

# Propuestas y perspectivas sobre la didáctica de la aritmética y del álgebra

Carlos Valenzuela García <sup>1</sup>  
Carolina Rubí Real Ortega <sup>2</sup>

## INTRODUCCIÓN

El Grupo de Trabajo Temático 4 (GTT4), nombrado “Didáctica de la aritmética y del álgebra”, surge como una de las temáticas de interés para discutir en el primer congreso de la Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática (SOMIDEM), que tuvo lugar del 9 al 14 de marzo de 2023 en modalidad virtual. El interés común de quienes participamos en este grupo es reflexionar y discutir sobre la realización de trabajos de investigación teóricos y empíricos que toman como objeto de estudio la enseñanza y aprendizaje de la aritmética y el álgebra desde diferentes enfoques. Por lo anterior, se recibieron trabajos que se realizan en distintos niveles educativos y que se basan en diferentes perspectivas o enfoques teóricos. En esta primera edición del congreso se presentaron 10 propuestas, de las cuales 6 se publican en extenso.

---

<sup>1</sup> carlos.valenzuela@academicos.udg.mx  
Universidad de Guadalajara, México  
<https://orcid.org/0000-0002-0776-5757>

<sup>2</sup> crealortega@gmail.com  
Escuela Normal Superior de México  
<https://orcid.org/0000-0003-2340-5628>

Valenzuela García, C., & Real Ortega, C. R. (2024). Propuestas y perspectivas sobre la didáctica de la aritmética y del álgebra. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 147–152). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-14>

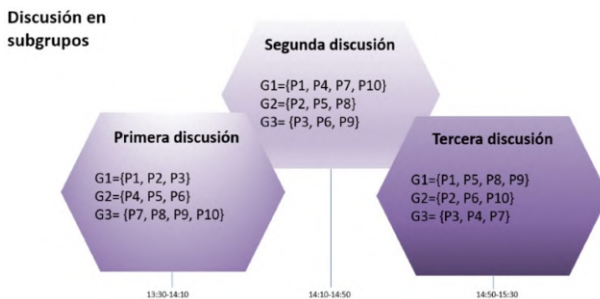
En lo siguiente se da cuenta de cómo se organizó el grupo de trabajo (GTT4), posteriormente se expone una síntesis de las temáticas y principales líneas de investigación en las que se identificaron las propuestas que se discutieron durante las sesiones de trabajo de este grupo temático. Con esto se da paso a la exposición de las propuestas en extenso de los miembros del GTT4.

### Organización del grupo de trabajo

Las discusiones en el grupo (GTT4) se organizaron en cuatro sesiones. En la primera sesión se hizo la presentación de los participantes y líderes del grupo, además de hacer una explicación sobre la dinámica de trabajo durante el congreso. Una vez hecha la introducción, en esta sesión se comenzó con la discusión en subgrupos, cuya intención fue que cada participante pudiera explicar brevemente su propuesta de una manera más amena, a la vez, el resto de los participantes hacían preguntas puntuales sobre cada una —previo a la reunión se encomendó a los participantes leer todas las propuestas recibidas en el grupo—. La discusión se hizo en tres momentos, organizadas como se muestra en la Figura 1, donde  $G_i$  representa el subgrupo y  $P_j$  los participantes  $i = 1, 2, 3$  y  $j = 1, \dots, 10$ . Las aportaciones debían ser consideradas para mejorar las exposiciones posteriores.

**Figura 1**

*Organización en subgrupos para discusión en el GTT4*



En la segunda y tercera sesión, los miembros del grupo expusieron sus propuestas, apoyándose de recursos tecnológicos para la comunicación; cada participante tuvo a su disposición diez minutos para exponer y otros diez minutos para discutir y recibir observaciones. En la cuarta sesión se hizo un cierre, en donde surgieron reflexiones sobre las temáticas expuestas y perspectivas para el futuro, información que se retomó durante el informe final del grupo.

### Principales temáticas discutidas en el GTT4

Entre las propuestas recibidas, identificamos que tres de ellas toman como objeto matemático de estudio temáticas relacionadas principalmente con la

aritmética, entre ellas se pueden mencionar la multiplicación y la proporcionalidad, el sistema decimal de numeración y los números naturales, así como el desarrollo del sentido numérico, específicamente sobre los números reales. Otros cinco estudios se relacionan con temáticas asociadas principalmente al álgebra, estas son el uso de la variable como incógnita específica, ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones lineales, así como situaciones referidas a la simbolización algebraica, el desarrollo del pensamiento algebraico a través del estudio de la equivalencia de polinomios, y un análisis sobre el concepto de vector. Asimismo, hemos considerado dos estudios con temáticas asociadas a la transición de la aritmética al álgebra desde edades tempranas; en este caso, se trata de dos estudios que buscan desarrollar el pensamiento funcional de niños de educación infantil a partir de la observación y descripción de cambios, asociados a cantidades y magnitudes.

Las investigaciones expuestas en el GTT4 se desarrollaron en diversos niveles educativos. Cuatro de ellas en educación superior –alumnos con más de 17 o 18 años de edad—, de las cuales tres se experimentaron con futuros profesores de educación primaria, mientras que la otra investigación se desarrolló con dos grupos de estudiantes, uno del programa de ingeniería física y otro del programa de matemáticas aplicadas. Dos de las investigaciones tuvieron lugar en el nivel medio superior, también conocido en México como Bachillerato –estudiantes con edades entre 15 y 18 años—. Un estudio se llevó a cabo con alumnos de secundaria –edades entre 12 y 15 años—, dos investigaciones se desarrollaron en preescolar –alumnos entre 3 y 6 años de edad—, y una no se centró en los procesos cognitivos de un grupo de individuos en particular, sino que en ella se hace un análisis de contenido en libros de texto para la educación superior.

### **Temáticas relacionadas con la aritmética**

En este grupo, Virginia Garrido-Adame, Olimpia Figueras y Minerva Martínez-Ortega presentaron un estudio en el que describen experiencias sobre la implementación de actividades diseñadas ad hoc, cuya intención es generar la reflexión de los estudiantes de nivel medio superior sobre el uso y las distintas formas de representar a los números reales. Como resultado de la descripción de esas reflexiones y experiencias, las autoras ven necesario hacer una propuesta para promover el desarrollo del sentido numérico de estudiantes de dicho nivel educativo.

Por su parte, Sara Lizbeth González Santiago mostró evidencia de un estudio en el que hace una propuesta de intervención centrada en los docentes en formación, para que ellos analicen el sistema decimal de numeración y el número natural, y así puedan identificar condiciones necesarias y suficientes para que estos contenidos matemáticos sean construidos en la

escuela primaria por niños de ese nivel académico. En su propuesta, la autora propone el uso de materiales didácticos, como los cubos multibase.

Otra investigación en esta línea es la que desarrollan Daniel Robles Minquini y Adriana Nieto Díaz, estos autores presentaron los resultados de un estudio cualitativo en el que diseñaron tareas sobre proporcionalidad para observar cómo su realización influye en el conocimiento de la multiplicación de los futuros profesores de primaria.

### **Temáticas relacionadas con el álgebra**

En esta línea, Noelia Londoño Millán, Sahira Zulema Dávila Gómez y Alibeit Kakes Cruz diseñaron y aplicaron tres instrumentos para analizar las concepciones o ideas sobre ecuaciones lineales que tenían estudiantes de nuevo ingreso de las carreras de ingeniería física y matemáticas aplicadas. Entre los resultados se resaltaron dos ideas de los alumnos respecto a las ecuaciones lineales, la primera está asociada a la ecuación lineal como una línea recta, mientras que la segunda está relacionada con el exponente uno que deben tener involucradas las literales en la ecuación. Por lo anterior, las autoras destacan la necesidad de ampliar durante la enseñanza del álgebra lo que refiere a la dimensión de los números reales, porque las concepciones de los alumnos dejan entrever un conocimiento incompleto.

Con la intención de favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico de estudiantes de secundaria, Eliana Valeria Leyva Cota y María Teresa Dávila Araiza, diseñaron una secuencia didáctica en la que hacen uso de patrones numéricos figurales y el método ACODESA (Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico, Auto reflexión). La implementación de esa secuencia en un estudio piloto les permitió a las autoras identificar que la situación problema, fue accesible para los estudiantes, quienes incluso pudieron transitar desde el conteo de elementos en las primeras figuras de una sucesión hasta la formulación de una expresión general para el cálculo de la cantidad de elementos.

Por su parte, Adriana Nieto Díaz y Daniel Robles Minquini exploraron sobre los procesos de pensamiento algebraico de un grupo de docentes en formación, para ello, diseñaron y aplicaron un cuestionario en línea en el que se resolvieron tareas matemáticas relacionadas con el uso de la variable como incógnita específica. Entre los resultados, se mencionó que los procesos de pensamiento algebraico de los estudiantes estaban limitados a la identificación de la incógnita, presentando dificultades para expresar algebraicamente la relación entre la incógnita y los datos.

Un estudio llevado a cabo en el nivel medio superior fue presentado por Mariano Ledezma Quiros y Ulises Xolocotzin Eligio, quienes exploraron la relación entre los niveles del Sentido de la Estructura en Álgebra (SEA) y el conocimiento conceptual y procedimental de estudiantes de ese nivel

educativo. Para ello, los autores diseñaron e implementaron una tarea de equivalencias de polinomios, observando las estrategias de solución de los estudiantes a partir de protocolos verbales retrospectivos y análisis de contenido. Entre sus resultados, los autores afirman que los estudiantes con niveles más altos de SEA también tienen mayor flexibilidad procedimental.

El último trabajo de investigación enmarcado en una temática relacionada con el álgebra es el que presentaron Francisco Javier Anaya-Puebla e Ivonne Twigg Sandoval Cáceres; como parte de este estudio, se expuso un análisis de libros de texto acerca del concepto de vector. Para ello, se seleccionaron cuatro libros que son referidos en diversos planes de asignatura de universidades tecnológicas y politécnicas. Como resultado de ese análisis, los autores reportaron diversas notaciones para un vector empleadas en los libros, ya sea para representarse algebraica o geoméricamente; algunas de esas notaciones son:  $u$ ,  $v$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $k$ ,  $\vec{A}$ , o como  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$ , escritos en su forma matricial, ya sea como vector columna o vector renglón. De acuerdo con los autores, estas diferencias y variación en la notación de un vector puede dificultar la comprensión de los estudiantes, por ello, es importante que se entiendan y se asocien a sus distintas representaciones, además de promover un tratamiento y coordinación entre ellas.

### **Temáticas relacionadas a la transición de la aritmética al álgebra**

M. Lourdes Anglada Pozo, Sandra Fuentes Mardones y María C. Cañadas Santiago, expusieron sobre dos estudios, ambos tomando como objeto central al pensamiento funcional de niños de tres años de educación infantil. En estos estudios se hizo la observación y la descripción de cómo los infantes perciben y expresan el cambio cuando trabajan con una máquina de funciones que los realiza. Uno de los estudios da cuenta de cambios asociados principalmente a la magnitud, y el otro de descripciones asociadas a cambios en cantidades.

### **Consideraciones finales como producto de reflexión en el GTT4**

Como parte de las reflexiones que se hicieron en el grupo, todos acordamos la importancia de incorporar trabajos de investigación que integren el uso de tecnología digital como un medio, ya sea para que las matemáticas sean más accesibles, personalizables o para contribuir a la mejora del conocimiento aritmético y algebraico de los estudiantes. Actualmente existe una disponibilidad de recursos en línea, por lo que los estudiantes tienen acceso a una abundancia de tutoriales, videos educativos y ejercicios prácticos que pueden complementar su aprendizaje en el aula. Los profesores también pueden aprovechar estas herramientas para complementar su instrucción. Además, la tecnología digital ofrece un nivel de personalización, pues los estudiantes pueden avanzar a su propio ritmo, fomentando así, quizá, menor frustración. Asimismo, el diseño de aplicaciones, programas interactivos y el

uso de software permite a los estudiantes explorar conceptos de una manera mucho más dinámica, lo que puede contribuir a comprender aspectos fundamentales de algún concepto matemático. Sin embargo, a pesar de la necesidad de la incorporación de la tecnología en el aula, se resaltó como fundamental el papel del profesor, ya que él puede propiciar espacios adecuados para lograr el aprendizaje de las matemáticas de sus estudiantes en coordinación con los recursos tecnológicos. Por ello, esto debe ser objeto de estudio y discusión.

Otro punto que se resaltó en las discusiones se refiere a la importancia de promover el sentido numérico y el pensamiento algebraico desde edades tempranas. En el grupo temático se recibieron algunas propuestas al respecto, pero pocas orientadas hacia el nivel básico. Así, para la próxima edición del congreso, uno de los retos que nos planteamos como líderes es promover la participación de más investigación en ese sentido para lograr un equilibrio. Además, buscaremos exponer más resultados de investigación que tomen como objeto de estudio los distintos tipos de números, sus representaciones, relaciones y operaciones, así como aquellos estudios que ponen de relieve la importancia en la transición de la aritmética al álgebra. Por lo anterior, desde ahora invitamos a los lectores a tomar en cuenta este grupo temático para enviar sus propuestas en la próxima celebración del congreso SOMIDEM.