Modelización matemática utilizando programación y simulación: implementaciones de educadores en diversos contextos

Jesús Enrique Hernández Zavaleta [1]
Armando Paulino Preciado Babb [2]

Resumen

La modelización matemática ha cobrado auge en la educación a distintos niveles, y su implementación depende tanto de las perspectivas como de las aproximaciones pedagógicas de los educadores. El estudio de la formación docente en la modelización matemática se ha centrado en el desarrollo de conocimientos y habilidades específicas en países como Alemania. En este capítulo tomamos una aproximación distinta, explorando cómo los educadores integran en distintos contextos de aprendizaje a la modelización matemática. Con el fin de entender las aproximaciones pedagógicas puestas en práctica, efectuamos un análisis de tareas de modelización implementadas por ocho educadores, incluyendo docentes y estudiantes de posgrado en educación, en el contexto de programación y uso de simulaciones. El estudio reportado en este capítulo se basó en los diseños de las tareas, muestras del trabajo de estudiantes y entrevistas con los participantes. Los resultados muestran que (1) la programación de robots incluye múltiples microciclos de modelización dentro de un ciclo más amplio, (2) la simulación promueve diversos usos como apoyo pedagógico, y (3) la simulación se puede usar como medio para crear empatía.

Palabras clave

Resolución de problemas matemáticos, Modelación matemática, Tecnologías digitales, Sistemas de geometría dinámica, Enseñanza híbrida.

---

[1] enrique_hernandez@cbu.ca
Cape Breton University, Canadá

[2] apprecia@ucalgary.ca
Universidad de Calgary, campus Calgary, Canadá

Hernández Zavaleta, J. E., & Preciado Babb, A. P. (2025). Modelización matemática utilizando programación y simulación: implementaciones de educadores en diversos contextos . En A. Solares-Rojas, & A. P. Preciado Babb (Eds.), *La investigación en modelización matemática: un diálogo entre educadores de Latinoamérica y España* (pp. 311–331). Editorial SOMIDEM. https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S2/2025/01-13

Abstract
Mathematical modelling has gained prominence in education at various levels, and its implementation depends on both the perspectives and pedagogical approaches of educators. The study of teacher education in mathematical modelling has focused on the development of specific knowledge and skills in countries like Germany. In this chapter, we take a different approach, exploring how educators integrate into various learning contexts mathematical modelling. To understand the pedagogical approaches put into practice, we conducted an analysis of modelling tasks implemented by eight educators, including teachers and graduate students in education, in the context of programming and the use of simulations. The study reported in this chapter was based on the design of the task, samples of student work, and interviews with participants. The results show that (1) robot programming includes multiple microcycles of modelling within a broader cycle, (2) simulation promotes various uses as pedagogical support, and (3) simulation can be used as a means to create empathy.

Keywords
Mathematical Modeling, Programming, Simulations, Pedagogical Approaches.

En las últimas décadas, la investigación educativa sobre la modelización matemática se ha enfocado en la enseñanza a nivel pre-universitario (primaria, secundaria y bachillerato), incluyendo la formación docente en este nivel, tal como lo explica Galbraith (2024) en su reflexión sobre los últimos 30 años de la modelización matemática. La investigación sobre formación docente se ha centrado en el conocimiento y las competencias deseables en profesores para la integración de la modelización matemática, particularmente por investigaciones en Alemania (Borromeo Ferri & Blum, 2010; Greefrath et al., 2022; Wess et al., 2021). Estos investigadores han puesto énfasis en elementos pedagógicos, tales como el ofrecer una guía mínima con el propósito de que los estudiantes sean capaces de involucrarse en la modelización matemática de forma independiente (Greefrath et al., 2022; Wess et al., 2021). El estudio que reportamos en este capítulo considera una aproximación distinta, en la que partimos de lo que los docentes hacen como parte de su práctica profesional sin presuponer una pedagogía específica. Nuestro objetivo es identificar, desde el punto de vista de los educadores, los propósitos y aproximaciones pedagógicas en distintas implementaciones de la modelización matemática. Así, este estudio incluye, entre otros datos, entrevistas con ocho profesionales de la educación que usan robótica, simulación por computadora o programación en sus contextos educativos. Consideramos que los elementos de la modelización matemática están incluidos de forma natural en las tareas correspondientes a este trabajo. Es importante señalar que, a diferencia de la aproximación realista de la modelización matemática en educación (Kaiser & Sriraman, 2006), no hay necesariamente un propósito expreso de formar competencias para la modelización en estas tareas. En este sentido, y como veremos más adelante, las aproximaciones pedagógicas difieren del enfoque en conocimiento y competencia descritos por Greefrath et al. (2022) y Wess et al. (2021).

Diversidad de Perspectivas en la modelización matemática

La modelización matemática se puede definir como un mapeo que va desde algún fenómeno, usualmente fuera de las matemáticas, a elementos de alguna teoría matemática, misma que puede servir para estudiar el fenómeno en cuestión, resolver algún problema o establecer algún curso de acción. Si bien la modelización matemática se ha usado principalmente como aplicación de las matemáticas, algunos autores también la reconocen dentro de las mismas matemáticas (modelización intra-matemática). Por ejemplo, Bosch et al. (2006) han conceptualizado la modelización matemática desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico propuesta por Chevallard et al. (1997), en la que una gran parte de la misma actividad matemática se relaciona con la modelización. Así, estos autores concluyen que "la modelización no es sólo una dimensión de la actividad matemática, sino que la actividad matemática es, en esencia, una actividad de modelización" (Bosch et al., 2006; p. 49). Esta perspectiva de la modelización, a la que Kaiser y Sriraman (2006) llaman *epistemológica*, contrasta con otras perspectivas, precisamente por la inclusión de la modelización intra-matemática. Las otras perspectivas identificadas por Kaiser y Sriraman son la *realista*, que se enfoca en aplicar las matemáticas en otros campos; la *educativa*, que se enfoca en la enseñanza de algún contenido específico; la *contextual*, que se basa en el constructivismo y busca un desarrollo conceptual como parte del aprendizaje de las matemáticas; la *sociocrítica*, que aborda problemas sociales y culturales desde las matemáticas; y la *cognitiva*, que se considera como transversal a las demás y aborda elementos cognitivos en la modelización matemática.

En una revisión de publicaciones sobre la modelización matemática en educación, Preciado Babb et al. (2023) identificaron tendencias en algunas regiones del mundo. Por ejemplo, de las publicaciones revisadas provenientes de Brasil, la perspectiva sociocrítica sobresalió con un 54% de publicaciones, contrastando con un 7% de publicaciones en esta perspectiva a nivel mundial. De forma similar, en Alemania y Australia predominan las perspectivas educativa y realista, sumando entre las dos más del 50% de publicaciones en cada uno de estos dos países. En el contexto de Latinoamérica, en una revisión similar, Peña et al., (2023) identificaron tendencias locales y generales de esta región que difieren de las publicaciones en el resto del mundo, "específicamente, en cuanto a la población en la que se enfocan las investigaciones, los contenidos que se abordan, y las perspectivas de modelización que asumen" (p. 550). Los resultados de estas dos revisiones literarias resaltan la necesidad de considerar distintas perspectivas cuando se habla de la modelización matemática.

En el contexto de América Latina, Cordero et al. (2022) han incluido una agenda descolonizadora en la implementación de la modelización matemática en educación. Un ejemplo de esta agenda es la aproximación de la etnomodelización que puede "contribuir al conocimiento matemático local, ya que utiliza una variedad de referencias culturales locales y globales" (p. 47). Estos autores presentan su trabajo desde la etnomatemática, la interdisciplinaridad y la socioepistemología. Dentro de estas distintas perspectivas, se resalta un dinamismo, al cual se refieren como glocalización, entre saberes y haceres locales con conocimientos globales a través de la resignificación de contenidos matemáticos. El contraste entre el conocimiento pedagógico propuesto por el grupo de Greefrath (2022) y las perspectivas de Cordero y colegas permite ver que, por un lado, el conocimiento especializado de la modelización matemática para la enseñanza es multifacético, y, por el otro lado, que existe una "resistencia" a las perspectivas europeas que desconocen aspectos culturales y sociales de otras regiones del mundo.

Otra muestra de la diversidad de perspectivas sobre la modelización matemática en educación corresponde a las distintas formas de su representación (Perrenet & Zwaneveld, 2012). Doerr et al. (2017) identificaron múltiples ciclos de modelización y proponen trayectorias dentro de estos ciclos en lugar de modelos lineales que se tengan que seguir paso a paso. También se ha notado que los ciclos de modelización reflejan propósitos educativos (Vorhölter et al., 2019). Por ejemplo, Adiguzel et al. (2024) usaron el ciclo propuesto por Aguirre (2019) como marco para promover discusiones críticas sobre problemas sociales a través de la modelización matemática en la formación de futuros docentes. Este combina un ciclo de modelización con uno de reflexión sobre impacto social.

La diversidad de aproximaciones y propósitos también se ha visto reflejada cuando se utiliza la tecnología, como se discute en la siguiente sección.

Tecnologías digitales en modelización matemática

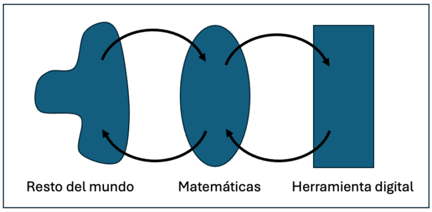
La modelización con tecnologías digitales ha cobrado auge en las últimas décadas (Cevikbas et al., 2023; Gerber et al., 2023; Greefrath & Siller, 2017; Molina-Toro et al., 2019). Más recientemente, durante la pandemia de Covid-19, estas tecnologías ofrecieron una forma alternativa de enseñanza a distancia debido a las restricciones sanitarias (Siller et al., 2024). Cevikbas et al. (2023) dan cuenta de diversas herramientas de la tecnología digital reportada en la literatura e identifican diversas ventajas y retos en su uso, concluyendo que las ventajas superan a los retos, argumentando en favor del uso de la tecnología en la modelización matemática. En este apartado discutimos acerca de algunos de estos usos de la tecnología en la modelización matemática.

Molina-Toro et al. (2019) identificaron diferencias en el uso de la tecnología dependiendo de su función en la modelización. Por un lado, hay quienes usan la tecnología de la información como herramienta; por ejemplo, sistemas algebraicos computacionales (como Mathematica), programas dinámicos de geometría (como Geogebra y Desmos) y hojas de cálculo. Por otro lado, la función de la tecnología en otras aproximaciones es de reorganizar el proceso de modelización. En estas aproximaciones se consideran los intereses y necesidades de los estudiantes sin seguir un proceso previamente establecido. La tecnología, en esta aproximación, no es solo una herramienta, sino que se convierte en el medio a través del cual se dan los procesos de modelización, tal es el caso de simuladores como *Modellus* (Panggabean Jonny et al., 2020), que además de proporcionar un modelo, ofrece datos y herramientas de visualización. Otros ejemplos de este tipo de tecnología son medios virtuales como video juegos o ambientes de programación como Logo (Papert, 1985). Por otro lado, el pensamiento computacional ha sido ligado a la modelización matemática por Ang (2021), quien ejemplifica como la abstracción, el reconocimiento de patrones, la descomposición y el pensamiento algorítmico se pueden involucrar en actividades de modelación matemática.

Gerber et al. (2023), en otra revisión de la literatura, propusieron una extensión del ciclo de modelización de Blum y Leiβ (2007) al que añaden la herramienta digital, como se muestra en la Figura 1 (los pasos específicos del ciclo de modelización se excluyen en esta figura con el propósito de centrar la atención en el papel de la herramienta digital). Este nuevo ciclo requiere un proceso de transición de las matemáticas, o modelo matemático, a una tecnología digital y viceversa, para después regresar al fenómeno que se estudia en el mundo más allá de las matemáticas. La tecnología en este caso juega un papel de herramienta, como lo describen Molina-Toro et al. (2019).

Figura 1

Ciclo de modelización con herramienta digital: Adaptado de Gerber et al. (2023)



En una revisión de representaciones de los ciclos de modelización, Doerr et al. (2017) identificaron diversas aproximaciones usando la tecnología, sugiriendo representaciones que van más allá del papel de esta como herramienta en el sentido de Gerber et al. (2023). Esta revisión incluye a la simulación, la cual se puede usar como modelo para estudiar algún fenómeno o como el fenómeno mismo a modelizar, como lo sugieren Molina-Toro et al. (2019).

Si bien el uso de tecnologías digitales en la modelización puede ofrecer ciertas ventajas y nuevas opciones, tanto Gerber et al. (2023) como Cevikbas et al. (2023) han notado que la herramienta digital ofrece retos adicionales a los estudiantes, por lo que proponen un conocimiento especializado del profesor para los usos específicos de estas herramientas en la modelización matemática. Dicho conocimiento se relaciona también con perspectivas pedagógicas en el sentido en el que Greefrath et al. (2022) y Wess et al. (2021), siguiendo a Borromeo Ferri y Blum (2010), describen el conocimiento pedagógico del contenido para la enseñanza de simulaciones y modelización matemática con herramientas digitales en términos de cuatro ámbitos: conocimiento sobre los objetivos y perspectivas, conocimiento sobre simulaciones y tareas de modelización, conocimiento sobre simulación y los procesos de modelización, y conocimiento sobre intervenciones. Los últimos dos ámbitos son considerados como conocimientos del dominio específico sobre intervenciones adaptativas, que consisten en diagnóstico e intervención. Estas intervenciones tienen el objetivo de que los estudiantes puedan engancharse en la modelización matemática de forma independiente (es decir, con una ayuda mínima) a través de sugerencias o pistas sobre el proceso de resolución, asignando a los estudiantes una amplia responsabilidad en su propio proceso de aprendizaje (Stender & Kaiser, 2017). Esta perspectiva del conocimiento del docente, seguida por varios autores (Borromeo Ferri y Blum, 2010; Greefrath et al., 2022; Wess et al., 2021), no solo muestra una pedagogía específica, sino que también centra la atención en el desarrollo de competencias para la modelización matemática, que es consistente con la perspectiva realista (Kaiser & Sriraman, 2006).

El enfoque plural que adoptamos en este capítulo contrasta con la aproximación prescriptiva de autores como Gerber et al. (2023) y Cevikbas et al. (2023), ya que no solo exploramos diferentes aproximaciones pedagógicas, sino también diversos usos de la tecnología digital.

Metodología

Este estudio involucró ocho entrevistas virtuales semiestructuradas uno a uno (Zazkis & Hazzan, 1998) con educadores en México y Canadá. Nos enfocamos en estos dos países porque teníamos acceso en ambos casos a docentes y estudiantes de posgrado en educación durante el tiempo que duró el estudio. Además, una estudiante de posgrado en Canadá realizó su trabajo con una comunidad maya en Guatemala.

Las entrevistas constaron de 15 preguntas enfocadas en explorar el diseño, implementación y resultados de actividades educativas que hacen uso de simulaciones o programación. Estas actividades, 15 en total, fueron proporcionadas por los participantes como parte de la entrevista. La Tabla 1 resume las actividades en este estudio por participante.

Tabla 1

Información de los participantes y actividades discutidas

Profesor (a)	Actividades Discutidas	Contexto Educativo
Bárbara	- Dados Virtuales - Juego de Ruleta	Segundo año de bachillerato
César	- Sensor de movimiento, Plano inclinado y Caída Libre - Co-Spaces Realidad Aumentada	Segundo año de secundaría
Horacio	- ¿Qué es una Fracción? - Proporción Directa	Tercero, cuarto y quinto grados de primaria
Jane	- Transformations Quest (Virtual y Presencial)	Sexto de primaria
Marcela	- Modeling Emergent Systems: Connecting experiences with computational simulations	Docentes de comunidades indígenas en Guatemala
Omar	- Simulación de 100 volados en un segundo (Virtual y Presencial)	Segundo año de bachillerato
Steven	- Drop a block - How Does the Move Steering Work?	De cuarto a sexto de primaria Primero de secundaria
Vladimir	- Seguidores de línea - Rotación de 90°	Todos los grados de Bachillerato

La entrevista se dividió en tres partes. En la primera, diseño e implementación, se buscó obtener información sobre por qué se diseñaron las actividades y cuáles eran los objetivos educativos que se pretendían alcanzar, incluyendo el grado escolar y el contenido educativo involucrado, además de explorar el enfoque y los desafíos que enfrentó el diseñador en la creación de las actividades. La parte de implementación se centró en obtener información sobre cómo se llevaron a cabo las actividades y las dificultades que surgieron en su aplicación en el aula. La segunda parte, *conocimiento especializado*, permitió indagar cómo la formación y experiencia del docente influyeron en el diseño de las actividades y en los conocimientos que se requieren para implementar estas actividades de manera efectiva. Finalmente, en la parte de *procesos de aprendizaje e interacciones*, se exploraron las percepciones del docente sobre cómo los estudiantes experimentaron el proceso de aprendizaje durante las actividades, pidiendo que se utilizaran ejemplos concretos. En cuanto a las interacciones, se obtuvo información sobre cómo el docente interactuó con los estudiantes a lo largo del proceso y las características de una interacción exitosa.

Las fuentes de datos comprendieron cuatro elementos clave: grabaciones de video de cada entrevista (90 minutos aproximadamente), transcripciones de los videos grabados, los diseños de actividades de modelación proporcionados por los participantes y notas de los investigadores. Las grabaciones de video fueron valiosas para capturar la comunicación verbal y no verbal. Posteriormente, se transcribieron las grabaciones de los videos, proporcionando detalles de las discusiones e interacciones durante las entrevistas. Finalmente, se tomaron notas de los investigadores durante cada sesión, capturando observaciones adicionales e información contextual.

En este estudio empleamos el método de comparación constante, tal como lo describen Merriam y Tisdell (2015), para analizar segmentos de datos relacionados con los usos que los participantes le dan a las simulaciones y programación en el contexto de modelización matemática. A través de un proceso de codificación abierta (Merriam & Tisdell, 2015), identificamos tres temas: (1) la programación de robots requiere microciclos de modelización, (2) la simulación promueve diversos usos como apoyo pedagógico y (3) la modelación corporizada crea empatía y la simulación genera experiencia. En la sección de resultados describimos y ejemplificamos cada uno de ellos.

Resultados

Presentamos los temas resultantes de este estudio usando segmentos de cinco entrevistas con sus correspondientes tareas de modelización. Estas entrevistas ejemplifican lo que notamos en el resto de los datos. Para cada uno de los primeros dos temas incluimos dos entrevistas que permiten contrastar aproximaciones pedagógicas distintas de los educadores correspondientes. Para el tercer tema solo se incluye una entrevista, ya que la aproximación a la modelización en este caso no apareció en las demás entrevistas.

Tema 1. La programación de robots requiere microciclos de modelización

El primer tema que resultó del análisis tiene que ver con la programación en tareas que involucran robots. Notamos que estas tareas requerían, por lo general, descomponer el problema o situación en varias partes, cada una incluyó su propio ciclo de modelización. Esta situación es consistente con la descomposición como elemento del pensamiento computacional (Ang, 2021). Los ejemplos que incluimos a continuación se relacionan con partes específicas de las tareas, como la rotación o movimiento de una distancia específica, para completar una más compleja. Observamos que la programación de un robot es una tarea que incluye un proceso compuesto de microciclos de modelización en al menos dos sentidos. Por un lado, está el modelo matemático de lo que se quiere que haga un robot, por ejemplo, realizar una rotación sobre su eje, y por el otro lado, tenemos el código del robot, debido a que la programación involucra elementos matemáticos intrínsecos que deben ser contrastados con la ejecución física del robot. En este sentido, la programación de robots involucra un proceso continuo de ajuste y mejora para lograr que un robot funcione de manera confiable en el mundo físico, además de tener el potencial de promover aprendizajes matemáticos relacionados tanto con la programación como con el contexto de lo que se quiere hacer con el robot.

Movimientos perpendiculares en el robot

El profesor Vladimir compartió dos videos que muestran los resultados de estudiantes de segundo año de bachillerato al programar un robot LEGO EV3. En uno de los videos, los estudiantes tenían que hacer que el robot siguiera una línea usando sensores de luz, mientras que en el otro programaron al robot para hacer rotaciones de 90°. Las tareas no estaban estructuradas como una secuencia, sino como un desafío que resolvieron sobre una mesa en la que se marcaban líneas de color negro con un fondo blanco. En ese momento, los estudiantes conocían las bases para hacer que el robot se moviera, rotara y reconociera colores. Notamos que cada una de estas acciones requiere de su propia modelización. Las tareas propuestas tenían como objetivo refinar las prácticas que los estudiantes ya utilizaban. El profesor proporcionaba un algoritmo preprogramado, el cuál debían modificar para que el robot realizará la tarea adecuadamente según las circunstancias físicas que enfrentaban en ese momento. Este proceso requirió de una fase de prueba y error que posteriormente fue reforzada de manera teórica por el profesor.

En el siguiente extracto, el profesor Vladimir explica cómo hacer una rotación perpendicular en un robot con dos servomotores (ver Figura 2). Durante la entrevista, el profesor Vladimir destacó la relación que tienen los parámetros en la programación con el movimiento físico del robot.

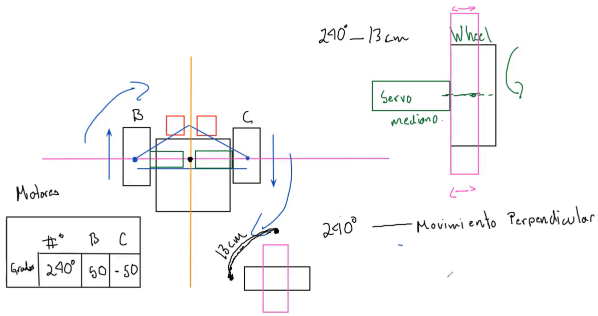
Vladimir: *En el robot nos van a dar movimientos perpendiculares* [...] *Entonces aquí* [en el ícono de programar] *pones la cantidad numérica de los grados que vas a poner, aquí se colocan esos* 240 *grados* [...] *y aquí uno va a tener potencia positiva pero el otro tiene que tener potencia negativa. Entonces* [...] *cuando controlas las mismas potencias tienes que fijarte en la simetría del robot* [línea amarilla en la Figura 2 ...] *el robot se mueve dentro de su propio eje contemplando la intersección de los dos ejes de simetría. Cuando le des estos comandos, el robot va a terminar en esta posición a noventa grados.*

Entrevistador: *¿Esos* 90 *grados se deben al hecho de la fricción, por qué son* 240° *exactamente?*

Vladimir: *Por el tamaño de la llanta, por la distancia que se recorre, eso hace que desde este punto, recorre esos* 240 *grados* [línea negra punteada Figura 2], *pero para el robot en su posición son* 90 *grados. ¿Si me explico?, para que recorra este perímetro la llanta, tiene que tener* 240 *grados. Porque son distintos grados de conversión, entonces eso quiere decir que aquí hay* 13 *centímetros de distancia recorrida, pero físicamente el robot giró* 90 *grados.*

Figura 2

Dibujo del profesor Vladimir explicando el movimiento perpendicular. En esta Figura se ve el robot con dos ejes de simetría y los servomotores B y C. Se ve el bloque de programación que admite grados, potencia de B y C por separado.



En la descripción del profesor Vladimir podemos identificar los dos tipos de modelización. Por un lado, se requiere que el robot gire 90 grados, y por otro, que el parámetro que controla el ángulo de rotación de las ruedas sea de 240 grados en sentidos opuestos, para lograr el efecto deseado.

Moviendo el robot hacia adelante

El profesor Steven nos compartió dos actividades: *drop a block y how does the move steering work?*, ambas centradas en la programación de robots LEGO EV3 y diseñadas para estudiantes de cuarto a sexto grado de primaria. Estas actividades se presentaron como secuencias que incluían preguntas orientadoras, y con objetivos específicos para el desarrollo de aprendizajes matemáticos. Sin embargo, el profesor señaló que, al utilizar estas actividades, es importante tener en cuenta que la presentación de los conceptos matemáticos difiere de la forma tradicional en la que se enseñan en un salón de clases.

Las actividades que describió Steven tenían propósitos educativos distintos. La actividad *Drop a block*, enfocada en el entendimiento de las diferentes representaciones del concepto de número, requería, por un lado, relacionar la longitud de los segmentos rectos con las rotaciones de las ruedas estimando medidas, y, por el otro lado, dar sentido a las medidas en el código de programación para mover una distancia específica a un robot, entre otros objetivos. En contraste, la actividad *how does the move steering work?*, enfocada en hacer girar al robot, tenía un objetivo más abierto encaminado al desarrollo de habilidades matemáticas para resolver un problema utilizando medidas, relaciones, búsqueda de patrones, fracciones y porcentajes, entre otros temas. La diversidad de objetivos en las actividades nos mostró una aproximación centrada en la mejora de los entendimientos matemáticos.

Durante la explicación de la actividad *drop a block*, en la que los estudiantes aprenden cómo mover el robot hacia adelante, el profesor Steven enfatiza la importancia de una pregunta crucial: ¿cómo posicionar al robot entre los números 4 y 5, con el propósito de estimular la reflexión de los estudiantes sobre los números decimales o fraccionarios? En el siguiente extracto, traducido al español, Steven señala que una estrategia frecuente entre los estudiantes es el uso del método de prueba y error.

Steven: *Se requiere que los estudiantes escriban el código para un número específico de rotaciones de la rueda. Cada rotación se usa para mover el robot hacia adelante a una distancia específica. Al alterar este número, el robot viajará más o menos lejos. Le preguntamos a los estudiantes qué número entre cuatro y cinco se debería usar. Ellos indicaron que no hay números entre 4 y 5. Si abordas la actividad por ensayo y error, verás que si escribes cuatro o cinco rotaciones, el robot no parará exactamente donde se requiere en la actividad. Se necesita usar un número intermedio. Así, el robot tal vez tendría que dar otra media vuelta en las ruedas.*

Diferencias entre las aproximaciones

Los objetivos de aprendizaje en estas dos actividades difieren. El objetivo de Vladimir se destaca por la aplicación de conceptos matemáticos a la enseñanza de la robótica y la programación. Esta forma de trabajo se encuentra relacionada con la perspectiva realista en la que la modelización es entendida como una actividad para resolver problemas auténticos y como el desarrollo de teoría matemática (Kaiser & Sriraman, 2006). En contraste, la aproximación de Steven está basada en un enfoque práctico para enseñar a los estudiantes un concepto matemático específico. Su forma de trabajo se relaciona con la perspectiva de modelización educativa que se centra en mejorar los entendimientos de conceptos matemáticos.

En ambos casos se promueven los microciclos de modelización. Nos referimos a microciclos en cuanto a que los modelos teóricos (programas que controlan a los robots en este caso) son verificados por la realidad en múltiples ocasiones durante la tarea que están realizando. Las tareas promueven que los estudiantes evalúen sus modelos con el contexto real de forma inmediata y repetidamente. Esto se muestra cuando Vladimir habla de la relación que tiene la distancia que debe recorrer la llanta del robot con la cantidad, en grados, que debe utilizarse en el programa computacional. En el caso de Steven, la tarea de hacer que el robot se detenga entre los números 4 y 5 promueve el uso de la estrategia de ensayo y error para ajustar los parámetros correspondientes en la programación del robot.

Tema 2. La simulación promueve diversos usos como apoyo pedagógico

En este segundo tema es más notorio el objetivo pedagógico que se refleja tanto en el diseño de actividades como en las acciones del docente. Los ejemplos que mostramos se relacionan con la enseñanza de la probabilidad usando un simulador. Sin embargo, las aproximaciones son diferentes, como discutimos a continuación.

La Simulación como herramienta para desafiar creencias sobre el azar

La profesora Bárbara compartió las actividades *dados virtuales y el juego de la ruleta*, ambas diseñadas en el software de geometría dinámica GeoGebra. Estas actividades se enfocaron en el desarrollo de la comprensión del concepto de probabilidad entre estudiantes de segundo año de bachillerato. Cabe destacar que las clases se llevaron a cabo de manera virtual durante la pandemia de la COVID-19. El diseño de estas actividades incluyó instrucciones detalladas para la ejecución de las simulaciones y la presentación de productos a ser evaluados. De acuerdo con la profesora, el objetivo fue abordar la probabilidad de manera novedosa, motivando a los estudiantes a cuestionar sus concepciones previas sobre un evento predecible y uno impredecible.

La actividad de los dados virtuales mostraba un botón para ejecutar la simulación, una tabla que organizaba automáticamente los datos y un histograma que mostraba la frecuencia de los datos. Esta actividad requería un análisis gradual, solicitando inicialmente que se lanzaran los dados 100 veces y luego 1000 veces. En cada fase se les pedía a los estudiantes observar, comentar y registrar los resultados en sus cuadernos. Al final, se les solicitaba redactar, en equipo, una reflexión sobre toda la actividad. La actividad del juego de la ruleta tenía como objetivo fomentar la comprensión de diversas formas de representar la probabilidad. En este juego se les pedía a los estudiantes modificar las probabilidades de los premios en la ruleta con el objetivo de disminuir la probabilidad de ganar un auto y aumentar la de ganar $100. Además, se incluían otras cantidades a las que debían asignar una probabilidad de acuerdo con las decisiones tomadas en el equipo.

En el siguiente extracto, la profesora Bárbara expone los propósitos de dos actividades que diseñó para su clase de probabilidad de segundo año de bachillerato. Resalta la relevancia de la predicción en la comprensión del concepto de probabilidad y emplea una gráfica de frecuencias para facilitar a los estudiantes la generalización de los comportamientos.

> Bárbara: *Simulamos* [...] *una ruleta,* [...] *si tienes tu círculo dividido en 8 partes iguales entonces, pues cualquiera* [...] *tiene la misma probabilidad. Pero podías modificar el tamaño, a lo mejor después lo ponías en cuatro o en tres, o a lo mejor uno de los premios más grandes abarcaba más de esa circunferencia.* [El propósito] *era ver la reacción que tenían* [los estudiantes] *al predecir, si se daban cuenta de que algo era más probable y cómo lo argumentaban.*

> Bárbara: *En el caso de los dados, que también fue la simulación de tirarla 25, luego 100, luego 1000,* [el propósito fue] *que vieran cómo se comportaba una gráfica.*

En este caso se usaron simuladores en línea para generar los datos que los estudiantes utilizarían después para engancharse en la tarea. Bárbara buscaba explícitamente que los estudiantes notarán que algunos resultados eran más probables y que argumentaran por qué.

La simulación como herramienta para explorar contenidos específicos

El profesor Omar compartió la actividad relacionada con tirar una moneda al aire (lo que comúnmente se conoce como *volado* en México), *simulación de 100 volados en un segundo*, y realizó una comparación entre las diferencias de su aplicación en formato presencial y virtual en la clase de lógica, estadística y probabilidad con estudiantes de segundo año de bachillerato. En México, el resultado de tirar una moneda al aire, un volado, puede ser "águila" o "sol" (equivalentes a "cara" o "cruz" en otros países).

Esta actividad se estructuró en forma de tareas secuenciales destinadas a la fase inicial del tema de probabilidad. El objetivo específico fue que, utilizando hojas de cálculo, los estudiantes elaborarán una simulación de 1000 volados en un segundo en el laboratorio de cómputo, con el fin de comprender el concepto de probabilidad de ocurrencia de un evento.

La actividad proponía que los estudiantes construyeran la simulación de los 1000 volados utilizando la fórmula = *SI* (*ALEATORIO* ( ) < = 05; "*ÁGUILA* " ; "*SOL*"). Además, debían responder las siguientes preguntas: ¿Podremos simular en la computadora el lanzamiento de 1000 monedas (volados) en un segundo?, y si fuese posible, ¿cuántos soles o águilas obtendremos del total de 1000 volados?

Las diferencias fundamentales entre la aplicación de esta actividad de manera presencial y virtual radicaron en las exploraciones para crear y utilizar la fórmula que genera la simulación. En el formato presencial, el profesor señaló que había un amplio margen para que los estudiantes explorarán el software en el laboratorio de la escuela, con una retroalimentación inmediata del profesor en el salón. En formato virtual, la fórmula se les proporcionó directamente para que la aplicaran; el profesor comentó que el seguimiento se volvió difícil y muchos estudiantes no lograron construir y aplicar la fórmula, lo que se convirtió en un obstáculo para continuar fluidamente con la clase.

En el siguiente extracto, el profesor Omar explica que el propósito de su actividad es desarrollar tanto saberes matemáticos como habilidades digitales. Esta actividad fue parte de la unidad temática "Lógica, estadística y probabilidad", cuyo objetivo era fomentar la comprensión de conceptos específicos como la conjunción, disyunción y la probabilidad.

> Omar: *Utilicé la hoja de cálculo, porque era en lo único que podía hacer un tipo código para que rápidamente salieran resultados sin necesidad de utilizar lenguajes de programación.*

El profesor decidió usar una codificación directamente en la hoja de cálculo, enseñando paso a paso a los estudiantes cómo generarla para simular volados. Esto le permitió involucrar a los estudiantes en programación, a nivel básico, sin la necesidad de usar un lenguaje de que requiriera mayor preparación.

Una vez creado este simulador en la hoja de cálculo, los estudiantes se involucraron en una actividad relacionada con la identificación de la probabilidad de caer un resultado u otro después de aventar la moneda al aire.

Omar: [...] *al final viene la suma, si no te sale mil pues estamos haciendo algo mal. Ya sea que pusiste menos tus volados o bien, el área donde pusiste la fórmula no está bien delimitada. Ahí nos tenía que dar la suma, exactamente los mil. Se daban cuenta que cada vez que apretaban el botón, los mil no se movían, pero el águila-sol siempre bailaban en un 500* [...]. *Muchas veces se pasaban minutos queriendo que les saliera el 700 por 300. Otros estudiantes comenzaban a entender que eso no era posible.*

Diferencias entre las aproximaciones

La aproximación pedagógica de Bárbara se caracterizó por una exploración activa en el aprendizaje práctico como medio para la discusión de ideas de la probabilidad. Su enfoque incluyó la apreciación concreta de las probabilidades y las medidas de tendencia conforme variaban los parámetros en las simulaciones. En contraste, la aproximación pedagógica de Omar reconoció la eficacia de utilizar herramientas como las fórmulas en las hojas de cálculo. Estas herramientas le permitieron enfocarse en los operadores lógicos necesarios para generar mil datos de forma aleatoria, para después estudiar la probabilidad frecuencial.

Relacionamos la aproximación de Bárbara con la modelización contextual, debido a que el fin de su diseño era la construcción de significados mediante la confrontación de las ideas previas de los estudiantes sobre el azar. La perspectiva de Omar, en contraste, se orientó al uso de conceptos lógicos como la disyunción y la conjunción en el aprendizaje de la probabilidad, por lo que la podemos relacionar con la perspectiva educativa de la modelización. Omar hizo énfasis en que el uso de la hoja de cálculo ayudó a que los estudiantes utilizarán fórmulas para simular 1000 volados.

Tema 3. La simulación como medio para crear empatía

La educadora Marcela compartió su tesis en la que llevó a cabo un estudio con docentes en una comunidad indígena en Guatemala, con la cual obtuvo el grado de Doctorado en una institución canadiense. En su tesis presenta diferentes actividades utilizando simulaciones computacionales para estudiar sistemas complejos en *NetLogo*. Algunas características clave de estas simulaciones son las interacciones, atributos y comportamientos a nivel de los elementos que conforman el sistema. Su diseño considera que cada elemento del sistema promueve acciones en sintonía con el cuerpo, como moverse, girar y caminar.

Algunas de las simulaciones que utilizaron fueron propagación de virus, sistemas presa-depredador y la polinización de flores con mariposas. De acuerdo con Marcela, su trabajo buscó conjuntar estas simulaciones computacionales "basadas en un enfoque occidental establecido desde hace mucho tiempo para modelar la complejidad y [...], las epistemologías histórico-culturales no canónicas", propuestas por su actividad de modelación basada en las formas tradicionales de conocimiento de la comunidad maya. Sugiere que no es una comparación, sino un esfuerzo por "identificar cómo las voces de los docentes y las formas de conocer y ser, centradas en la comunidad, pueden apoyarse a través de actividades de modelización heterogéneas."

La actividad se dividió en cuatro fases. En la Fase 1, las participantes se familiarizaron con las plataformas de software NetLogo y VipMap para introducir la modelación basada en agentes. En la Fase 2, interactuaron con simulaciones más complejas, como la de presa-depredador, para después diseñar los elementos de una nueva simulación que podrían llevar a sus aulas y su comunidad. En la Fase 3, los equipos de participantes buscaron problemáticas sociales que viven en su comunidad y que podrían abordarse mediante la modelación basada en agentes. En esta fase, los equipos eligieron temas como el alcoholismo, la violencia y la deserción escolar. Durante la Fase 4 se asignaron roles a los agentes y las variables que cada uno podía tener; por ejemplo, niveles de nutrición, niveles de alcohol en la sangre o el nivel de violencia de un individuo. Al final de cada fase se incluyó un círculo para compartir y escuchar las experiencias vividas durante ella, siendo esta una práctica regular entre los integrantes de esta comunidad.

La actividad de modelización formó parte un proyecto más amplio que constó de tres partes: la modelización corporizada, el uso de la simulación y el juego de los sellos, conocidos como *Grafemos*. La modelización corporizada la concibe como una forma de crear empatía con los usuarios, mientras que el uso de simulaciones computacionales proporciona a los usuarios la experiencia de trabajar con un producto terminado. En este caso, la exploración de la simulación se centró en comprender las ideas detrás de los sistemas complejos para luego contrastarlos con la cosmovisión de la comunidad. En el siguiente extracto, Marcela comparte cómo el uso de simulaciones genera experiencias significativas.

> Marcela: *Primero trabajamos con simulaciones "embodied" o corporizadas, … las maestras actuaran o se mimetizaran en el carácter de una mariposa. Las maestras actuaron y se comportaron como mariposas volando en el jardín.*
>
> [...] *es como tratar de tener empatía con el cliente, con el sistema que vas a introducir o diseñar. Luego trabajamos con Vmap y NetLogo que es cuando tú como usuario ya tienes contacto directo con el producto terminado.*
>
> *Pudieron jugar con el diseño del programa, pero no pudieron mover el background del programa. Ellas tuvieron contacto directo con el producto final que alguien diseñó para ellas.* […] *Se observó cuál fue la interacción entre el producto final y ellas.*

> [En la simulación] *Ellas no tenían mucha agencia más que modificar números a diferencia del sistema anterior que fue el "embodied" donde ellas actuaron como mariposas con ciertas reglas, pero no se les decía qué hacer.*
>
> [Después] *Eligen un tema, hacen una historia pequeña y hacen seis agentes y lo colocan en el dodecaedro. En un chart ponen los agentes y lo describen. Ellas no solo diseñan el agente, sino que le asignan un color a cada agente. Si son colores brillantes o radiantes son agentes positivos o alegres o si son colores opacos son agentes negativos.*

La aproximación pedagógica de Marcela se destaca por utilizar las simulaciones como un medio para comprender y abordar cuestiones relevantes en el contexto de una comunidad indígena. Su secuencia de aprendizaje consideró la modelización corporizada, simulación computacional y una discusión grupal sobre lo aprendido en las etapas previas. Esta secuencia permitió a los participantes experimentar conceptos en un contexto práctico y tangible antes de pasar a la abstracción de la simulación. Finalmente, la discusión colectiva contribuyó a una comprensión significativa de los fenómenos tratados en las simulaciones. Por ejemplo, durante esta etapa, la comunidad eligió discutir temas como la violencia, el abandono escolar y el alcoholismo entre menores de edad y sus familias.

Además, la pedagogía de Marcela buscaba establecer conexiones globales al relacionar el conocimiento occidental con ideas del contexto local, de forma similar a lo propuesto por Cordero et al. (2022). Asociamos esta perspectiva a la modelización socio crítica que tiene como meta pedagógica la comprensión crítica del contexto, y que se asocia con perspectivas emancipatorias (Kaiser & Sriraman, 2006). Esto no solo enriquece la práctica en la comunidad local, sino que también promueve un diálogo con diferentes sistemas de conocimiento que empodera a las comunidades indígenas para abordar desafíos y tomar decisiones informadas en un mundo globalizado.

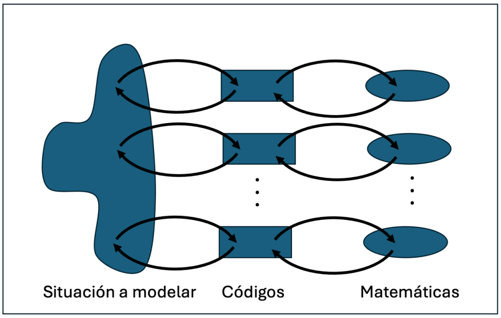
Conclusión

El estudio exploratorio que presentamos en este capítulo tuvo por finalidad identificar formas en las que educadores integran tareas de modelización usando simuladores y programación en contextos educativos. Para este propósito, entrevistamos a educadores, tanto de México como de Canadá, que han diseñado e implementado tareas que involucran a la modelización, la simulación y la programación, en particular, la programación de robots. De forma similar al conocimiento y competencia descritos por Gerber et al. (2022), identificamos la necesidad del profesor de usar la tecnología de forma fluida y poder ayudar a los estudiantes con el uso de ésta, pero sin presuponer una pedagogía específica. Decidimos enfocar nuestros resultados en aspectos que no identificamos en la literatura previa. Los resultados representan una contribución a este tema en el siguiente sentido. Notamos que la integración de la modelización en este contexto depende no solo de conocimiento especializado, sino también de los objetivos, pedagogía y perspectiva de modelización del educador. Por ejemplo, en el primer tema notamos que la programación de robots requiere microciclos de modelización, para los cuales no necesariamente se deja a los estudiantes que modelen de forma independiente, como sugieren Gerber et al. (2023). En lugar de esto, los maestros ayudaron a los estudiantes al enseñarles cómo programar los robots para realizar movimientos específicos, como girar y moverse cierta distancia. Por otro lado, los temas dos y tres enfatizan lo que se puede lograr con la modelización en términos del uso de simuladores como herramienta de apoyo pedagógico y a la simulación como herramienta para crear empatía y generar experiencia, que contrasta con el propósito de fomentar competencias de la modelización, ampliamente reportado en la literatura.

Otra contribución de este estudio corresponde a la identificación de *microciclos* de modelización en la programación de robots, consistente con la descomposición en el pensamiento computacional (Ang, 2021). En este caso, la programación debe considerar a la interacción del robot con el medio ambiente, por lo que se requiere de una validación con el entorno físico (ambiente) en el que opera el robot. Esta validación es consistente con los ciclos de modelización comúnmente propuestos en la literatura (Perrenet & Zwaneveld, 2012), pero tomando la programación como un paso adicional. En la programación en general, y en particular en la de robots, existen varios procesos de verificación conforme se crean distintas partes del código. Una representación alterna a la propuesta de Gerber et al. (2023) es la Figura 3, que incluye varios microciclos de modelización dentro del ciclo más amplio. Este ciclo no presupone una trayectoria específica, como consideran Molina-Toro et al. (2019) y Doerr et al. (2017). La Figura 3 nos muestra otros pasos que se podrían incluir en el ciclo de modelización, los cuales omitimos para resaltar los múltiples microciclos, así como la flexibilidad del proceso.

Figura 3

Ciclo de modelización en programación



También notamos una diferencia entre la perspectiva de Gerber et al. (2023) y los ejemplos que involucra simulación en nuestros datos. En el caso del profesor Omar, la simulación se vuelve el medio de trabajo en el que los estudiantes realizan la modelización, como lo proponen Molina-Toro et al. (2019), mientras que en el caso de la profesora Bárbara, la simulación se usa como sustituto de la realidad.

Finalmente, nuestros resultados son consistentes con la diversidad de aproximaciones y propósitos de la simulación. En particular, el propósito de Marcela de usar la simulación como medio para crear empatía no se había identificado en publicaciones previas. La aproximación de Marcela es consistente con la perspectiva socio-cultural (Kaiser & Sriraman, 2006) y con la agenda decolonizadora de Cordero et al. (2022), pero su elemento de creación de empatía parece ser innovador.

Una limitación de este estudio corresponde al número de participantes y de tareas incluidas. Sin embargo, logramos identificar diferencias con la perspectiva sobre la modelización descritas por Gerber et al. (2023), que se basan en el trabajo que se ha hecho por autores europeos, principalmente alemanes. En este sentido, nuestros resultados se suman a los esfuerzos de Cordero et al. (2022) de buscar perspectivas alternativas a las dominantes de Europa. Consideramos importante seguir explorando aproximaciones pedagógicas para la integración de la modelización matemática con herramientas digitales desde diversas perspectivas.

Agradecimientos

Agradecemos al Consejo de Investigación en Ciencias Sociales y Humanidades de Canadá por el apoyo a este proyecto a través del fondo SSRCH 430-2019-00382.

Referencias

Adiguzel, C., Cetinkaya, B., & Erbas, A. K. (2024). Developing conscious citizens through mathematical modelling. En H. S. Siller, V. Geiger, & G. Kaiser (Eds.), *Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (pp. 493–503). Springer. https://doi.org/nztm

Aguirre, J. M., Anhalt, C. O., Cortez, R, Turner, E. E. & Simic-Muller, K. (2019). Engaging teachers in the powerful combinations of mathematical modeling and social justice: *The Flint water task. Mathematics Teacher Education, 7*(2), 7–26. https://doi.org/nztn

Ang, K. C. (2021). Computational thinking and mathematical modelling. En F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in east and west* (pp. 19–34). Springer. https://doi.org/nxp8

Blum, W., & Leiβ, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics: Proceedings from the Twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (pp. 222–231). Woodhead Publishing. https://doi.org/nzrb

Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2010). Mathematical modelling in teacher education – experiences from a modelling seminar. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, y F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in mathematics education (CERME 6)* (pp. 2046–2055). Institut National de Recherche Pédagogique and ERME.

Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., & Higueras, L. R. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar: Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación matemática, 18*(2), 37–74. https://doi.org/n22b

Cevikbas, M., Greefrath, G. & Siller, H. S. (2023). Advantages and challenges of using digital technologies in mathematical modelling education–a descriptive systematic literature review. *Frontiers in Education, 8*. https://doi.org/nztp

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.* ICE/Horsori.

Cordero, F., Carranza, P., Rosa, M., & Otey, D. (2022). *La modelación en la vida de la gente.* Gedisa.

Doerr, H. M., Ärlebäck, J. B., & Misfeldt, M. (2017). Representations of modelling in mathematics education. En G. A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 71–81). Springer. https://doi.org/gjbg9g

Galbraith, P. (2024). Modelling, teaching and reflecting: What more I have learned? En H. S. Siller, V. Geiger, & G. Kaiser (Eds.), *Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (pp. 137-174). Springer, Cham. https://doi.org/n2kq

Gerber, S., Quarder, J., Greefrath, G. & H. S. (2023). Promoting adaptive intervention competence for teaching simulations and mathematical modelling with digital tools: Theoretical background and empirical analysis of a university course in teacher education. *Frontiers in Education (Lausanne),* 8. https://doi.org/nztq

Greefrath, G., & Siller, H.-S. (2017). Modelling and simulation with the help of digital tools. En G. A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications international perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 529–539). Springer. https://doi.org/nztr

Greefrath, G., Siller, H. S., Klock, H., & Wess, R. (2022). Pre-service secondary teachers' pedagogical content knowledge for the teaching of mathematical modelling. *Educational Studies in Mathematics, 109*(2), 383–407. https://doi.org/nztg

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM, 38*(3), 302–310. https://doi.org/df4smp

Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2015). *Qualitative research: A guide to design and implementation.* John Wiley & Sons.

Molina-Toro, J. F., Rendón-Mesa, P. A., & Villa-Ochoa, J. A. (2019). Research trends in digital technologies and modeling in mathematics education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15*(8). https://doi.org/nzts

Panggabean Jonny, H., Rajagukguk, D., & Rajagukguk, J. (2020). Computational modelling based on modellus to improve students' critical thinking on mechanical energy. *Journal of Physics: Conference Series, 1428*. 012042. https://doi.org/nztv

Papert, S. (1985). Different Visions of Logo. *Computers in the Schools, 2*(2–3), 3–8. https://doi.org/chq3sj

Peña, F., Preciado Babb, A. P., Solares Rojas, A., & Ortiz Rocha, A. J. (2023). Comparación de tendencias sobre la modelización matemática entre Latinoamérica y el resto del mundo: Una revisión bibliográfica. *Boletim de Educação Matemática, 37*(76), 532–554. https://doi.org/nztk

Perrenet, J. C., & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical modelling and Application, 1*(6), 3–21. https://pure.tue.nl/ws/portalfiles/portal/3584468/397091290505369.pdf

Preciado Babb, A. P., Peña Acuña, F., Ortiz Rocha, Y. A. & Solares Rojas A. (2023). Diversity of perspectives on mathematical modelling: A review of the international landscape. En G. Greefrath, S. Carreira & G. A. Stillman (Eds.), *Advancing and Consolidating Research on Applications and Modelling in Mathematics Education: Research from ICME 14* (pp. 43–57). Springer. https://doi.org/nztj

Stender, P. & Kaiser, G. (2017). The use of heuristic strategies in modelling activities. En T. Dooley, & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 10)* (pp. 1012–1019). DCU Institute of Education - ERME. https://hal.science/hal-01933448v1

Siller, H. S., Geiger, V., & Kaiser, G. (2024). Researching mathematical modelling education in disruptive times—An introduction. En H. S. Siller, V. Geiger, & G. Kaiser (Eds.), *Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (pp. 3–11). Springer. https://doi.org/nztt

Vorhölter, K., Greefrath, G., Borromeo Ferri, R., Leiß, D., & Schukajlow, S. (2019). Mathematical modelling. En H. N. Jahnke, & L. Hefendehl-Hebeker (Eds.), *Traditions in German-speaking mathematics education research, ICME-13 Monographs* (pp. 91–114). Springer. https://doi.org/nzj8

Wess, R., Klock, H., Siller, H. S., & Greefrath, G. (2021). *Measuring professional competence for the teaching of mathematical modelling: A test instrument*. Springer. https://doi.org/nzth

Zazkis, R., & Hazzan, O. (1998). Interviewing in mathematics education research: Choosing the questions. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(4), 429–439. https://doi.org/ds6pn5