

# El uso de la literal como incógnita específica en docentes en formación

Adriana Nieto Díaz <sup>1</sup>

## RESUMEN

El objetivo de esta investigación es explorar los procesos de pensamiento algebraico en la resolución de tareas matemáticas, relacionados con el uso de la variable como incógnita específica de los docentes en formación, quienes en su mayoría muestran dificultades para comprender el significado del uso de las letras en el álgebra y su operatividad. La investigación con enfoque cualitativo se sustenta en un diseño etnometodológico. Para la recolección de la información se aplicó a cinco estudiantes de segundo semestre un cuestionario en línea con tareas matemáticas. Los resultados muestran que los procesos de pensamiento algebraico de los estudiantes se limitan a la identificación de la incógnita, presentando dificultades al momento de expresar algebraicamente la relación entre la incógnita y los datos, y al operar para encontrar el valor desconocido para la resolución de los problemas.

## PALABRAS CLAVE

Álgebra, Razonamiento, Educación Matemática, Formación del profesorado de primaria, Ecuaciones.

---

<sup>1</sup> [adriana.nieto@aefcm.gob.mx](mailto:adriana.nieto@aefcm.gob.mx)

Benemérita Escuela Nacional de Maestros, México

<https://orcid.org/0009-0004-5752-8946>

Nieto Díaz, A. (2024). El uso de la literal como incógnita específica en docentes en formación. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 181–189). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-18>

## INTRODUCCIÓN

Se ha observado en muchos estudiantes, tanto de secundaria como de educación media superior y superior, dificultades con el uso del álgebra simbólica debido a que cometen errores de manera generalizada al no entender el significado de los elementos algebraicos. Al respecto, numerosas investigaciones, como las realizadas por Butto y Rojano (2004), Filloy y Rojano (1985), Mason (1999) y Ursini et al. (2016), entre otras, han evidenciado que la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para comprender el significado y operatividad del uso de las letras en el álgebra.

Esta situación se ha hecho evidente en las aulas de la Benemérita Escuela Nacional de Maestros (BENM), donde la mayoría de los alumnos de la Licenciatura en Educación Primaria (LEP), al enfrentarse a un problema algebraico, continúan con el uso de métodos que les funcionaban en aritmética. Los estudiantes no identifican las relaciones entre distintos elementos de las estructuras matemáticas, es decir, no comprenden el significado de la variable en el álgebra y sus usos, lo que Ursini et al. (2016) han definido como los tres usos de la variable en su modelo 3UV: incógnitas específicas, números generales y variables (relaciones funcionales).

Estos usos de la variable están presentes en el currículo de educación primaria, por lo que se requiere que el estudiante normalista desarrolle capacidades básicas para operar con flexibilidad las literales en cada uno de sus usos.

Ante esto, resulta relevante explorar los procesos de pensamiento algebraico de los estudiantes normalistas en la resolución de tareas matemáticas, para identificar los aspectos característicos del modelo 3UV de Ursini et al. (2016) relacionados con el uso de la literal como incógnita específica.

En la investigación se analizaron las respuestas de los estudiantes en las prácticas de la resolución de dichas tareas de álgebra, con base en la simbolización, manipulación e interpretación. Se trabajó con preguntas de investigación como: ¿cómo simbolizan los elementos desconocidos? ¿qué expresiones matemáticas utilizan? y ¿qué operaciones realizan para determinar los valores específicos de la incógnita?

El referente teórico utilizado para la investigación se basó en el modelo 3UV, el cual se origina del análisis del contenido matemático de los libros de texto de educación básica, donde esencialmente intervienen los tres usos de la variable.

La metodología se sustentó en un diseño etnometodológico, donde se estudiaron empíricamente las actividades prácticas realizadas por los estudiantes al resolver problemas, como tareas matemáticas, para descubrir el procedimiento que utilizan. Se recolectó información aplicando un cuestionario en línea con tareas matemáticas del modelo de los tres usos de la variable de Ursini et al. (2016).

Los resultados generados del análisis cualitativo mostraban la manera en la que cada estudiante resolvió los problemas del cuestionario de tareas matemáticas relacionadas con el uso de la literal como incógnita. Se reconocieron procesos de pensamiento algebraico limitados a la identificación de la incógnita y dificultades al momento de expresar algebraicamente la relación entre la incógnita y los datos, así como al operar para encontrar el valor desconocido para la resolución del problema.

## MARCO TEÓRICO

El pensamiento algebraico es un proceso mental que, como mencionan Butto y Rojano (2010) “involucra la comprensión de las relaciones funcionales, la generalización de patrones y de relaciones numéricas, el trabajo con la estructura, el simbolismo y la modelización como medios de expresión, y la formalización de generalizaciones”. En palabras de Rojano en MatEduMat (2022), esto corresponde al sentido de la estructura en álgebra que implica reconocer una regla en su forma más simple para después reconocer una regla algebraica en una expresión compleja y hacer uso de esta estructura para resolver tareas algebraicas. (p. 58)

De aquí surge la complejidad y las dificultades que algunos alumnos enfrentan en los cursos de álgebra, como es el caso de los estudiantes de la Normal ubicada en la zona urbana del Occidente de Guadalajara. En este lugar, Hinojosa (2019) desarrolló una investigación en la que identificaron dificultades de los estudiantes al trabajar con el reconocimiento de patrones y su representación, estudiando el desarrollo del pensamiento algebraico y su influencia en el desempeño de la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria. Se consideraron los 3 usos de la variable (Modelo 3UV), definidos por Ursini et al. (2016).

El referente teórico utilizado para esta investigación se basa en el modelo 3UV, “este modelo surge al analizar qué es lo que se requiere para poder resolver los ejercicios y problemas típicos que aparecen en los textos escolares de álgebra elemental”, identificando una serie de “aspectos” con distintos niveles de abstracción que el alumno debe enfrentar al realizar tareas matemáticas (Ursini & Trigueros, 2006, p.7).

El caso del uso de la variable como incógnita específica considera que el alumno para resolver un problema necesita:

1. Reconocer e identificar la existencia de algo desconocido que se puede determinar, con base en los valores conocidos.
2. Simbolizar el valor desconocido mediante una literal.
3. Relacionar el valor desconocido con los datos que proporciona el problema mediante una expresión algebraica.
4. Realizar las operaciones necesarias para determinar los valores específicos de la incógnita.

5. Sustituir en la expresión algebraica planteada los valores encontrados para comprobar que son los correctos (pp. 24–25).

El modelo 3UV es multifuncional debido a que se ha utilizado como instrumento para diseñar actividades didácticas para alumnos, como herramienta en el diseño de instrumentos de diagnóstico y evaluación, y como estrategia de enseñanza de giro en espiral. Este último aspecto se desarrolla en dos fases; en la primera, el alumno trabaja con un uso de la variable a la vez, para fortalecer la comprensión de los aspectos que la caracterizan, y en la segunda fase realizan actividades resolviendo tareas matemáticas. El alumno debe tener la capacidad para transitar de manera flexible entre los tres usos de la variable; en cada giro de la espiral se presentan tareas matemáticas elevando el grado de dificultad de los problemas.

## METODOLOGÍA

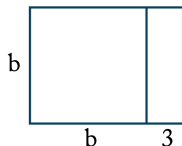
La investigación se desarrolló con el enfoque cualitativo sustentado en un diseño etnometodológico, que se basa en el sentido práctico del quehacer cotidiano de los alumnos de tercer semestre que cursan la materia Álgebra su aprendizaje y enseñanza en la LEP de la BENM. Se propuso la resolución de un cuestionario con tareas matemáticas de álgebra, relacionadas con el uso de la variable como incógnita específica, planteado por Ursini et al. (2016), para dar respuesta a las preguntas de investigación: ¿Cómo simbolizan los estudiantes normalistas los elementos desconocidos en un problema que requiere el uso de la variable como incógnita específica? ¿Qué expresiones matemáticas utilizan los estudiantes normalistas al interpretar la relación de la incógnita específica con los datos proporcionados en el problema? ¿Qué operaciones realizan los estudiantes normalistas para determinar los valores específicos de la incógnita?

El instrumento empleado corresponde a una réplica de los instrumentos de diagnóstico del modelo 3UV, conformados por dos cuestionarios con 10 problemas o actividades cada uno, cuyo objetivo era explorar el grado en el que cada estudiante desarrollaba los distintos aspectos que componen los tres usos de la variable. Para el caso del presente documento se seleccionó el siguiente problema, el cual requiere que se reconozca la incógnita, manipularla para establecer la ecuación y calcular su valor:

El área de la siguiente figura es  $27 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál es el área del cuadrado de lado  $b$  si la base del rectángulo de la derecha mide  $3 \text{ cm}$ ?

### Figura 1

*Actividad I del cuestionario I del modelo 3UV*



El instrumento ha sido aplicado en numerosas ocasiones, con estudiantes mexicanos de secundaria, de niveles medio superior y superior, para demostrar su fiabilidad, según lo plantean los resultados de investigaciones como las de López (1996); Ursini y Trigueros (1997); Ursini, Trigueros y Lozano (2000); Juárez López (2002) y Ursini y Trigueros (2004).

En lo que respecta a la selección de la muestra, el cuestionario se aplicó a cinco estudiantes, con edades entre 19 y 22 años, que participaron de forma voluntaria. Los estudiantes cursaban el tercer semestre de la LEP en la BENM del Plan de Estudios 2012, realizando sus estudios de nivel medio superior en instituciones públicas. (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2012)

El análisis de los resultados generados a partir de la aplicación del cuestionario, con énfasis en el significado de la variable como incógnita específica, se realizó con base en los criterios de las cinco categorías teórico-conceptuales definidas por Ursini et al. (2016) en su modelo 3 UV:

- 1) Reconocer cuál es la incógnita del problema
- 2) Simbolizar la incógnita;
- 3) Relacionar la incógnita con los datos;
- 4) Operar y
- 5) Comprobar que el resultado sea correcto.

## RESULTADOS

Al analizar las respuestas de los sujetos denominados J, Ve, P, S y Va en las prácticas realizadas para la resolución de tareas matemáticas de álgebra —basadas en la simbolización, manipulación e interpretación del uso de la variable como incógnita específica, en las cinco categorías de análisis del modelo 3UV de Ursini et al. (2016)— se obtuvieron los siguientes resultados:

En resumen, en la primera categoría de análisis, los cinco estudiantes logran reconocer la literal planteada en los problemas como una incógnita específica al identificar la existencia de algo desconocido que es posible determinar.

En la segunda categoría, cuatro de los estudiantes conservan la literal tal como se plantea en los problemas. Uno de ellos la cambia por la letra “ $x$ ”, lo cual puede atribuirse a una praxeología matemática de la educación secundaria y media superior, esto es a la estructura lógica de las acciones conscientes de los estudiantes al resolver tareas matemáticas en estos niveles educativos.

En la tercera categoría, los cinco estudiantes relacionan los datos proporcionados en el problema con la incógnita presentada, estableciendo expresiones relacionadas con el cálculo del tamaño de la superficie del cuadrilátero.

**Tabla 1**

*Resultados de los participantes en la investigación, según las categorías de análisis del modelo 3UV*

Categorías de análisis	Resultados
1. Reconocimiento de la incógnita	Los sujetos J, Ve, P, S y Va, reconocen la literal “b” como algo desconocido.
2. Simbolización de la incógnita	Los sujetos J, Ve, P y S, simbolizan la incógnita con la letra b, tal como se plantea en el problema, es decir no la sustituyen por otra literal. El sujeto Va sustituye la literal proporcionada en el problema por la literal “x” al parecer le resulta más familiar para operar.
3. Relación incógnita- datos	El sujeto J, relaciona la incógnita con los datos del problema colocando los valores de la medida de las magnitudes de los lados de las figuras, como: cuadrado $L \times L = 3 \times 3$ y rectángulo $b \times h = 3 \times 9$ El sujeto Ve, relaciona la incógnita con los datos proporcionados en el problema planteando una ecuación de segundo grado, al aplicar la propiedad distributiva a los factores del área del cuadrilátero, esto es: $(b + 3) b = 27$ a $b^2 + 3b = 27$ El sujeto P, identifica el área del cuadrilátero como $b^2 + (b \times 3) = 27$ , planteando la ecuación cuadrática $b^2 + 3b = 27$ El sujeto S, relaciona la incógnita con los datos proporcionados en el problema, planteando una expresión de equivalencia entre el área proporcionada y el área de un triángulo, es decir, $27 = (b \times h)/2$ , en la búsqueda del área de un paralelogramo. El sujeto Va, ilustra un cuadrilátero de base $3 + x$ y altura 3 (se desconoce cómo asignó este valor a la altura), expresando la ecuación como: $3(x + 3) = 27$
4. Operación	El sujeto J, hace uso de las fórmulas para calcular el área del cuadrado y el rectángulo. El sujeto Ve, realiza operaciones para despejar el valor de la incógnita utilizando el método Euleriano de $(b + 3) b = 27$ ; $b = 27 / (b + 3)$ , sin embargo muestra dificultades al aplicar las propiedades de los números racionales, expresando $b = 1 / b + 27/3$ El sujeto P, al enfrentarse a una ecuación cuadrática, no presenta evidencias para operar dicho planteamiento. El sujeto S, opera $27 = (b \times h)/2$ como $27 = (b + 3 \times h)/2$ ; $27 = (b + 3)/2$ ; $b = (3 - 27)/2$ ; $b = 24/2$ ; $b = 12$ ; para encontrar el valor de h, opera como $27 = h/2$ ; $h = 27/2$ ; $h = 13$ El sujeto Va, opera la expresión $3(x + 3) = 27$ mediante la propiedad distributiva como $3x + 9 = 27$ , despeja por el método Euleriano hallando $x = 6$ y complementa su análisis con $b = 3x$ ; $b = 3 \times 6$ ; $b = 18$
5. Comprobación	El sujeto J, parte de las expresiones cuadrado $L \times L = 3 \times 3$ y rectángulo $b \times h = 3 \times 9$ , resolviendo $L \times L = 3 \times 3 = 9cm^2$ y rectángulo $b \times h = 3 \times 9 = 27 cm$ , abandonando hasta este punto el proceso. El sujeto Ve, no realiza comprobación, finaliza el proceso con el planteamiento de la expresión $b = 1/b + 27/3$ El sujeto P, no realiza comprobación, finaliza el proceso con el planteamiento de la expresión $b^2 + 3b = 27$ El sujeto S, al hallar $b = 12$ y $h = 13$ , comprueba si dichos valores corresponden al área del cuadrilátero multiplicando $12 \times 13 = 156$ , anulando con un tache esta última comprobación. El sujeto Va, no realiza comprobación, finaliza el proceso al hallar $x = 6$ y $b = 18$

En la cuarta categoría, dos de los estudiantes lograron realizar operaciones con la expresión algebraica planteada, utilizando el método de despeje Euleriano auxiliándose de operaciones inversas al pasar términos de un miembro de la expresión a otro. Tres de los estudiantes no muestran evidencias completas en esta parte del proceso, esto como consecuencia de la falta de planteamiento de una expresión matemática.

Finalmente, en la quinta categoría solo un estudiante lleva a cabo el proceso de comprobación, sustituyendo el valor encontrado para la incógnita en la expresión algebraica planteada para corroborar sus hallazgos. Cuatro de los estudiantes abandonaron el proceso en la categoría anterior.

## CONCLUSIONES

Podemos observar que la información recabada responde a las preguntas de investigación. La primera pregunta planteó ¿Cómo simbolizan los elementos desconocidos en un problema que requiere el uso de la variable como incógnita específica? Las respuestas de los estudiantes en las tareas matemáticas demuestran el uso de símbolos para elementos desconocidos con una literal, comúnmente con la letra  $x$ ; en ocasiones, cuando la expresión algebraica hace alusión a una fórmula general, utilizan otra literal, por ejemplo, la letra  $b$  para denotar la base y la letra  $h$  para la altura de una figura geométrica.

La segunda pregunta implica determinar ¿Qué expresiones matemáticas se utilizan al interpretar la relación de la incógnita específica con los datos proporcionados en el problema? Los estudiantes sujetos de la investigación utilizaron, en su minoría, expresiones algebraicas que relacionan los valores conocidos con los valores desconocidos en un problema; la mayoría de ellos no logra relacionar la incógnita con los datos del problema, por lo tanto se ven limitados para plantear una expresión matemática.

La tercera pregunta de investigación requería indicar ¿Qué operaciones realizan para determinar los valores específicos de la incógnita? Los estudiantes hacen, en su mayoría, operaciones aritméticas en las que asignan valores arbitrarios a la literal definida como incógnita, hacen tanteos para encontrar su valor. Solo una pequeña minoría operó expresiones algebraicas utilizando métodos convencionales.

Lo anterior enfatiza la importancia del significado de las literales en una situación problemática. Podemos decir que no todas las situaciones matemáticas presentan a las literales como incógnitas específicas, es decir, las literales tienen distintos usos y pueden presentarse en el planteamiento de un problema de forma aislada, en uno solo de los usos o bien una combinación de varios usos, lo que en ocasiones genera confusión en el estudiante.

Por lo tanto, se hace necesaria una segunda parte de la investigación en donde se exploren aspectos característicos del pensamiento algebraico refer-

entes a otro de los usos de la variable en el modelo 3UV: como número general, en la resolución de tareas matemáticas realizadas por los alumnos de la LEP en la BENM. Lo anterior con el fin de complementar esta investigación, dando sentido a los usos de la variable y entendiendo que en algunos casos se debe calcular el valor de la incógnita, en otros se requiere asignar un valor y en otros es necesario encontrar una relación funcional.

## REFERENCIAS

- Butto, C., & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico. Abordaje basado en la geometría. *Educación matemática*, 16(1), 113–148. <https://bit.ly/3POP1sQ>
- Butto, C., & Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno logo. *Educación matemática*, 22(3), 55–86. <https://bit.ly/3U6w1Zw>
- Filloy, E., & Rojano, T. (1985). Obstructions to the acquisition of elemental algebraic concepts and teaching strategies. En L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1) (pp. 154–158). State University of Utrecht, The Netherlands-PME.
- Hinojosa, S. (2019). Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes normalistas. En Consejo Mexicano de Investigación Educativa (Ed.), *Memoria del XV Congreso Nacional de Investigación Educativa*. COMIE. <https://bit.ly/3xmKSGu>
- Juárez López, J. (2002). *La comprensión del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria* [Tesis de maestría, Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN]
- López A. (1996). *Construcción de la noción de variable algebraica en alumnos de nivel medio superior* [Tesis de maestría en psicología educativa, Universidad autónoma de Querétaro, facultad de psicología].
- Mason J. (1999). Incitación al estudiante para que use su capacidad natural de expresar generalidad: Las secuencias de Tunja. *EMA*, 4(3), 232–246.
- MatEduMat. (2022, junio 9). *Dra. Teresa Rojano nos habla de: El sentido de la estructura en álgebra* [Video]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=FnM-BxIDBKg>
- Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2012). *Licenciatura en educación primaria. Plan de estudios 2012*. SEP. <https://dgesum.sep.gob.mx/lepri2012>
- Ursini, S. & M. Trigueros (1997), Understanding of different uses of variable: A study with starting college students. En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4) (pp. 4-254-4-261). University of Helsinki-PME.



- Ursini, S., & M. Trigueros (2004). How do high school students interpret parameters in algebra?. En M. J. Høines, & A. B. Fuglestad, (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 4-361-4-368). Bergen University, Norway.
- Ursini, S. & M. Trigueros (2006). ¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? *Educación matemática*, 18(3), 5-38. <https://bit.ly/3vGo6bV>
- Ursini, S., Trigueros, M., & M. D. Lozano (2000), La concepción de la variable en la enseñanza media. *Educación Matemática*, 12(2), 27-48. <https://doi.org/10.24844/EM1202.02>
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., & Trigueros, M. (2016). *Enseñanza del álgebra elemental*. Trillas.