

# Exploración del concepto de experiencia aleatoria de estudiantes de bachillerato

Sandra Areli Martínez Pérez <sup>1</sup>

## RESUMEN

El presente estudio es una exploración para responder la pregunta: ¿Cómo entienden el concepto de experiencias aleatorias los estudiantes de bachillerato? Se analiza una pregunta de un cuestionario aplicado a 22 estudiantes de bachillerato (17-18 años), quienes habían llevado un curso de probabilidad. Las respuestas se categorizaron para determinar los patrones presentes que permitieran ofrecer características de sus conocimientos. Los resultados del análisis revelan que los estudiantes tienen un concepto espontáneo de las experiencias aleatorias, sin alcanzar el concepto científico correspondiente. Se analizan las causas de este resultado.

## PALABRAS CLAVE

Experiencia aleatoria, Aleatoriedad, Espacio muestral, Repetibilidad, Enfoque frecuencial de probabilidad.

---

<sup>1</sup> sandraareli.martinez@cch.unam.mx

Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM, México  
<https://orcid.org/0000-0002-9627-5150>

Martínez Pérez, S. A. (2024). Exploración del concepto de experiencia aleatoria de estudiantes de bachillerato. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 125–133). Editorial SOMIDEM.  
<https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-12>

## INTRODUCCIÓN

La probabilidad es importante en la ciencia, en la tecnología y en la vida diaria, por lo que se ha ganado un lugar en el currículo de matemáticas de todos los niveles escolares. Aunque se introducen algunos temas de probabilidad en el nivel básico y en el medio básico, es en el bachillerato donde los estudiantes se enfrentan al problema de adquirir un conocimiento más sistemático del tema. Uno de los objetivos de la enseñanza de la probabilidad en los niveles básicos es que los estudiantes distingan entre fenómenos determinísticos y fenómenos aleatorios. Como los fenómenos aleatorios abarcan una cantidad inmanejable de fenómenos, los diferentes enfoques de la probabilidad (clásico, frecuencial, subjetivo) delimitan subclases de ellos (Gillies, 2000). El enfoque clásico abarca sólo los fenómenos cuyo espacio muestral es equiprobable, y su enseñanza se prescribe en el nivel medio básico. En cambio, el enfoque frecuencial cubre una clase más amplia de fenómenos aleatorios y da lugar al concepto de experiencia aleatoria; dicho enfoque suele ser tratado en el bachillerato. El enfoque subjetivo abarca una clase aún más grande de fenómenos, pero no se recomienda en los planes de estudio del bachillerato. Como el concepto de experiencia aleatoria está ligado al enfoque frecuencial de probabilidad, y es propio del nivel bachillerato, nos preguntamos ¿Cómo entienden el concepto de experiencias aleatorias los estudiantes de este nivel? ¿Logran retener las propiedades fundamentales de las experiencias aleatorias? Como un avance en las respuestas a estas preguntas, en el presente estudio presentamos una parte de los resultados de un experimento de diseño (Martínez-Pérez, 2022), cuyo objetivo fue explorar el razonamiento de los estudiantes durante actividades de resolución de problemas sobre el enfoque frecuencial de probabilidad.

### Planteamiento del problema

En los cursos introductorios de bachillerato, los temas de probabilidad y estadística se estudian de manera separada; sin embargo, en los análisis estadísticos se debe poner en juego el razonamiento probabilístico, pues este permite manejar situaciones de incertidumbre y variabilidad intrínsecas de los fenómenos que estudia la estadística. Una forma de involucrar la incertidumbre y la variabilidad en las clases de probabilidad es organizando situaciones y planteando problemas en los que se generen datos que sigan una distribución desconocida, y que los estudiantes tengan que analizar para obtener conclusiones, por ejemplo, estimar probabilidades de eventos.

Por lo anterior, consideramos que hay que investigar cómo pueden razonar los estudiantes cuando se enfrentan a problemas que vinculen probabilidad con estadística, es decir, aquéllos en donde el enfoque frecuencial deba ser estudiado.

El concepto de probabilidad desde un enfoque frecuencial se construye directamente sobre las nociones de experiencia aleatoria, evento y frecuencia relativa de un evento (Batanero, et al., 2005). A su vez, la caracterización de una experiencia aleatoria depende de las nociones de aleatoriedad, repetibilidad y espacio muestral. Por otro lado, el razonamiento acerca del enfoque frecuencial contrasta con el de probabilidad clásica, y ninguno de ellos se realiza por completo si no se entiende adecuadamente su relación. Finalmente, se suele juzgar a la probabilidad frecuencial como empírica o experimental, en contraste con el acercamiento teórico (clásico); se sugiere que esta es más cercana a la realidad (Ireland & Watson, 2009).

El presente trabajo se inscribe en esta problemática, pues se propone explorar cuáles son las nociones del concepto experiencia aleatoria que tienen los estudiantes de bachillerato, esto con el propósito de formular objetivos e hipótesis de aprendizaje.

## **ANTECEDENTES**

Un antecedente importante para este trabajo es Dantal (1998), quien describe las respuestas a tres preguntas hechas a estudiantes de un bachillerato francés, de las cuales se retoma una: ¿qué entiendes por experiencia aleatoria? Para esta pregunta, Dantal destaca que las respuestas más frecuentes (33%) se centran en la impredecibilidad, por ejemplo: “es una experiencia en la que no se puede predecir de antemano el resultado” (p. 67). Se puede observar que en general no mencionan como un rasgo definitorio de una experiencia aleatoria a la posibilidad de describir todos sus posibles resultados (espacio muestral) ni a la propiedad de repetibilidad. Dantal observa que los estudiantes creen sólo en un enfoque de probabilidad (clásico o frecuencial), aunque a veces los mezclan; nadie define la probabilidad por sus axiomas (en la enseñanza francesa se incluía este enfoque); tienen muchas dificultades para describir adecuadamente el enfoque frecuencial de probabilidad y, entre los que lo intentan, nadie alude a la idea de “un gran número de experiencias repetidas” ni de aproximación de frecuencias relativas a la probabilidad. El autor concluye que la enseñanza de la probabilidad en el bachillerato es difícil, pues se requiere de la clarificación de muchos conceptos desde la base.

Jones et al. (2007) hacen una revisión de la investigación educativa en probabilidad. Su exposición muestra los contenidos de líneas o tendencias que han sido de interés para los investigadores. En particular, cuatro puntos de su exposición se relacionan con el presente trabajo: el lenguaje del azar, la aleatoriedad, espacio muestral y la medida de la probabilidad.

En cuanto a la frecuencia relativa, Serrano et al. (1996) realizaron un estudio de la interpretación que hacen 277 alumnos de bachillerato de enunciados de probabilidad desde el punto de vista frecuencial. También se

menciona que en Serrano (1993) y Serrano y Batanero (1994) se sugieren, como posibles fuentes de obstáculos al aprendizaje, la heurística de la representatividad (Kahneman et al., 1982), el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992) y la interpretación incorrecta de enunciados de probabilidad en su acepción frecuencial. Concluyen que un grupo importante de alumnos que manifiesta dificultades en la interpretación frecuencial de una probabilidad proporciona a los profesores información sobre posibles dificultades en la interpretación de estos enunciados, extendiendo los resultados de las investigaciones de Konold.

Por otro lado, en Valdez y Sánchez (2014) se destacó la componente predicción/incertidumbre de las 'grandes ideas' de la probabilidad de Gal (2005), componente que prefigura la Ley de los Grandes Números (LGN). En particular, exploraron tareas similares al problema número 10 del presente estudio, en los que, debido a que el tamaño de la muestra es pequeño, la incertidumbre es alta. Aunque la versión matemática de la LGN es tema de cursos universitarios de probabilidad, con la ayuda de ciertos recursos tecnológicos se han vislumbrado trayectorias para incluir versiones empírico-virtuales de dicha ley en la enseñanza básica.

La investigación sobre las interpretaciones de probabilidad clásica y frecuencial proporciona un marco propicio para el estudio de las concepciones de los estudiantes acerca de las ideas clave en probabilidad (Jones et al. 2007).

La articulación de las interpretaciones de probabilidad es importante para un razonamiento probabilístico adecuado. Borovnick y Kapadia (2014) afirman que para construir conceptos sólidos de las intuiciones emergentes se requiere una combinación juiciosa de las tres interpretaciones de la probabilidad: clásica, frecuencial, subjetiva.

## MARCO CONCEPTUAL

El concepto de experiencia aleatoria es la unidad de análisis del enfoque frecuencial de probabilidad; se define como un fenómeno que cumple con tres propiedades: 1) *Aleatoriedad*. Quiere decir que la experiencia es aleatoria en el sentido de que al llevarla a cabo no se puede predecir el resultado que va a ocurrir. Por ejemplo, al lanzar un dado no se puede predecir qué número quedará con la cara hacia arriba cuando quede en reposo. 2) *Espacio muestral*. Significa que en una experiencia aleatoria, aunque no se puede predecir un resultado, sí es posible determinar el conjunto de todos los posibles resultados, este conjunto es el espacio muestral. En el caso del lanzamiento de un dado, los posibles resultados son 1, 2, 3, 4, 5, o 6. 3) *Repetibilidad*. Hay un conjunto de condiciones de realización del experimento, de manera que cada vez que se cumplan dichas condiciones se dice que se repite el experimento. Por ejemplo, es un ensayo o repetición de la experiencia cada lanza-

miento de un dado lo suficientemente lejos y fuerte hacia una superficie, de manera que no se tenga control del resultado.

Vygotsky (1995) distingue los conceptos espontáneos de los conceptos científicos. Los primeros los adquiere el niño en el curso de sus experiencias en la vida diaria sin mediar una instrucción sistemática, en cambio, los segundos son aquellos que proporciona la escuela, y cuyo aprendizaje requiere de una disposición y voluntad deliberada por parte del aprendiz. Un estudiante que ha adquirido un concepto es consciente y tiene control de él, es decir, puede verbalizarlo (describirlo o caracterizarlo) y verlo inmerso en un sistema más amplio de conceptos. Nuestra hipótesis es que los estudiantes conservan un concepto espontáneo de experiencia aleatoria, basado en el conocimiento de la vida diaria de fenómenos cuyos resultados no pueden predecirse; pero no han construido un lenguaje técnico para describir y caracterizar las experiencias aleatorias de manera científica.

## MÉTODO

*Participantes.* Un grupo de 22 estudiantes de un bachillerato público de la Ciudad de México. Eran de sexto semestre (17-18 años) y ya habían cursado Estadística y Probabilidad I, en donde estudiaron los temas de estadística descriptiva y probabilidad.

*Instrumento.* En este informe se analiza una pregunta de un cuestionario de ocho preguntas, esta es: ¿Qué entiendes por una experiencia aleatoria?, es igual a una pregunta que utilizó Dantal (1998) con estudiantes franceses. La aplicación del cuestionario se realizó en el contexto de un experimento de diseño en el que los estudiantes resolvieron un problema no rutinario de probabilidad (Martínez-Pérez & Sánchez, 2022).

*Procedimiento de análisis.* Las respuestas a la pregunta se codificaron y categorizaron como se recomienda en los primeros pasos de estudios de Teoría Fundamentada (Birks & Mills, 2015), pero, cabe aclarar, no se propone una teoría como lo recomienda dicho método, además de que solo se están explorando las nociones que tienen los estudiantes.

Inicialmente buscamos palabras o ideas que fueran comunes, y se colocaron en códigos. Este proceso de agrupación de respuestas se plantea en la Teoría Fundamentada propuesta por Birks y Mills (2015).

## RESULTADOS

Las respuestas de los estudiantes a la pregunta ¿Qué entiendes por una experiencia aleatoria? se analizaron mediante el método de comparación, buscando entre ellas grupos de respuestas con rasgos comunes. Como consecuencia, se puede hacer una descripción comprensible de los conocimientos e intuiciones que los estudiantes ponen en juego al responder las preguntas. Los grupos que encontramos los distinguimos mediante

tres códigos: *Selección al azar*, *Impredecibilidad* y *Diferentes resultados*. A continuación, los describimos y ofrecemos ejemplos de respuestas que se agrupan en cada código. Los números después de los códigos indican la frecuencia de respuestas que fueron asignadas a ese código, mientras que los E1, E2, ... indican a los estudiantes.

*Selección al azar* (9): Respuestas en las que se considera que una experiencia aleatoria es un suceso, situación, evento o experimento en que hay una selección aleatoria o al azar.

Que se escoge o elige de manera al azar (E4)

Algo que no es fijo (un suceso aleatorio) (E16)

*Impredecibilidad* (8): Respuestas en las que se considera que una experiencia aleatoria es un suceso, experimento, evento o situación de la vida cotidiana en la que no se puede predecir el resultado, tal como se muestra en los siguientes ejemplos.

Una situación en la que no se predice el resultado exacto de la situación (E1)

No poder predecir con certeza un resultado (E8)

*Diferentes resultados* (5): Respuestas en las que el estudiante menciona que una experiencia aleatoria es aquella situación, evento o experimento en el que se pueden obtener diferentes resultados.

Situación en la que pueden surgir diferentes resultados (E10).

Un evento que es “al azar” y que sus resultados dependen meramente de probabilidad (E11).

A 13 respuestas se les asignó un sólo código, a cinco se les asignaron dos códigos (ver abajo respuesta de E15), y a tres respuestas se les asignaron los tres códigos (E19), estas se acercan más a la respuesta esperada,

Son fenómenos al azar que no pueden ser predecibles (E15)

Es un evento que sale al azar, es decir, se puede calcular su probabilidad, pero no se puede predecir, pues cada evento puede ser diferente (E19)

Notamos que las nociones que tienen los estudiantes de una experiencia aleatoria están asociadas a las ideas de elección al azar o impredecibilidad, las cuales se relacionan con la propiedad de aleatoriedad; pero las propiedades de espacio muestral y repetibilidad están ausentes en sus respuestas. También es de destacar que el lenguaje que utilizan los estudiantes para referirse a las experiencias aleatorias está lejos del lenguaje técnico de la probabilidad. Para ellos son equivalentes a “fenómeno” o “experiencia” términos como suceso, situación, evento o algo.

En el informe de Dantal (1998), la respuesta dominante a la pregunta ¿Qué es una experiencia aleatoria? fue “es una experiencia en la que no se

puede predecir el resultado” (p. 67), con una frecuencia de 33% en promedio sobre los estudiantes de los tres niveles de Bachillerato. Un porcentaje similar de las respuestas de nuestros sujetos destacan el rasgo de impredecibilidad, que se presentó en 8 respuestas (de 22). Sin embargo, Dantal no ofrece alguna hipótesis que explique este resultado.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados confirman la hipótesis de que los estudiantes tienen un concepto espontáneo de experiencia aleatoria; en efecto, en sus descripciones sólo destacan la característica de azar e impredecibilidad, las cuales son evidentes en fenómenos con los que han tenido contacto en su vida diaria desde antes de su aprendizaje escolar. También se puede intuir que la instrucción que recibieron no fue orientada adecuadamente para que logran crear un lenguaje técnico para referirse a las experiencias aleatorias.

El uso didáctico de los juegos de azar como un contexto paradigmático para plantear problemas de probabilidad tiene un doble efecto. Por un lado, las situaciones de juegos de azar, con muy pocas exigencias conceptuales, permiten plantear problemas significativos para los estudiantes y definir, calcular e interpretar probabilidades. En efecto, los conceptos de espacio muestral, casos favorables y posibles a un evento, probabilidad clásica, y probabilidad frecuencial son entendibles para los estudiantes utilizando situaciones de monedas, dados y urnas. Esto permite que los estudiantes se formen un concepto espontáneo de una experiencia aleatoria; espontáneo porque lo utilizan en la práctica, pero no son capaces de distinguirlo como un concepto científico, es decir, de verbalizarlo e insertarlo en un sistema de conceptos. Las situaciones de juegos de azar ocultan las propiedades de una experiencia aleatoria debido a la familiaridad de los estudiantes con los objetos aleatorizadores (monedas, dados y urnas) y a la facilidad de manipularlos; de esta manera propician más la acción que la reflexión.

El éxito que se alcanza utilizando didácticamente los juegos de azar, al lograr que los estudiantes utilicen diagramas de árbol u otros recursos y calculen probabilidades utilizando el enfoque clásico, se vuelve impotente frente a situaciones contextualizadas en las que antes de hacer cálculos es necesario modelar la situación (Pfannkuch & Ziedins, 2014). En consecuencia, es necesario que la enseñanza no se reduzca a situaciones de azar, sino que se amplie el universo a situaciones que exigen un trabajo de modelación, pero que para lograrlo, los estudiantes deben alcanzar un concepto científico de experiencia aleatoria y superar su concepto espontáneo de ella.

Una limitante para este trabajo es quizá que se cuestionó a los estudiantes sobre el concepto y no se pidió que dieran algún ejemplo para constatar que realmente tienen o no la noción de una experiencia aleatoria completa, es decir, que si consideran todas sus partes.

Para el futuro se tiene contemplado la aplicación de una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje, cuya finalidad es abordar el concepto Experiencia aleatoria, considerándolo como la unidad de análisis de la probabilidad, además de desarrollar el lenguaje de la probabilidad para permitir y enriquecer la reflexión.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Ernesto Sánchez del Departamento de Matemática Educativa por la lectura que hizo al primer borrador de este trabajo y por sus valiosas sugerencias.

## REFERENCIAS

- Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school. challenges for teaching and learning* (pp. 15–37). Springer.  
[https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8\\_2](https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_2)
- Birks, M., & Mills, J. (2015). *Grounded theory. A practical guide*. SAGE.
- Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2014). A historical and philosophical perspective on probability. En E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 7–34). Springer.  
[https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_2](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_2)
- Dantal, B. (1998). Comment les élèves de terminale perçoivent les concepts d'expérience aléatoire, d'événement et de probabilité. En Commission Inter-IREM Statistique et Probabilités (Eds.), *Enseigner les probabilités au lycée. Ouvertures statistiques, enjeux épistémologiques, questions didactiques et idées d'activités* (pp. 67–69). IREM.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39–63). Springer.  
[https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8\\_3](https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3)
- Gillies, D. (2000). *Philosophical Theories of Probability*. Routledge.
- Ireland, S., & Watson, J. (2009). Building a connection between experimental and theoretical aspects of probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(3), 339–370. <https://doi.org/10.29333/iejme/244>
- Jones, G. A., Langrall, C. W., & Mooney, E. S. (2007). Research in Probability. Responding to classroom realities. En F. K. Lester Jr (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (909–955). Information Age Publishing–National Council of Teachers of Mathematics.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1982). Variants of uncertainty. *Cognition*, 11(2), 143–157. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(82\)90023-3](https://doi.org/10.1016/0010-0277(82)90023-3)



- Lecoutre, M. (1992). Cognitive Models and Problems Spaces in “Purely Random” Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(4). 557–568. <https://doi.org/10.1007/BF00540060>
- Serrano, L. (1993). *Aproximación frecuencial a la enseñanza de la probabilidad y conceptos elementales sobre procesos estocásticos: un estudio de concepciones iniciales*. Universidad de Granada.
- Serrano, L., & Batanero, C. (1994). Concepciones sobre la convergencia estocástica y heurística de representatividad en una situación de simulación. *Actas de las V Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* (pp.571–574). Universidad de Badajoz.
- Serrano, L., Batanero, C., & Ortiz, J. (1996) Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato. *SUMA*, 22, 43–50. <https://bit.ly/3VBeEBa>
- Martínez-Pérez, S. A. (2022). *Exploración de nociones básicas relacionadas con los enfoques clásico y frecuencial de probabilidad de estudiantes de bachillerato*. [Tesis doctoral, Cinvestav].
- Martínez-Pérez, S. A., & Sánchez, E. (2022). High school students’ reasoning on the frequency approach of probability when facing a non-routine problem. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(3), 631–644. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00232-3>
- Pfannkuch, M., & Ziedins, I. (2014). A modelling perspective on probability. En E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.), *A Modelling Perspective on Probability* (pp. 101–116). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_5](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_5)
- Valdez, J., & Sánchez, E. (2014). Reasoning development of a high school student about probability concept. En K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics*. International Statistical Institute. <https://bit.ly/3vuTZEO>
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y Lenguaje*. Paidós. (Original Publicado en 1934)