragmentado en diversas posturas que responden a necesidades teóricas, contextos sociales y geográficos diferentes. Una de las posturas más difundida en el mundo es la propuesta por Kaiser y Sriraman (2006), quienes describen seis diferentes formas de entender la modelización matemática: (1) realista, (2) educativa, (3) contextual, (4) socio crítica, (5) epistemológica y (6) cognitiva.

Una revisión de la literatura sobre aspectos demográficos de investigación en modelización matemática revela que, en América Latina, las posturas socio crítica y educativa son las más frecuentes (Peña Acuña, et al., 2023). Este resultado refleja que, en el contexto latinoamericano, la modelización matemática se ha usado como una herramienta para el desarrollo de ideas matemáticas, así como para entender los contextos sociales, políticos, culturales y geográficos propios de cada colectivo junto con los retos que estos contextos imponen, entre ellos, la propagación de enfermedades.

Algunos fenómenos modelados matemáticamente implican una postura que no es determinista y que, por el contrario, busca entender los comportamientos emergentes partiendo del estudio de las pequeñas interacciones que presentan los agentes involucrados. Esta perspectiva del estudio fenomenológico es particularmente valiosa para fenómenos complejos. Las investigaciones de Dicks y Sengupta (2013), Sengupta et al. (2013), Berland y Wilensky (2015) y Vermeer et al. (2022) son algunos ejemplos relativamente recientes en los que se han diseñado actividades matemáticas sobre ese tipo de fenómenos con fines educativos, las cuales favorecieron el desarrollo de competencias de modelización y la comprensión de fenómenos desde una perspectiva sistémica.

Los ambientes tecnológicos han demostrado propiciar formas de pensamiento que pueden apoyar el entendimiento de fenómenos complejos desde el enfoque *bottom-up*, el cual se refiere a una estrategia de procesamiento de información en la que se diseñan las partes de un fenómeno y se enlazan entre sí para formar componentes más grandes que, a su vez, vuelven a enlazarse hasta formar un sistema completo. Específicamente en la MBA, el enfoque *bottom-up* permite configurar reglas de interacción entre los agentes y correr simulaciones para observar posibles dinámicas emergentes a partir de las variables que pueden impactar al sistema. Esto permite estudiar dinámicas de auto organización, emergencia de patrones y comportamientos a una escala de organización superior (Corning, 2002).

Así, estudios como los de Geraniou y Jankvist (2019), Jablonski (2023) y Ng et al. (2023), por mencionar algunos, hacen uso de distintas herramientas digitales que posibilitan a los alumnos trabajar con actividades de modelización, en las cuales el entorno simulado computacionalmente se convierte en

una pseudo realidad en la que los sujetos pueden estudiar libremente el fenómeno real para entenderlo.

La modelización matemática en contextos educativos también ha sido usada para favorecer el desarrollo de ideas matemáticas basadas en programas de estudio. En las investigaciones de Salinas Hernández y Miranda (2018) y Hernández et al. (2022) se hace uso de herramientas semióticas como parte de la Teoría de Objetivación de Radford (2003; 2021) para describir procesos de significación en el marco del estudio de fenómenos físicos, como el movimiento rectilíneo y parabólico.

Si bien, en este apartado no se pretendió presentar una revisión exhaustiva de la literatura relacionada con el objeto de estudio, se ha hecho referencia a algunos ejemplos de líneas de trabajo en torno a la modelización matemática en educación. Además se resaltan investigaciones que incorporan el estudio de fenómenos complejos en la escuela, otras que hacen uso de herramientas tecnológicas para apoyar procesos de modelización, y finalmente, aquellas en las que se retoman referentes semióticos para describir procesos de significación de los estudiantes. Lo anterior, permite considerar que el trabajo propuesto en este escrito puede ser un elemento valioso para la investigación en modelización matemática al tratar de poner en sintonía estas tres líneas de trabajo.

Planteamiento y justificación del problema

La Modelización Basada en Agentes (MBA) es una metodología que se ha utilizado en muchas investigaciones para estudiar fenómenos complejos de biología, ecología, economía, construcción, física, ingeniería y sociología.

Aunque existen algunos estudios para introducir los sistemas complejos en el contexto educativo y unos cuantos están relacionados con el enfoque STEM, hace falta indagar desde una perspectiva semiótica, es decir, sobre las fuentes de construcción de significado, las cuales pueden ser analizadas utilizando un marco de referencia que haga explícitas las evidencias de un proceso de adquisición del conocimiento. La Teoría de Objetivación (Radford, 2021) se caracteriza por el uso de los Medios Semióticos de Objetivación (MSO) como evidencia del proceso de aprendizaje.

Como ya se mencionó, esta teoría ha sido utilizada por diferentes autores para estudiar la actividad de los alumnos en distintos contextos, por ejemplo, en Salinas Hernández y Miranda (2018) se usó para estudiar las interpretaciones de gráficas asociadas a fenómenos físicos como el movimiento en un plano inclinado y la caída libre. Sin embargo, su uso como marco de referencia para estudiar los procesos semióticos que subyacen en una simulación por medio de la MBA es relativamente escaso.

Debido a lo antes descrito, los objetivos de la investigación están caracterizados por la indagación de los procesos semióticos de estudiantes de

preparatoria al interactuar con el simulador de la difusión de una enfermedad y realizar las actividades asociadas a esta; y por la descripción de los procesos de construcción y el uso de significados matemáticos en procesos semióticos de objetivación.

Las preguntas del estudio que se pretenden responder son: ¿cuáles son los objetos y significados matemáticos que movilizan los alumnos de educación media superior al resolver actividades asociadas con el simulador de la difusión de una enfermedad mediante la MBA?, ¿cuáles son los medios semióticos de objetivación que usan los estudiantes al interactuar con el simulador?, y, ¿cómo es que los alumnos hacen uso de esos medios en los procesos semióticos que emergen de dicha interacción?

En esta investigación se hace énfasis en el análisis de la naturaleza semiótica de las producciones de los estudiantes al trabajar con una secuencia de aprendizaje para estudiar la difusión de una enfermedad, es decir, un fenómeno complejo. La hipótesis que se formuló se relaciona con que los objetos y significados matemáticos, así como los MSO, emergen cuando los alumnos de nivel medio superior interactúan con el simulador de la difusión de una enfermedad para tratar de entender un sistema complejo como resultado de sus necesidades interpretativas, comunicativas o analíticas.

Marco teórico

El marco teórico está constituido por diversos elementos, tales como el Pensamiento Computacional, la Modelización Basada en Agentes y la Teoría de Objetivación, los cuales sustentan tanto el diseño de los instrumentos metodológicos como el análisis de datos.

Pensamiento computacional

De acuerdo con Sengupta et al. (2018), las nociones del pensamiento computacional son importantes para saber y hacer ciencia en prácticas representacionales y epistémicas, ya que pueden favorecer la comprensión de la materialidad, incertidumbre y subjetividad, las cuales son inherentes a las experiencias sensoriales.

Este tipo de pensamiento es un proceso en el que se requiere la formulación de problemas y sus soluciones, de tal manera que puedan representarse por medio de un agente de procesamiento de información (Wing, 2010). Dicho proceso se puede considerar como una experiencia más compleja, discursiva, material, personificada y con perspectiva.

Fenomenológicamente, el pensamiento computacional implica el trabajo representativo y epistémico que se fundamenta disciplinaria y materialmente. La esencia de este pensamiento es la abstracción vinculada con la generalización.

Wing (2008; 2010) señaló que una abstracción es incompleta cuando no se considera una comprensión más profunda del contexto, así como de los fundamentos de las abstracciones computacionales en una práctica profesional.

Las abstracciones son representaciones computacionales generalizadas que se pueden usar en una gran variedad de situaciones y contextos. En el desarrollo del pensamiento computacional existen diferentes tipos de abstracciones asociadas con fenómenos complejos, por ejemplo, en la definición de patrones, la generalización del caos y la parametrización. La abstracción también se utiliza cuando un objeto representa a muchos y al capturar propiedades esenciales que tienen en común un conjunto de objetos.

La complejidad de los sistemas informáticos es el resultado de las restricciones materiales y físicas que subyacen en el agente de procesamiento de información y su entorno operativo (Wing, 2010), además de que los modelos computacionales se pueden ver como nuevas e inesperadas formas de pensar sobre los fenómenos desde diferentes perspectivas disciplinarias (MacLeod & Nersessian, 2013). El pensamiento computacional se puede favorecer mediante esos modelos ya que implican definir abstracciones, trabajar con múltiples estratos de abstracción y comprender las relaciones y diferencias entre ellos.

Modelización basada en agentes

Los modelos computacionales que se desarrollan en lenguajes como NetLogo, Scratch, AgentSheets, CTSiM y ViMAP son conocidos generalmente como Modelos Basados en Agentes (MBAs). Este tipo de MBAs permiten a los usuarios construir programas mediante reglas simples dadas a un objeto o agente computacional, las cuales se derivan en acciones o movimientos de este en el espacio. Las acciones a nivel de agente se aplican con el tiempo y/o a través de múltiples agentes, lo que permite generar modelos de movimiento continuo a partir de agregaciones de acciones discretas. Lo anterior, permite a los estudiantes modelar sistemas dinámicos en los que múltiples agentes están interactuando unos con otros (Dickes & Sengupta, 2013; Dickes et al., 2016).

Wilensky y Rand (2015) señalaron que los MBAs tienen cuatro características: (1) se pueden usar reglas simples para generar fenómenos complejos, (2) la aleatoriedad en el comportamiento individual puede resultar en un comportamiento global determinista, (3) los patrones complejos pueden “auto-organizarse” sin un líder central, y (4) el mismo fenómeno se puede modelar de muchas maneras distintas, dependiendo del aspecto que se considere. Una característica adicional de la MBA es que genera una gran cantidad de datos que se pueden organizar de diferentes formas.

Hay tres conceptos básicos en este tipo de modelos: (1) verificación, (2) validación y (3) replicación. La verificación es un proceso para comparar un modelo implementado con su modelo conceptual asociado a la investigación para determinar si el modelo implementado es fiel al modelo conceptual. La validación es una comparación entre un modelo implementado y el sistema del mundo real, con la finalidad de observar si los resultados del modelo concuerdan con los correspondientes del sistema del mundo real. La replicación es la reproducción del resultado de un modelo publicado por un científico o desarrollador de modelos.

La MBA permite a los sujetos modelar sistemas dinámicos en los que múltiples agentes están interactuando entre sí (Dickes & Sengupta, 2013; Dickes et al., 2016). Las interacciones, los atributos y comportamientos de un agente constituyen una especie de organismo sintético, de manera que se pueden modelar fenómenos científicos complejos (Dickes et al., 2016; Levy & Wilensky, 2008; Papert, 1980). Los alumnos pueden aprender y desarrollar explicaciones sobre comportamientos emergentes a nivel de sistema desde la perspectiva de los agentes (Dickes et al., 2016). De acuerdo con Wilensky y Reisman (2006) y Levy y Wilensky (2008), pensar como agentes favorece la exploración vía intuición de los resultados emergentes del sistema.

Teoría de la objetivación

En esta teoría, el aprendizaje se considera como un proceso colectivo, cultural e histórico alejado de la construcción o adquisición de conceptos, por lo que aprender consiste en conocer y llegar a ser.

Los Medios Semióticos de Objetivación (MSO) son aquellos objetos, herramientas, dispositivos lingüísticos y signos que usan los individuos de manera intencional en procesos de construcción de significado social para lograr una estabilidad de conciencia, poner de manifiesto sus intenciones y llevar a cabo acciones al realizar tareas o actividades (Radford, 2003).

Cuando los sujetos manipulan objetos, hacen dibujos, gestos o marcas, utilizan categorías lingüísticas clasificatorias, analogías, metáforas, metonimias, etc., hacen uso de los MSO. Para lograr el objetivo, los individuos se basan en vínculos entre varias herramientas, signos y recursos lingüísticos, a través de los cuales organizan sus acciones conforme transcurre el tiempo y la distancia.

Radford (2003) afirmó que el proceso de apropiación de significados matemáticos que están involucrados en la resolución de problemas es de naturaleza sociocultural, lo que se asocia con un contexto más amplio. Por ello, los MSO también se relacionan con todo el arsenal de recursos intencionales que los sujetos movilizan en la búsqueda de actividades, lo que enfatiza su naturaleza social.

Los MSO están implicados en procesos socio-psicosemióticos de creación de significados, enmarcados en modos culturales de conocimiento que promueven y legitiman formas particulares del uso de signos y herramientas en el que se descartan otras.

Desde un punto de vista epistemológico, los MSO ya están dotados de formas específicas de uso cultural, aunque desde lo educativo, estos no son necesariamente transparentes del todo para los alumnos. Ahora bien, dichos medios están relacionados con nodos semióticos, es decir, una parte de una labor conjunta en donde los signos personalizados de varios sistemas semióticos se ponen a trabajar juntos en procesos de objetivación. Un nodo semiótico se refiere a los segmentos de una actividad en la que estudiantes y profesores adelantan posibles interpretaciones matemáticas y cursos de acción en el contexto de formas de pensar y hacer, cultural e históricamente constituidas (Radford, 2021, p. 111).

De acuerdo con Radford (2003), la investigación acerca de medios y nodos semióticos es muy importante, ya que provee de información relevante sobre cómo se construye el aprendizaje. El uso de recursos semióticos cada vez más refinado conduce a una contracción semiótica, un proceso genético en el que se toman decisiones sobre lo que se considera relevante o no. Este proceso es significativo ya que refleja un nivel más profundo de conciencia e inteligibilidad de un problema, es decir, una evidencia de aprendizaje (Radford, 2021).

Metodología

Para realizar este estudio se llevaron a cabo dos etapas, en la primera se diseñaron y aplicaron actividades con estudiantes de nivel medio superior en tres fases (ver Figura 1). Las dos primeras fases se consideraron como pilotaje presencial y virtual con la finalidad de identificar cómo podría mejorarse la toma de datos.

En la primera fase se pusieron a prueba las actividades en dos sesiones con alumnos de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), las cuales fueron grabadas en video. La sesión 1, de corporización, tenía como objetivo que los estudiantes identificarán y describieran las variables implícitas en el fenómeno del contagio de una enfermedad, tales como el número de enfermos, la probabilidad de contagio y el tiempo de enfermedad. En esa sesión, los alumnos jugaron “el juego del contagio” en equipos de 9 integrantes para formar vecindades (véase Figura 2), y después entre todos los integrantes del grupo para formar un arreglo rectangular.

Inicialmente, en ambos casos el jugador del centro estaba contagiado y debía jugar con sus vecinos “piedra, papel o tijeras”, o bien, “volados”, de tal forma que el que perdía se infectaba, y en caso de empate permanecían en el

mismo estado. Cada tiempo correspondía a un juego o volado. Después jugaron de la misma manera con cuatro personas infectadas en las esquinas.

En la segunda sesión de la primera fase, los estudiantes trabajaron por parejas con el simulador en NetLogo, en esta se pretendía favorecer la discusión sobre las relaciones entre los distintos elementos del fenómeno del contagio de una enfermedad, la elaboración de hipótesis, predicciones y argumentos que explicaran lo que sucedía al variar los valores de las variables implicadas.

Figura 1

Fases de la primera etapa del método

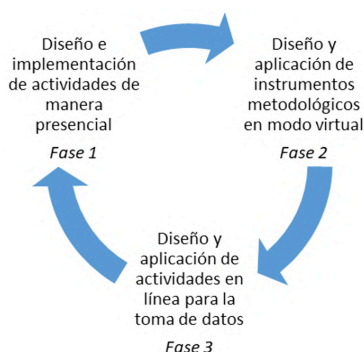


Figura 2

Vecindad para el juego de contagio



Cabe mencionar que, en ambas sesiones, los alumnos respondieron preguntas en hojas de trabajo, y los datos recolectados en esta fase permitieron identificar que los estudiantes no centraban su atención en cada elemento del simulador.

Al considerar que después de la primera fase comenzó la pandemia de Covid-19, y con esta el aislamiento, la segunda fase de la toma de datos se realizó de manera virtual con alumnos del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), plantel Vallejo, de la UNAM. Lo antes descrito, generó la necesidad de rediseñar las actividades, de manera que se trabajó con los estudiantes por medio de documentos compartidos y videoconferencias. En la Tabla 1 se puede observar que se llevaron a cabo cinco sesiones de trabajo.

Tabla 1
Sesiones de trabajo en la segunda fase

No. sesión	Actividades
1	Presentación del proyecto, verificación de requerimientos e instalación del simulador del contagio de una enfermedad en NetLogo
2	Vinculación del vídeo del juego de contagio en la sesión de corporización y el simulador. Exploración del simulador
3	Análisis del mundo de agentes por medio de la variación de las condiciones iniciales a través del uso de los botones: “iniciar”, “setup”, “go-once” y “go” Construcción del deslizador “tiempo de enfermedad”
4	Exploración de la dinámica de la enfermedad a partir de la modificación de las condiciones iniciales Construcción del deslizador probabilidad de contagio Exploración de la gráfica serie de tiempo, a partir de la variación de los valores de tiempo de enfermedad y probabilidad de contagio
5	Exploración del índice de salud Identificación y descripción de la relación entre el tiempo de enfermedad, la probabilidad de contagio e índice de salud Introducción del espacio de parámetros

Los datos obtenidos de la tercera fase son los que se presentan en este capítulo, los cuales se obtuvieron con 14 alumnos del CCH-Vallejo de la UNAM (de entre 17 y 18 años) de quinto semestre (en la asignatura de Cibernética y Computación I), quienes ya habían cursado cuatro asignaturas de matemáticas. Se trabajó con los estudiantes en tres grupos, uno formado por diez integrantes y dos parejas, a través del simulador y las actividades diseñadas en formularios durante cinco sesiones de dos horas. En particular, en el trabajo por parejas, además de las actividades, se llevaron a cabo entrevistas semi-estructuradas en las que los alumnos mantuvieron la cámara encendida.

Las entrevistas que se realizaron tenían como objetivo profundizar en el uso de los medios y registros semióticos de objetivación de los estudiantes a lo largo de la secuencia, en cada una de las sesiones se utilizaron presentaciones para favorecer la discusión, de tal forma que pudieran realizar marcas o señalamientos cuando fuera necesario. Esto permitía contar con diferentes espacios de registro y dar a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas verbalmente, pero también por medio de gestos, marcas en pantalla, registros escritos y la manipulación del simulador.

En la segunda sesión se comenzó a trabajar con el simulador y se presentaron algunos de sus elementos: los deslizadores, las condiciones iniciales y los botones de inicio (ver Figura 3). Los otros elementos como la

serie de tiempo, el índice de salud y el espacio de parámetros, se ocultaron e incorporaron en las siguientes sesiones (véase Figura 4).

Figura 3
Simulador, versión introductoria

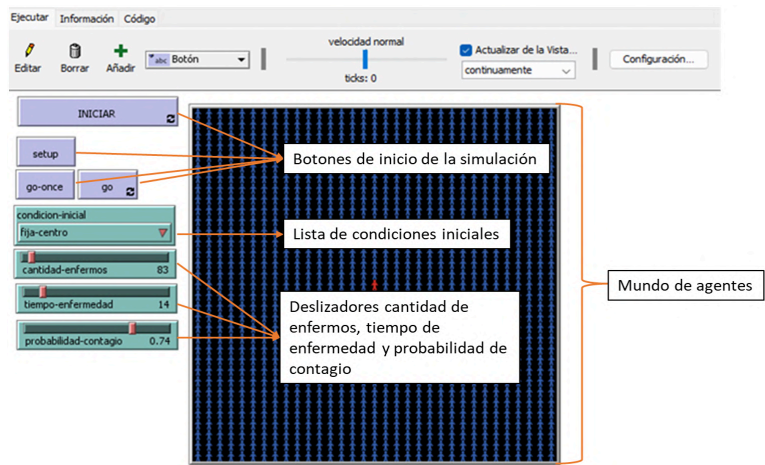
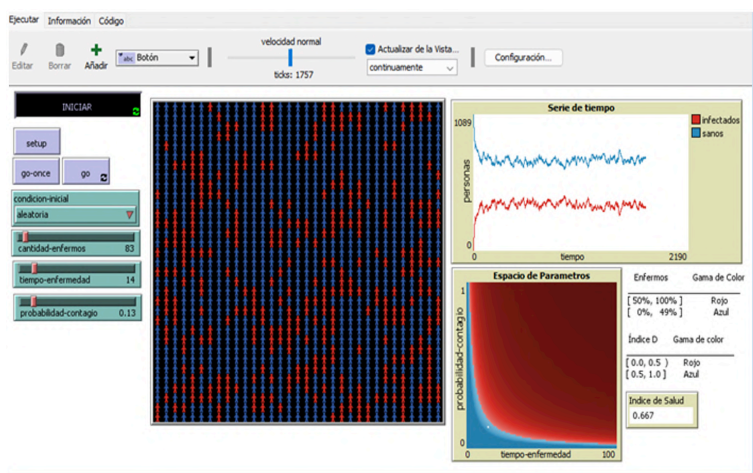


Figura 4
Simulador, versión completa



Cabe señalar que el diseño de los instrumentos metodológicos se sustentó en la propuesta de Weintrop et al. (2016) y Levy y Wilensky (2008) para introducir el estudio de sistemas complejos por medio de niveles de organización local y global. Posteriormente, se consideró el trabajo de Radford (2003; 2021) sobre los medios semióticos de objetivación, especialmente en el diseño de la entrevista semi-estructurada.

La segunda etapa consistió en analizar los datos obtenidos de la tercera fase, tomando en cuenta tres elementos del marco teórico: (1) objetos y significados matemáticos, (2) medios semióticos de objetivación y (3) procesos semióticos.

Los datos se recolectaron por medio de los instrumentos metodológicos de esta fase, siendo estas las grabaciones de cada sesión y las producciones de los estudiantes, tanto escritas como al interactuar con el simulador, las cuales se organizaron y sistematizaron de tal forma que se pudieran identificar los episodios más relevantes para el análisis.

Análisis y resultados

Para analizar los datos se consideró la idea de nodo semiótico (Radford, 2021) con la finalidad de agruparlos en segmentos de actividad según el tipo de conocimiento que los alumnos usaran o construyeran. Asimismo, la contracción semiótica sirvió para determinar momentos de cierre parcial en la medida en que los estudiantes refinaban las ideas al usar recursos semióticos. Los Medios Semióticos de Objetivación (MSO) fueron centrales para el análisis, ya que se hizo énfasis en cómo se utilizaban en procesos de construcción y en el uso de significados matemáticos.

Para ilustrar cómo los alumnos usaron y refinaron ideas matemáticas con la finalidad de entender el fenómeno, el análisis se dividió en los siguientes nodos semióticos, identificados a lo largo de las sesiones de trabajo:

1. Uso del cuerpo para entender el fenómeno
2. Exploración del fenómeno a través del simulador
3. Uso de representaciones semióticas para entender la dinámica de la enfermedad

Como ya se mencionó, estos nodos reflejan segmentos de actividad en los que se observan interpretaciones matemáticas y mecanismos de acción de los estudiantes como una respuesta a intencionalidades no preestablecidas en el diseño, con las que se van involucrando en la construcción de formas de pensar y hacer cultural, e históricamente constituidas.

Uso del cuerpo para entender el fenómeno

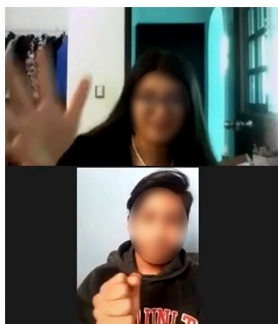
El trabajo corpóreo constituye un nodo semiótico cuando los alumnos recurrieron a una variada gama de recursos para construir interpretaciones sobre las reglas del juego del contagio. Recursos como los gestos, las expresiones verbales y escritas y el cuerpo extendido por medio de la computadora, se transformaron en MSO al ser usados en el proceso de entender cómo se produce el contagio de una enfermedad en esta simulación.

Después de que se introdujera la actividad y se diera lectura a las reglas del juego, los investigadores solicitaron a los estudiantes que aplicaran las reglas en un ejemplo del juego entre los participantes de la sesión. Así, uno

de los alumnos sería el contagiado inicial y elegiría, por turnos, a alguno de los demás participantes para jugar con él, y eventualmente, contagiarlo (ver Figura 5).

Figura 5

Estudiantes jugando el juego del contagio de manera virtual



Este trabajo inicial permitió que los estudiantes se apropiaran de las reglas del juego del contagio y extrapolaran su experiencia corpórea con los sujetos del video. Para dar cuenta de ello, se plantearon preguntas sobre cómo se propaga la enfermedad cuando los sujetos se organizan en un arreglo rectangular con un contagiado al centro. Los alumnos hicieron marcas en la pantalla para resaltar a los individuos que consideraban más propensos a ser contagiados (véase Figura 6).

Figura 6

Marcas en pantalla de los individuos que pueden contagiarse



Es preciso mencionar que los estudiantes marcaron a los sujetos 2, 4, 5 y 7 sustentando su elección en la distancia entre el contagiado y cada uno de estos, tal como se puede ver en el siguiente diálogo:

INV: ¿y al 1 no lo podrá contagiar o al 3?

EST1: bueno, yo lo taché de esa manera porque son los que están más cerca

INV: ¿y tú qué opinas EST2?

EST2: yo coincidí con mi compañera, ellos son los más propensos a infectarse porque están más cerca

Las marcas en pantalla y el discurso argumentativo de los alumnos se convirtieron en MSO en la medida en que se hicieron presentes en un proceso de significación, en este caso, de la idea de vecindad. También es importante resaltar que las nociones de distancia (*los que están más cerca*) y de probabilidad (*son los más propensos*) se identificaron en los argumentos de los estudiantes aún y cuando no cuentan con valores numéricos específicos.

Los alumnos observaron fragmentos de un vídeo en los que se mostraba a un grupo de jóvenes jugando el juego del contagio, lo que les permitió a los entrevistados involucrarse con una actividad (como observadores) con menos restricciones al realizarse con más estudiantes y en un espacio físico adecuado. La observación de esos videos generó discusiones sobre los aspectos que influyen en la propagación o extinción de la enfermedad. Para cerrar esa sesión, los alumnos entrevistados construyeron de manera conjunta un texto sobre cómo cambia la dinámica de la enfermedad al modificar las condiciones iniciales del juego.

La pregunta que se les planteó a los estudiantes fue: “¿en qué condiciones la enfermedad se extingue?, ¿en qué condiciones se propaga? El texto que elaboraron fue el siguiente:

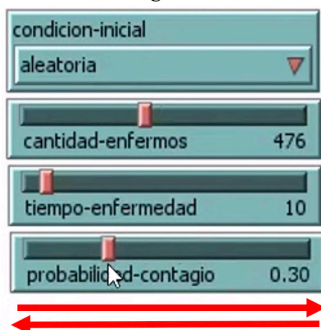
Se extingue cuando el tiempo de la enfermedad disminuye para curarse, así como al disminuir la probabilidad de contagio, es decir, si se juega PPT es más probable que te contagies a si se juega un volado.

Se propaga cuando la probabilidad de contagio se mantiene en cierta sintonía con el tiempo de contagio, siendo el tiempo de contagio mayor a 3 y la probabilidad de contagio en un 33.3%, de esta manera sube considerablemente las condiciones de contagio.

En el texto (entendido como un MSO) se puede observar cómo los alumnos reconocieron que el tiempo de enfermedad y la probabilidad de contagio son variables del fenómeno que ayudan a determinar si la enfermedad se propaga o se extingue. De esa manera, los estudiantes identificaron la dinámica de la enfermedad como un resultado variable que depende de las condiciones iniciales. Este texto da cuenta de un proceso de legitimación de ideas que refleja el carácter social de los MSO.

La experiencia corpórea contribuyó con referentes a los que los alumnos pudieron recurrir en el trabajo posterior. Específicamente, cuando estaban explorando por primera vez el simulador pudieron explicar el funcionamiento de sus elementos, relacionándolos con su experiencia corpórea. Un ejemplo de lo anterior se puede observar en el siguiente fragmento, en el que un estudiante explicó cómo funciona el deslizador probabilidad-contagio mientras lo manipula en pantalla (ver Figura 7).

EST1: *Esta probabilidad (modificando el valor del parámetro) es como lo del “volado” o lo del “piedra, papel o tijeras”*

Figura 7*Variación del parámetro “probabilidad-contagio”*

En este caso, se considera que tanto el discurso del alumno al hacer referencia al trabajo de la primera sesión, como el gesto de énfasis con el que señala y mueve el deslizador son MSO que utilizó en el proceso de apropiación del uso del deslizador. También se pone en evidencia cómo la idea de probabilidad de contagio se refina al asociarla con el deslizador y su aspecto como variable, ya que contempla valores numéricos entre 0 y 1. Los deslizadores, el mundo de agentes y demás elementos del simulador se convierten en nuevos referentes semióticos que los estudiantes van incorporando como MSO a medida que avanzan en el desarrollo de la secuencia.

Exploración del fenómeno a través del simulador

Se denomina “El fenómeno a través del simulador” al nodo semiótico asociado a las acciones que los alumnos llevaron a cabo para empezar a estudiar el fenómeno. El tránsito de las ideas construidas en la etapa de corporización al trabajo con el simulador implica que los estudiantes transiten de agentes a observadores, lo que les permite más versatilidad en cuanto a la configuración inicial del fenómeno y la modificación de los parámetros Tiempo de Enfermedad (TE) y Probabilidad de Contagio (PC). Este cambio de modo de trabajo va más allá de la corporización del fenómeno a la observación externa, el proceso de modelización se modifica porque se parte de la construcción del modelo en la etapa corpórea al uso de un modelo prediseñado en un entorno computacional, por lo que se considera importante describir cuáles son los procesos de transición entre una etapa y otra.

A partir de la modificación del valor del parámetro PC, los alumnos protagonizaron un primer momento de contracción semiótica. En un inicio se determinaba si existía o no contagio considerando el tipo de juego (piedra, papel o tijeras o volados), lo que se refinó por medio del uso de un deslizador asociado a un parámetro que puede tomar cualquier valor entre 0 y 1 como parte de un sistema semiótico que impacta en una representación gráfica.

Existe una contracción semiótica al considerar el mundo de agentes y las reglas del juego del contagio, lo que se debe a que el mundo de agentes pasa de estar compuesto por 4, 9 o 25 participantes a tener un total de 1024 agentes dispuestos en un arreglo toroidal, mientras que las reglas iniciales se transforman en un caso particular de los elementos variables del simulador. De esta manera, los estudiantes manipularon los medios semióticos de objetivación más sofisticados que los construidos al inicio de la secuencia.

La primera parte de exploración del simulador estuvo sujeta a las experiencias previas de los alumnos en la etapa de corporización. Sin embargo, los elementos del simulador que no tenían una relación directa con este primer nodo semiótico, tales como la velocidad de los ticks, los botones go, go-once, setup e inicio, tuvieron que ser interpretados por los estudiantes de manera autónoma, sin experiencias previas al respecto. Este hecho se pone de manifiesto en el siguiente fragmento.

EST1: (...) *El tiempo de enfermedad, sería como la vez anterior, el piedra papel o tijera, eh, no, las oportunidades que tiene cada uno de perder o poder curarse. Y la probabilidad de contagio, sí sería en esta oportunidad como el piedra papel o tijera o volados.*

EST2: (...) *noté que aquí, en esta parte [señalando el deslizador de velocidad de los ticks], cambia la velocidad en la que contagian a las personas, va más rápido o más lento, y con esto lo paras [señalando el botón "go"] y también lo puedes volver a visualizar, según yo, con este [señalando el botón "setup"], como que se reinicia (...)*

En el primer fragmento, el EST1 logra vincular su experiencia previa para describir los deslizadores TE y PC, en cambio, el EST2 no mostró tener referentes que apoyen sus ideas más que las que construyó en los momentos de exploración autónoma del simulador, por lo que se refiere a esos botones de acuerdo con lo que se observa en pantalla.

Después de la exploración del simulador, se les pidió a los alumnos que replicaran diferentes dinámicas de la enfermedad con configuraciones específicas. Posterior a esta exploración guiada, los estudiantes explicaron que los cambios en los parámetros TE y PC afectan la forma en la que se propaga la enfermedad. Esto corresponde a un primer acercamiento para describir la dinámica del sistema, y da cuenta de un proceso de interiorización de estos parámetros en cuanto a sus posibilidades numéricas y la incidencia de sus valores en el comportamiento del contagio.

Uso de representaciones semióticas para entender la dinámica de la enfermedad

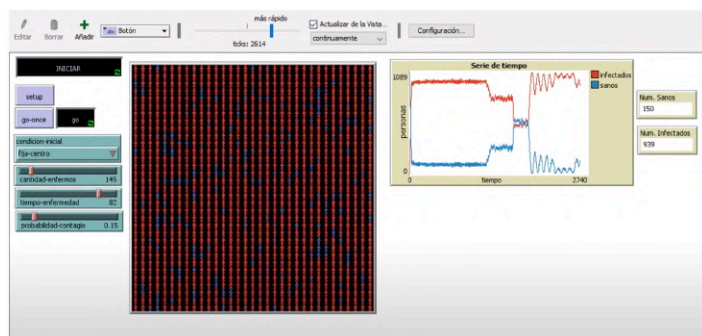
La dinámica de la enfermedad se refiere a la forma en la que enfermos y sanos se distribuyen en el mundo de agentes, formando patrones que cambian en el tiempo. La observación de esta dinámica depende de que los alumnos

reconozcan los registros de representación que ofrece el simulador por medio del mundo de agentes, la serie de tiempo y/o los indicadores de número de sanos e infectados. Es importante señalar que el reconocimiento y la apropiación de estos tres registros de representación se derivan de un proceso de experimentación basado en la modificación de los parámetros iniciales y la observación de los registros en conjunto.

En la Figura 8 se puede ver que un estudiante modificó los valores de TE y PC sin que se detuviera la simulación en tiempo real, de tal forma que los cambios en los registros de representación *mundo de agentes* y *serie de tiempo* reflejaron cambios de comportamiento abruptos a medida en que se realizaban las modificaciones correspondientes de los parámetros iniciales.

Figura 8

Exploración en tiempo real al variar los valores de TE y PC



Las marcas en pantalla y la labor conjunta entre alumnos e investigadores favoreció el reconocimiento explícito de la relación que existe entre los parámetros y la serie de tiempo. En la Figura 9 se muestra la marca que hizo uno de los investigadores para preguntarle al estudiante sobre lo que sucedía en una zona particular del gráfico.

INV: *¿qué pasó aquí en este medio?*

EST1: *Como que se juntaron porque creo que cambié esto [cambia el tiempo de enfermedad de 82 a 20]. Ajá, cuando hacemos menor el tiempo de enfermedad se hace más chiquito, las dos líneas como que se juntan (ver Figura 10).*

Tanto las marcas en pantalla, como los gestos de énfasis que los alumnos realizaron con el cursor apoyan el discurso argumentativo, por lo que los MSO que ponen en acción son una mezcla de diferentes registros semióticos que se articulan para estructurar procesos de objetivación.

La mayor parte del trabajo con los estudiantes se centró en exploraciones con diferentes valores para TE y PC, de manera que se cumplieran las premisas de la tarea (describir y predecir comportamientos, comprobar predicciones y replicar dinámicas concretas). Dichas exploraciones les

permitieron establecer una relación entre los parámetros TE y PC. El texto que los alumnos construyeron como respuesta a una de las preguntas de la secuencia es una muestra de ello (ver Figura 11).

Figura 9
Marca en pantalla del investigador para dirigir su cuestionamiento

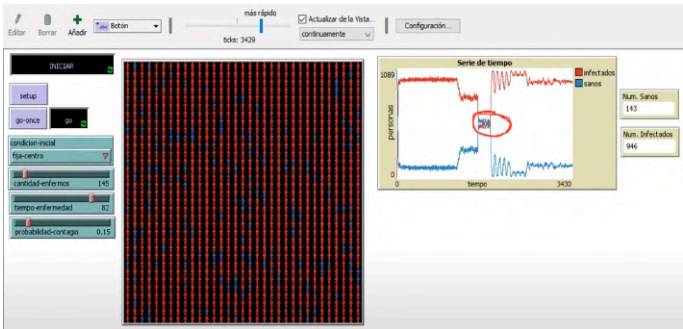


Figura 10
Modificación de los parámetros para replicar el comportamiento en la serie de tiempo

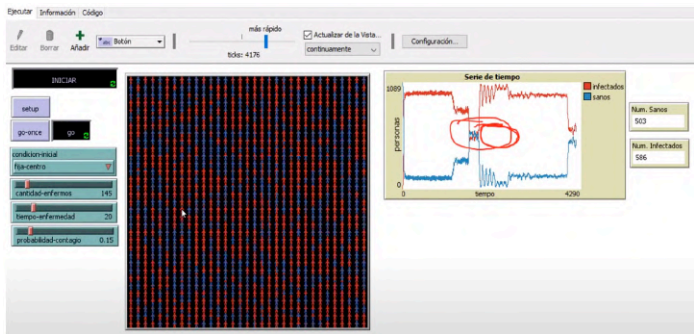


Figura 11
Pregunta y texto construido como respuesta

Con un **enfermo inicial al centro** del mundo de agentes, ¿qué relación observan entre el **"tiempo-enfermedad"** y la **"probabilidad-contagio"**, para que exista una **mayor cantidad de sanos**?

Considero que para obtener una mayor cantidad de sanos en la simulación el tiempo de enfermedad debe de ser menor a 25 y la probabilidad de contagio debe de ser menor a 0.25, ya que en las simulaciones realizadas [anteriormente](#) nos ayudaron a demostrar lo planteado.

Para obtener una cantidad mayor de sanos debe haber una correlación entre el tiempo de enfermedad y la probabilidad de contagio, es decir si una aumenta el otro disminuye.

De manera general, en este nodo semiótico se observó que los estudiantes lograron involucrarse en un proceso de construcción de argumentos basados

en la experimentación, apropiándose de los registros semióticos de representación para convertirlos en nuevos MSO que usaron en su discurso argumentativo.

Conclusiones y/o discusión

En la corporización, los alumnos que ganaban el juego “piedra, papel o tijeras” hicieron gestos de alegría, expresiones con las manos, piernas, con la cabeza y se reían. Cuando eran contagiados por uno de sus compañeros se expresaban de manera similar, como muestra de haber comprendido que sí esto ocurría se relacionaba con la probabilidad de contagio.

Debido a que los estudiantes no podían hacer esa actividad de manera presencial por el confinamiento de Covid-19, se expresaron de forma distinta, por ejemplo, abrían o cerraban la mano, o bien, hacían la forma de unas tijeras para representar por medio de gestos el papel, la piedra o las tijeras, respectivamente.

Los alumnos comprendieron que la dinámica de la enfermedad está determinada por el TE y la PC, y que esta depende de las condiciones iniciales, lo que se asoció con la experimentación de la pandemia en la vida real. Esto favoreció la construcción del significado de probabilidad de contagio, tiempo de enfermedad, dinámica de la enfermedad y la relación entre las variables implicadas en el fenómeno.

De acuerdo con Radford (2021), los medios semióticos de objetivación que se les proporcionaron a los estudiantes, tales como el simulador y sus elementos (tiempo de enfermedad, probabilidad de contagio, condiciones iniciales, mundo de agentes, serie de tiempo y espacio de parámetros), les brindó la oportunidad de variar los valores de los parámetros, es decir, manipularlos y observar cómo se comporta un fenómeno complejo. Lo anterior, se vincula con una representación computacional generalizada de la difusión de una enfermedad, y en consecuencia, con la abstracción como la esencia del pensamiento computacional (Sengupta et al., 2018; Wing, 2010).

La construcción de significados se apoya de signos gráficos como la serie de tiempo de la MBA contextualizada en la difusión de una enfermedad. Por ello, se identificó un proceso semiótico en el mundo de agentes al encontrar patrones de difusión de la enfermedad en relación con el tiempo y la probabilidad de contagio.

Dicho proceso de construcción de significados, en el que se involucraron los alumnos, implicó principalmente el uso de conceptos como herramientas para entender el fenómeno de manera que los objetos matemáticos eran en sí mismos una fuente de significado, y la construcción de nuevos significados y relaciones que emergen en la medida en que los estudiantes iban desarrollando la secuencia. Estas ideas se fueron refinando conforme se introducían

nuevos registros de representación semiótica y los sujetos incorporaban nuevas acciones, de tal forma que los convirtieron en otros medios semióticos de objetivación (Radford, 2021).

En términos generales, el diseño de las actividades de la secuencia y el simulador con el que trabajaron los alumnos, constituyen facilitadores que ponen de manifiesto los procesos de carácter semiótico. Específicamente, el simulador les brindó la oportunidad de una nueva y variada gama de representaciones de un fenómeno complejo, las cuales no sólo fueron interpretadas desde el principio, sino que, además, poco a poco se fueron convirtiendo en herramientas con las que razonaban, es decir, medios semióticos de objetivación. Esto último se evidenció a través de la entrevista, en la que los alumnos mostraron sus formas de pensar y actuar para explorar y entender el fenómeno por medio de diferentes registros de representación.

Los hallazgos de esta investigación muestran que la MBA favorece en los estudiantes el entendimiento de un fenómeno complejo como la difusión de una enfermedad y las diferentes variables que intervienen en este. Asimismo, que los elementos del simulador se pueden convertir en medios semióticos de objetivación que favorecen el uso de conocimientos matemáticos, y en consecuencia, forman parte de procesos semióticos asociados a la producción de significados. Las limitaciones del estudio se vinculan con la aplicación de los instrumentos metodológicos de manera virtual, ya que el trabajo presencial es muy distinto.

Las líneas de investigación a futuro versan sobre cómo es que los elementos del simulador de un fenómeno complejo se van convirtiendo en medios semióticos objetivación, cuáles son las ideas, los conceptos y objetos matemáticos que los alumnos utilizan al interactuar con el simulador y cuáles son los procesos semióticos que se pueden observar y cómo es que se producen.

Por último, el contenido de este capítulo constituye una invitación para los docentes e investigadores a explorar las potencialidades del uso de actividades de modelización matemática en el aula de clases. Específicamente, los resultados obtenidos de este estudio se suman a otros que ponen en evidencia que el trabajo con actividades de modelización matemática permite a los estudiantes apropiarse de ideas matemáticas de manera significativa, toda vez que estas dejan de ser el objeto de estudio y se convierten en herramientas con las cuales pueden entender y actuar frente a un fenómeno cercano a su realidad.

Agradecimientos

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT por el apoyo al proyecto con el que se llevó a cabo esta investigación a través del fondo A1-S-33505.

Referencias

- Berland, M., & Wilensky, U. (2015). Comparing virtual and physical robotics environments for supporting complex systems and computational thinking. *Journal of Science Education and Technology*, 24(5), 628–647. <https://doi.org/f7rvjb>
- Corning, P. A. (2002). The re-emergence of emergence. A venerable concept in search of a theory. *Complexity*, 7(6), 18–30. <https://doi.org/dq25cc>
- Dickes, A. C., & Sengupta, P. (2013). Learning Natural Selection in 4th grade with multi-agent-based computational models. *Research in Science Education*, 43(3), 921–953. <https://doi.org/f4xz4p>
- Dickes, A. C., Sengupta, P., Farris, A. V., & Basu, S. (2016). Development of mechanistic reasoning and multi-level explanations in 3rd grade biology using multi-agent based models. *Science Education*, 100(4), 734–776. <https://doi.org/f84zxj>
- Geraniou, E., & Jankvist, U.T. (2019). Towards a definition of “mathematical digital competency”. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 1–17. <https://doi.org/nzt4>
- Hernández, A., Santillán, M. A., & Pérez, H. (2022). Modelización digital del movimiento uniforme, una aproximación a la función lineal. En S. Ibarra, A. del Castillo, J. Zaldívar, & S. Quiroz (Eds.), *Modelación, visualización y representaciones en la era numérica* (Primera ed., pp. 115–134). AMIUTEM. <https://bit.ly/4hTHp4v>
- Jablonski, S. (2023). Is it all about the setting? — A comparison of mathematical modelling with real objects and their representation. *Educational Studies in Mathematics*, 113(2), 307–330. <https://doi.org/nzt5>
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. *ZDM*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/df4smp>
- Levy, S. T., & Wilensky, U. (2008). Inventing a “mid-level” to make ends meet: Reasoning between the levels of complexity. *Cognition and Instruction*, 26(1), 1–47. <https://doi.org/dspnfr>
- MacLeod, M., & Nersessian, N. J. (2013). Building Simulations from the Ground-Up: Modeling and Theory in Systems Biology. *Philosophy of Science*, 80(4), 533–556. <https://doi.org/nzt9>
- Ng, O. L., Leung, A., y Ye, H. (2023). Exploring computational thinking as a boundary object between mathematics and computer programming for STEM teaching and learning. *ZDM*, 55(7), 1315–1329. <https://doi.org/nzt6>
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. Basic Books. <https://dl.acm.org/doi/pdf/10.5555/1095592>

- Peña Acuña, F., Solares Rojas, A., Preciado Babb, A., & Ortiz, A. (2023). Comparación de tendencias sobre la modelización matemática entre Latinoamérica y resto del mundo: una revisión bibliográfica. *Bolema*, 37(76), 532–554. <https://doi.org/nztk>
- Preciado Babb, A. P., Solares Rojas, A., Peña Acuña, F., Ortiz, A., Sandoval, M., Soriano, R., Carrión, V. & Farrugia, M. (2018). Exploring perspectives on mathematical modelling: a literature survey. En E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3–10) . Umeå-PME.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70. <https://doi.org/cv5rm9>
- Radford, L. (2021). *The Theory of Objectification. A Vygotskian Perspective on Knowing and Becoming in Mathematics Teaching and Learning*. Brill. <https://doi.org/nzt7>
- Resnick, M. (1997). *Turtles, Termites and Traffic Jam. Explorations in Massively Parallel Microworlds*. The MIT Press.
- Salinas Hernández, U., & Miranda, I. (2018). Relating Computational Cartesian Graphs to a Real Motion: An Analysis of High School Students' Activity. En N. Presmeg, L. Radford, W.-M. Roth, & G. Kadunz (Eds.), *Signs of Signification: Semiotics in Mathematics Education Research* (pp. 55–72). Springer. <https://doi.org/gnd9sk>
- Sengupta, P., Kinnebrew, J., Basu, S., Biswas, G., & Clark, D. (2013). Integrating computational thinking with K-12 science education using agent-based computation: A theoretical framework. *Education and Information Technologies*, 18(2), 351–380. <https://doi.org/gc3f7b>
- Sengupta, P., Dickes, A., & Farris, A. V. (2018). Toward a Phenomenology of Computational Thinking in K-12 STEM. En M. S., Khine (Ed.), *Computational Thinking in STEM Discipline: Foundations and Research Highlights* (pp. 49–72). Springer. <https://doi.org/nzt8>
- Vermeer, W. H., Smith, J. D., Wilensky, U., y Brown, C. H. (2022). High Fidelity Agent Based Modeling to Support Prevention Decision Making: an Open Science Approach. *Prevention Science*, 23(5), 832–843. <https://doi.org/nzt3>
- Vos, P. (2011). What Is 'Authentic' in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling? En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. A. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling. International Perspective on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 713–722). Springer. <https://doi.org/ftg9rr>
- Watkins, M., Mukherjee, A., Onder, N., & Mattila, K. G. (2009). Using agent-based modeling to study construction labour productivity as an emergent property of individual and crew interactions. *Journal of Construction Engineering and Management*, 135(7), 657–667. <https://doi.org/bm9ct6>

- Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L., & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25(1), 127-147. <https://doi.org/f77xtr>
- Wilensky, U. (1999) *NetLogo. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling*. Northwestern University, Evanston. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>
- Wilensky, U., & Rand W. (2015). *An Introduction to Agent-Based Modeling: Modeling Natural, Social, and Engineered Complex Systems with NetLogo*. The MIT Press. <http://www.jstor.org/stable/j.ctt17kk851>
- Wilensky, U., & Reisman, K. (2006). Thinking like a wolf, a sheep, or a firefly: learning biology through constructing and testing computational theories - An embodied modeling approach, *Cognition and Instruction*, 24(2), 171-209. <https://doi.org/b3w4vq>
- Wing, J. M. (2008). Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 366(1881), 3717-3725. <https://doi.org/c24v3c>
- Wing, J. M. (2010). *Computational Thinking-What and Why?* <https://www.cs.cmu.edu/~CompThink/resources/TheLinkWing.pdf>