

Secuencia didáctica con uso de patrones numéricos figurales, utilizando ACODESA, para el desarrollo del pensamiento algebraico de alumnos de primer grado de secundaria en México

Eliana Valeria Leyva Cota ¹
María Teresa Dávila Araiza ²

RESUMEN

Se describirá la prueba piloto de una de las actividades que integran el diseño preliminar de una secuencia didáctica orientada a favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico de estudiantes de secundaria en México, haciendo uso de situaciones problema de patrones figurales y fomentando la visualización y la descomposición de las figuras de una sucesión. La actividad didáctica, así como la secuencia, está fundamentada en el método ACODESA (Hitt & Quiroz, 2019) y en la generalización algebraica de Radford (2008). A partir de la prueba piloto, se identificó el potencial de la organización de la actividad matemática propuesta por el método ACODESA, así como la complejidad de la explicitación de patrones identificados en las figuras, que deberá ser atendida por el diseño final de la secuencia didáctica.

PALABRAS CLAVE

Pensamiento algebraico, Patrones figurales, ACODESA.

¹ a221230129@unison.mx
Universidad de Sonora, México
<https://orcid.org/0009-0008-0793-5294>

² maria.davila@unison.mx
Universidad de Sonora, México
<https://orcid.org/0000-0003-3353-145X>

Leyva Cota, E. V., & Dávila Araiza, M. T. (2024). Secuencia didáctica con uso de patrones numéricos figurales, utilizando ACODESA, para el desarrollo del pensamiento algebraico de alumnos de primer grado de secundaria en México. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 173–179). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-17>

INTRODUCCIÓN

Diversas investigaciones, enmarcadas en las corrientes denominadas Pre-álgebra y Álgebra temprana (early-algebra), han mostrado que estudiantes de nivel preescolar y primaria pueden llevar a cabo actividades de tipo algebraico, destacando la importancia del desarrollo del pensamiento algebraico desde edades muy tempranas mediante actividades que estimulen los procesos matemáticos y la habilidad de generalizar.

Kieran (2020) plantea tres tipos de actividades en el álgebra escolar que fomentan el desarrollo del pensamiento algebraico. Particularmente, la autora destaca las actividades generacionales, que son aquellas que permiten la construcción del significado correspondiente a los conceptos del álgebra y, a su vez, son pertinentes para la introducción al contenido algebraico.

Las actividades con patrones son tareas de tipo generacional y han sido consideradas como una vía de acceso para el desarrollo del pensamiento algebraico (Zapatera, 2018), por lo cual, ha sido de interés retomar este tipo de actividades con el objetivo de diseñar e implementar una secuencia didáctica dirigida a estudiantes de primer grado de secundaria.

Hasta el momento se ha realizado un diseño preliminar de la secuencia didáctica, que parte de situaciones problema de generalización de patrones numéricos figurales y, como estrategia didáctica, busca favorecer la visualización y descomposición de las figuras de una sucesión figural para la identificación de patrones en ellas y la obtención de una expresión general que permita calcular los elementos de cualquier figura de la sucesión.

Con el propósito de refinar el diseño preliminar de la secuencia didáctica, se realizó una prueba piloto de una de las actividades de la secuencia. Esto será descrito con detalle, así como sus implicaciones en el diseño definitivo de la secuencia didáctica.

ELEMENTOS TEÓRICOS

Para el diseño de la secuencia didáctica se seleccionó el método de enseñanza ACODESA (Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico, Auto reflexión) (Hitt & Quiroz, 2019) y la caracterización de la generalización algebraica de patrones de Radford (2008).

El método ACODESA organiza la actividad matemática en cinco etapas en las que se espera que el estudiante sea capaz de desarrollar el aprendizaje matemático al abordar la resolución de una situación problema de manera individual y luego colectiva. El método conlleva la gestión áulica, promoviendo la interacción entre los estudiantes y el profesor, de manera que las producciones individuales de los estudiantes (representaciones espontáneas) vayan evolucionando en cada etapa.

Por otra parte, se toma como marco de referencia la generalización algebraica de Radford (2008), quien describe los siguientes tres momentos de importancia al abordar actividades de generalización de patrones:

Figura 1

Etapas de generalización de patrones de Radford



Según Radford (2008, p. 84), al examinar una sucesión se tiene como primer paso identificar lo común en algunos términos con el fin de extenderlo al resto de los que componen la sucesión. Al identificar características comunes en casos particulares se genera una hipótesis aplicable al resto de los términos, con la cual se podrá proporcionar una expresión correspondiente que permita calcular cualquier elemento de la sucesión.

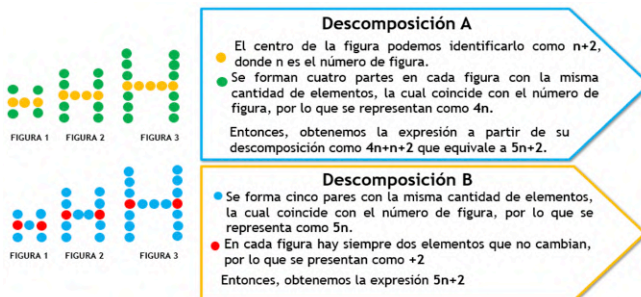
PROPUESTA DIDÁCTICA

Se tiene como propósito diseñar una secuencia de tres actividades didácticas, que en conjunto pretenden coadyuvar en el desarrollo del pensamiento algebraico de los estudiantes, favoreciendo la habilidad de visualizar y descomponer de diferentes maneras las figuras de una sucesión para poder avanzar hacia la generalización algebraica.

Al realizar actividades que involucran secuencias figurales numéricas, la visualización se hace presente en la asociación de un algoritmo de cálculo y un proceso aritmético-geométrico (Cortés, Hitt & Saboya, 2016). Por ello, es uno de los propósitos de la propuesta involucrar un procedimiento de descomposición en las figuras con el que se pueda determinar el número de elementos que tiene, así como expresar algebraicamente una fórmula para calcularlo, tal como se ilustra en el siguiente ejemplo (adaptado de Kohanová & Solstad, 2019):

Figura 2

Ejemplo de descomposición



Prueba piloto de una actividad didáctica

El diseño preliminar de una de las tres actividades que integran la secuencia didáctica fue puesto a prueba con el propósito de identificar si la situación problema era entendible y de interés para los estudiantes, si el lenguaje empleado era adecuado al nivel educativo, si se detonaba una actividad matemática que permitiera identificar rasgos de generalización algebraica, si era posible discutir con los estudiantes distintas descomposiciones para las figuras de la secuencia y, finalmente, generar ideas que permitieran el diseño de las etapas de institucionalización y autorreflexión (Hitt & Quiroz, 2019) que faltaba integrar al diseño de las actividades de la secuencia didáctica.

El diseño preliminar de la actividad incluyó solamente las primeras tres etapas del método ACODESA, por lo que se realizaron actividades de forma individual, en equipo y grupalmente.

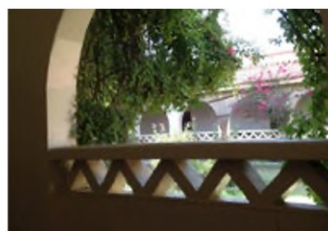
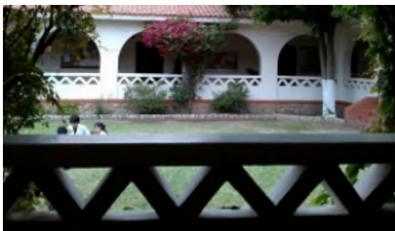
La prueba piloto del diseño preliminar de la actividad se llevó a cabo con seis estudiantes de primer grado de secundaria de una escuela pública que ya habían estudiado problemas de patrones en su clase de matemáticas. Los estudiantes fueron organizados en dos equipos de tres integrantes cada uno.

La situación problema con la que inició la actividad implementada en la prueba piloto fue la siguiente:

Una empresa que se dedica a la construcción y diseño de casas y jardines es reconocida por su baranda estilo catalana, que es un trabajo realizado con ladrillos que forman triángulos, tal como se muestran en las imágenes siguientes:

Figura 3

Ejemplos de la construcción



El trabajador encargado de realizar la construcción busca ahorrar y evitar desperdicio o falta de material y, a su vez, agilizar el tiempo que le lleva hacer la construcción. Una estrategia sería encontrar la manera de obtener el número de ladrillos necesarios para la construcción de la baranda, sin la necesidad de hacer trazos ni el conteo de cada ladrillo.

Al dar inicio con la etapa individual, se hizo lectura de la situación problema. Los estudiantes no tuvieron dudas o confusiones respecto al contexto y su relación con la secuencia. Durante esta primera etapa se identificó que la mayoría de los estudiantes llegaron a una regla general, sola-

mente un estudiante no contestó correctamente cuando se le preguntó por el total de ladrillos de la figura 5; su respuesta fue que se necesitaban 10 ladrillos.

Figura 4

Secuencia figural correspondiente a la situación



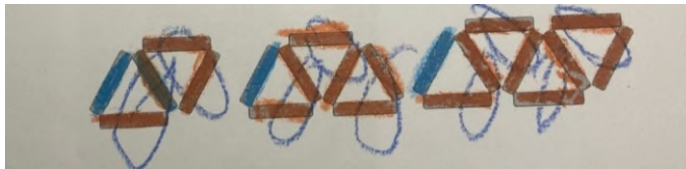
En la etapa de colaboración en equipo, los estudiantes del equipo 1 compararon sus dibujos y resultados, y la mayoría obtuvo la regla $2n+1$, la cual usaron durante el resto de la actividad. Por otro lado, en el equipo 2, un integrante comenzó a refinar la representación espontánea (Hitt & Quiroz, 2019), elaborada de manera individual en la primera etapa de la actividad con ayuda de su compañero de equipo, quien le mencionó que debía identificar la diferencia entre cada término de la sucesión.

Al preguntarle a los miembros del equipo 1 qué número de figura representaba aquella que realizaron, una participante comenzó a hacer el conteo de cada ladrillo, cuando fue interrumpida por un compañero que le indicó: “solo cuenta los triángulos que hay”, y comenzó el conteo señalando cada triángulo, lo cual indica un refinamiento hacia la construcción de representaciones socialmente construidas.

En la etapa de discusión grupal, cada equipo expuso lo que consideró como una manera fácil y sencilla de que el trabajador calculara el número de ladrillos necesarios para la obra que le soliciten. Ambos equipos expusieron sus propuestas mediante el uso de uno o varios ejemplos. Pero, en el caso del equipo 1, un integrante comentó “la regla es el doble de triángulos más uno, por lo que n es el número de triángulos que quiere construir”.

Figura 5

Ejemplo de descomposición



Al terminar con su exposición, se trabajó en el pizarrón, donde, con la intervención de la conductora de la prueba piloto, se intentó identificar diferentes descomposiciones de las figuras y usar colores para resaltar las partes en que se descomponían. Una de las descomposiciones identificadas se presenta en la Figura 5, en la cual se coloreó de azul el primer ladrillo de

cada figura y se formaron pares de ladrillos que coincidían con el número de triángulos en la figura. Esta descomposición corresponde con la regla $2n + 1$, donde identificaron que el número de pares es el mismo que el número de la figura.

REFLEXIONES FINALES

La prueba piloto llevada a cabo permitió identificar que la situación problema fue accesible para los estudiantes, quienes pudieron transitar desde el conteo de elementos en las primeras figuras de la sucesión hasta la formulación de una expresión general para el cálculo de la cantidad de elementos (en este caso, ladrillos) de cualquier figura.

El diseño de tareas para realizarse en equipo tuvo un papel importante en la identificación de respuestas incorrectas obtenidas en la etapa de actividad individual y la ampliación o mejora en las estrategias de conteo, así como en la formulación de la expresión general. Por lo importante de esta etapa de colaboración en equipo, sería deseable que el diseño de la secuencia incluya el uso de materiales manipulables que faciliten que los estudiantes compartan con los integrantes del equipo la manera como construyen las figuras, en aras de hacer visibles diferentes patrones que usan para ello y para contar los elementos en cada una de las figuras.

Por otro lado, la discusión grupal permitió plantear como estrategia de conteo el uso de colores para indicar la estructura subyacente en cada una de las figuras, relacionada con diferentes patrones identificados por los estudiantes. Sin embargo, se puso de manifiesto que este tipo de tratamiento en las figuras no es algo común en el aula y que puede no ser una estrategia natural de los estudiantes, por lo cual debe ser favorecida por la secuencia didáctica de manera cuidadosa.

Las etapas faltantes en el diseño de la secuencia, institucionalización y autorreflexión (Hitt y Quiroz, 2019) deberán reforzar la explicitación de los patrones identificados por los estudiantes en las figuras mediante el uso de colores, así como su relación con la expresión general obtenida.

REFERENCIAS

- Espacio de Trabajo Matemático en un Ambiente de Papel, Lápiz y Tecnología en la Escuela Secundaria. *Boletim de Educação Matemática*, 30(54), 240–264.
<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a12>
- Hitt, F., & Quiroz, S. (2019). La enseñanza de las matemáticas en un medio sociocultural y tecnológico. En S. Quiroz, E. Núñez, J. Soto, & M. Sabolla (Eds.) *Investigaciones teórico prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico* (pp. 11–30). México: Editorial AMIUTEM.
<https://bit.ly/43R68QR>

- Kieran, C. (2020). Algebra Teaching and Learning. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 36–43).
<https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0>
- Kohanová, I., & Solstad, T. (2019). Linear figural patterns as a teaching tool for preservice elementary – the role of symbolic expressions (pp. 574–581). En U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Eleventh congress of the European society for Research in Mathematics Education*. Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University, Netherlands-ERME. <https://bit.ly/4asbZ1q>
- Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM*, 40(1), 83–96. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0>
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *NÚMEROS Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 97, 51–67. <https://bit.ly/3PV3iVC>