

El Modelo de Enseñanza de Telesecundaria para la multiplicación de fracciones

Alexandra Angel ¹

Olimpia Figueras ²

Carlos Valenzuela García ³

RESUMEN

Telesecundaria es una modalidad de la educación secundaria en México que cuenta con una amplia variedad de recursos educativos impresos y digitales para docentes y estudiantes. En este informe se describe parte de una investigación más amplia que se encuentra en desarrollo y se estructura usando el marco teórico y metodológico de los Modelos Teóricos Locales (MTLs). El Modelo de Enseñanza es un componente de los MTLs que involucra el análisis de los textos matemáticos de los recursos educativos. En este caso, se ha hecho un análisis de los recursos educativos de Telesecundaria acerca de la multiplicación de fracciones, del que se concluye que el Modelo de Enseñanza de la Telesecundaria es un ambiente potencial para que los profesores en servicio enriquezcan sus conocimientos acerca de ese concepto, su enseñanza y la integración de tecnologías digitales en su práctica.

PALABRAS CLAVE

Multiplicación de fracciones, Recursos educativos, Telesecundaria

¹ alexandra.angel@cinvestav.mx

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
<https://orcid.org/0000-0003-3912-9883>

² figuerao@cinvestav.mx

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
<https://orcid.org/0000-0003-0334-9470>

³ carlos.valenzuela@academicos.udg.mx

Universidad de Guadalajara, México
<https://orcid.org/0000-0002-0776-5757>

Telesecundaria en México

La educación secundaria escolarizada en México se imparte en cinco modalidades: General, Técnica, Telesecundaria, Comunitaria y Para Trabajadores. Cada modalidad se creó con objetivos específicos para atender distintos problemas educativos en el país. Para el ciclo escolar 2022-2023, la matrícula de Telesecundaria representó el 21.3 % de los estudiantes de nivel secundaria en México (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2023).

Telesecundaria se integró al sistema educativo mexicano en 1968, e hizo uso desde su creación de programas de televisión basados en un modelo educativo italiano del cual se tomó su diseño. “Ambos [modelos] intentaban brindar una alternativa de bajo costo a la demanda de educación secundaria en zonas donde no se contaba con escuelas formalmente establecidas” (SEP, 2010, p. 36). Una vez consolidado el modelo mexicano, la señal de televisión y los libros de texto de la modalidad fueron compartidos con países de Centroamérica (SEP, 2010).

El modelo educativo vigente consiste, por un lado, en que un solo profesor se encarga de impartir todas las asignaturas de un determinado grado escolar. Por otro lado, los docentes disponen por cada asignatura de un libro para el maestro y recursos audiovisuales que tratan de las didácticas específicas de las materias que enseñan. Además, tienen para los alumnos libros de texto de cada una de las asignaturas, así como recursos educativos audiovisuales e informáticos referidos en esos (SEP, 2010).

Las modalidades Secundaria General y Telesecundaria no siempre han tenido los mismos planes y programas de estudio, pero desde 1993 y hasta el presente los comparten. En 2006 hubo una renovación del modelo educativo de Telesecundaria en el que se les dio más libertad a los docentes para usar los recursos audiovisuales sin estar sujetos a la transmisión nacional por televisión (SEP, 2017). En los libros de texto para el alumno y los libros para el maestro de 2019 ya no hay referencias a ningún programa de televisión. Los recursos educativos de Telesecundaria se encuentran disponibles de manera pública en su página web <https://telesecundaria.sep.gob.mx>

Problema de investigación

Shulman (1986) señala que los docentes extraen del currículo y su material asociado herramientas de enseñanza con las que presentan determinados contenidos. De acuerdo con Pepin et al. (2013) los docentes interpretan y rediseñan el material asociado antes de utilizarlo, esto con la intención de adaptarlo a sus necesidades y prácticas. De este modo, podemos considerar que el currículo, junto con el material asociado, forman parte de las herramientas de oficio de los profesores para sus quehaceres de enseñanza. Los libros de texto son parte de las “herramientas de oficio del profesor”, y cada vez es más común que en esos se refieran recursos educativos digitales,

como videos, páginas web, software y applets. Estos se pueden considerar como el material asociado al currículo que Shulman menciona, y serán referidos como los recursos educativos en general.

En los libros de texto de matemáticas del alumno de primer y segundo grados de Telesecundaria vigentes durante el ciclo escolar 2022-2023, una parte considerable del contenido se refiere al estudio y uso de la aritmética de las fracciones. Por ello, una de las preguntas que guía esta investigación es ¿cuáles son las potencialidades y limitaciones de los recursos educativos de Telesecundaria con relación a su contribución al conocimiento del profesor de esa modalidad sobre multiplicación y división de fracciones?

Del análisis previo de la problemática se formula la hipótesis de investigación de que los profesores de Telesecundaria amplían sus conocimientos, en particular sobre los conceptos de multiplicación y división de fracciones, su enseñanza y la integración de tecnología digital en su práctica. El objetivo de esta comunicación es reportar parte del Modelo de Enseñanza de la Telesecundaria para la multiplicación de fracciones, en virtud de que si se quiere probar la hipótesis mencionada es importante conocer qué es lo que las autoridades educativas pretenden que el profesor sepa y enseñe acerca de esos temas. El Modelo de Enseñanza es un constructo del marco teórico de la investigación, como se menciona a continuación, y no debe ser confundido con el modelo educativo.

MARCO TEÓRICO

El marco de los Modelos Teóricos Locales (MTLs), propuesto por Filloy (1999), es el marco teórico con el que se estructura la investigación en desarrollo. De acuerdo con Puig (2008, p., 88), “los MTLs los elaboramos para dar cuenta ... de fenómenos que se producen en situaciones de enseñanza y aprendizaje, pero además concebimos las situaciones de enseñanza y aprendizaje como situaciones de comunicación y de producción de sentido”. En este caso, el fenómeno de interés es cómo los profesores de Telesecundaria amplían sus conocimientos sobre multiplicación y división de fracciones en la práctica en el sentido que antes se mencionó.

De acuerdo con Figueras (1988, p. 21), un Modelo de Enseñanza es el conjunto formado por:

- 1) los significados particulares de un constructo, 2) el tratamiento didáctico con el que se aproximan (sucesión de mensajes ya sea informativos o planteando situaciones problemáticas a resolver, apelativas, motivadoras, etc.), 3) los lenguajes que intervienen en las secuencias de enseñanza, 4) las habilidades necesarias para comprender el primero vía el segundo, y, 5) las relaciones inherentes entre todos estos elementos.

En la investigación global, los constructos referidos son la multiplicación y división de fracciones, aunque en esta comunicación únicamente se trate

el primero. En este caso, el Componente Modelos de Enseñanza involucra, entre otras cosas, el análisis de los textos matemáticos que se encuentran en los recursos educativos que usan los profesores de Telesecundaria. A partir de ese análisis, se caracterizan los elementos 1) y 2) que Figueras menciona.

Los otros componentes del MTL son: el Componente Modelos de Competencia Formal –abreviado como Componente Formal–, que se relaciona con un análisis sobre la multiplicación y división de fracciones como objetos matemáticos. El Componente Modelos de Comunicación se refiere a la descodificación que hacen los docentes de los mensajes emitidos por los creadores de los recursos educativos. Y, finalmente, el Componente Modelos de Procesos Cognitivos versa, en este caso, sobre el conocimiento y las actuaciones de los profesores usuarios de los recursos educativos de Telesecundaria.

De acuerdo con el esquema del diseño de la experimentación (Filloy, 1999, p. 9), una vez que se ha identificado una problemática, un MTL se constituye al analizar el problema de investigación a través de la construcción teórica de los componentes del marco.

METODOLOGÍA

Los MTLs también son un marco metodológico que consta de dos etapas. La primera etapa para la construcción de sus componentes es teórica, mientras que la segunda es experimental con profesores de Telesecundaria. En este documento se comunican avances en la primera etapa, que se refiere a la construcción del Componente Modelos de Enseñanza de la Telesecundaria sobre la multiplicación de fracciones. Como resultado, se tiene una caracterización de los distintos recursos educativos de Telesecundaria sobre ese tema. La herramienta que se construyó como parte del Componente Formal para analizar el Modelo de Enseñanza se puede consultar en Angel et al. (2022).

Una vez que se han construido teóricamente los componentes del MTL, se propone una hipótesis global en términos de tesis teóricas a contrastar con observaciones empíricas (ver Figura 2).

RESULTADOS

Las situaciones de enseñanza del libro de texto (SEP, 2019b, pp. 40-45) que se analizaron, están organizadas por medio de tres apartados: “Para empezar”, “Manos a la obra”, y “Para terminar”, que corresponden al inicio, desarrollo y cierre de la lección “Multiplicación y división 1”.

El primer apartado es un párrafo corto en el que se proporciona un acercamiento al contenido de la lección y se plantean una serie de preguntas que podrán ser contestadas al concluirla. En este caso, se advierte a los estudiantes que “cuando uno piensa en multiplicar por lo general cree que

el resultado será mayor que cualquiera de los factores que intervienen. Pero en ocasiones la multiplicación de fracciones puede tener resultados sorprendentes” (p. 40). También se menciona que, al concluir la lección, los estudiantes deben saber responder “¿qué tipo de número será el producto o resultado?, ¿continuará siendo fraccionario?, ¿será mayor o menor que las fracciones que se multiplicaron?”

Una serie de actividades que conforma la parte más extensa de la lección constituye el segundo apartado. Este se organiza en tres situaciones de enseñanza para estudiar tres tipos de multiplicación: la multiplicación de un número natural por una fracción, la multiplicación de una fracción por un número natural y la multiplicación de dos fracciones. Al término de cada situación de enseñanza se propone el uso de un recurso audiovisual. Adicionalmente, al concluir la última se propone el uso de un recurso informático.

En el tercer apartado se incluye una actividad para generar conclusiones y concretar lo aprendido. Esta actividad consiste en indicar cuáles de las multiplicaciones de fracciones propuestas darán un resultado menor que sus dos factores. Además, a modo de reflexión se pide que se respondan las preguntas planteadas en el apartado “Para empezar”.

Las situaciones de enseñanza propuestas en el libro de texto analizado (SEP, 2019b) tienen un enfoque de resolución de problemas. Sin embargo, no todas comparten la misma estructura, por lo que se hizo una clasificación del tipo de tareas. En este caso, los autores identificaron tres tipos: 1) resolver problemas aritméticos escolares verbales, que se plantean en enunciados y preguntas de varios incisos, algunos implican completar tablas; 2) hacer operaciones aritméticas, como ejercicios; y 3) generar representaciones gráficas digitales y con lápiz y papel.

A continuación, se muestra un resumen con base en el análisis de las situaciones de enseñanza.

Situación de enseñanza 1: Paquetes de jamón

Se introduce el concepto de multiplicación estudiando el tipo: $n \times \frac{a}{b}$, producto de un número natural por una fracción, en el contexto de alimentos cuya masa es una fracción de kilo. En este caso, el modelo de situación de la multiplicación es el de suma abreviada, mientras que las fracciones se usan como descriptoras de una medida (la masa de paquetes expresada en kg).

Para concluir esta situación de enseñanza, se propone que “observen el recurso audiovisual ‘Tutorial para calcular productos de fracciones en una hoja de cálculo’ para que aprendan a manejar esta herramienta” (SEP, 2019b, p. 42). En este video se proponen multiplicaciones de tipo fracción por fracción: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$, como se muestra en la Figura 1A. Hay una desarticulación entre los tipos de multiplicaciones que se proponen en el libro de texto y el contenido del recurso audiovisual propuesto. En este caso, el contenido del

video no complementa ni extiende lo visto en esa situación, sino que presenta un contenido diferente, cuyo estudio, además, tiene como finalidad deducir el algoritmo de la multiplicación de dos fracciones, de acuerdo con el libro para el maestro (SEP, 2019a).

Situación de enseñanza 2: Instalaciones deportivas

En esta situación de enseñanza se estudian las multiplicaciones del tipo $\frac{a}{b} \times n$, en el contexto de recorridos de distancias. En este caso, el uso de la fracción es el de operador. Se pone énfasis en que el resultado de la multiplicación se puede calcular de dos formas: 1) se calcula primero $\frac{1}{b}$ de n , dividiendo n entre b , y se multiplica el resultado por a , y 2) se calcula primero $a \times n$ y posteriormente se divide el resultado entre b . El modelo de situación de la multiplicación es el de aplicación operador.

Otro contexto propuesto es el de construcción a escala de canchas deportivas. En este caso, el uso de las fracciones es como comparadoras entre las dimensiones de una cancha profesional y las de una cancha construida a escala. El modelo de situación de la multiplicación es el de aplicación escala.

También se propone un contexto del material de construcción usado. En este caso, en el libro de texto se muestra un rectángulo en el que los estudiantes deben representar gráficamente la cantidad de cemento utilizado de un total dado. Las fracciones se usan como fracturadoras del rectángulo y su aspecto es el de operador fracturante, ya que son los estudiantes quienes fracturan el rectángulo y somborean la parte que indica la fracción. El modelo de situación de la multiplicación es el de aplicación operador.

Al finalizar la situación de enseñanza se indica que “observen el recurso audiovisual ‘Multiplicar por una fracción’ para comprender más sobre lo que significa y cómo se realiza la multiplicación” (SEP, 2019b, p. 44). En el video se da un ejemplo de la multiplicación $\frac{1}{3} \times 2$ y se dice que esta se puede pensar como “sumar dos veces la fracción un tercio”, y se recurre a la estrategia de completar unidades. Después, se pregunta “¿qué significa la multiplicación de un entero por una fracción? ¿Cómo resolvemos la multiplicación $5 \times \frac{3}{4}$ si no podemos sumar menos de una vez al 5?” Se contesta que se debe recordar que el orden de los factores no altera el producto, por ello, al utilizar esa propiedad reescriben la expresión como $\frac{3}{4} \times 5$, tal como se muestra en la Figura 1B. El uso de las fracciones es el de fracturadoras y, dado que en el video ya se dan las unidades fraccionadas y sombreada la parte, el aspecto de las fracciones es el de relación de fractura.

La multiplicación es una operación aritmética conmutativa en contextos puramente numéricos para hacer cálculos, en ese caso el orden de los factores no es relevante. Sin embargo, en contextos diferentes al numérico, cuando se interpreta el significado de la multiplicación en función del modelo de la situación, el orden de los factores es importante. Por ejemplo, en la

expresión $\frac{1}{3} \times 2$, que se lee como “ $\frac{1}{3}$ de 2”, se entiende que cada una de las 2 unidades se divide en 3 partes según el denominador de la fracción $\frac{1}{3}$, y luego se toma una parte de cada unidad, según el numerador de la fracción $\frac{1}{3}$. Para indicar que se suman 2 veces $\frac{1}{3}$, se expresa la multiplicación como $2 \times \frac{1}{3}$, que se lee como “2 veces $\frac{1}{3}$ ”.

El ejemplo anterior permite ilustrar cómo la explicación proporcionada por el recurso audiovisual puede resultar confusa para los estudiantes. En tal caso, corresponderá al docente de Telesecundaria aclarar el uso de los distintos significados de la multiplicación, basándose en los modelos de situaciones presentados en los diferentes recursos educativos.

Situación de enseñanza 3: Reducciones

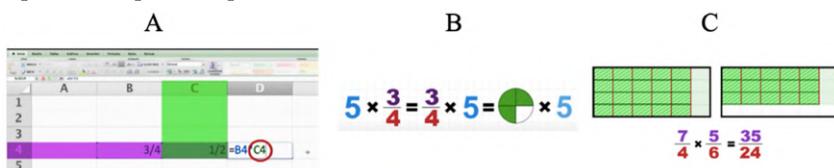
En esta última situación de enseñanza se estudia el tipo de multiplicación $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ en el contexto de reducciones de fotografías. El uso de las fracciones es como comparadoras entre las dimensiones de la fotografía original y sus reducciones, y su aspecto es el de transformadoras. El significado de la multiplicación es el de composición de escalas.

También se estudia el mismo tipo de multiplicación de fracciones en el contexto de las dimensiones de un terreno. En este caso, las fracciones se usan como mensuradoras de longitud, mientras que el modelo de situación de la multiplicación de fracciones es el de área rectangular.

La situación de enseñanza termina con el resumen del algoritmo de la multiplicación de dos fracciones, en el cual “se obtiene como producto una fracción en la que su numerador es el resultado de multiplicar los dos numeradores y su denominador es el resultado de multiplicar los dos denominadores” (p. 45). Se propone que se “observe el recurso audiovisual ‘Interpretación gráfica de la multiplicación de fracciones’ para comprender en términos gráficos lo que significa y cómo se realiza la multiplicación” (p. 45), en el que se presentan ejemplos como el de la Figura 1C.

Figura 1

Tipos de multiplicación que se muestran en los recursos audiovisuales



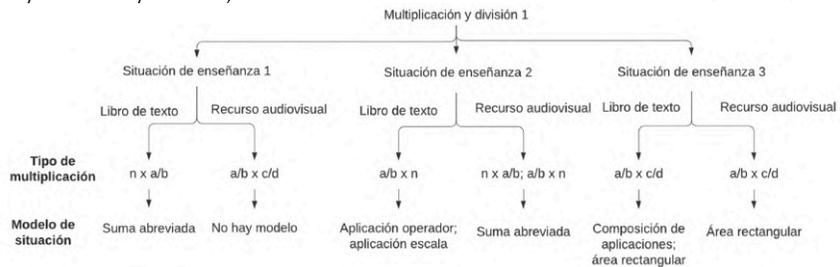
Para finalizar la situación de enseñanza, se propone que los alumnos utilicen un recurso informático “para reafirmar el significado de esta operación”. En este se puede generar de manera dinámica la representación gráfica de la multiplicación de dos fracciones.

En la Figura 2 se muestra un esquema en el que se resumen los tipos de multiplicaciones que se tratan en cada situación de enseñanza y en los recursos audiovisuales que se refieren en ellas, así como los modelos de situación de la multiplicación de fracciones que se identificaron en el análisis. Se reconoce que la articulación de los contenidos con el uso de los recursos educativos propuestos representa un desafío para los docentes de Telesecundaria, a la vez que pueden ser un área de oportunidad para que los profesores amplíen su conocimiento acerca de la enseñanza de la red de conceptos involucrados.

El análisis del recurso audiovisual propuesto en la situación de enseñanza 1 implicó el análisis del uso de la hoja de cálculo de Microsoft® Excel® para multiplicar fracciones. Al inicio del video se explica qué es una hoja de cálculo y cómo se introducen las fracciones en ella, configurando el formato de las celdas. Más adelante se indica cuáles son las coordenadas de cada factor y cómo multiplicarlos en Excel. La actividad se propone para que los estudiantes aprendan a usar este software para calcular el producto de dos fracciones. La tarea tiene un contexto numérico en el que las fracciones se usan como números, y no se identificó un modelo de situación para la multiplicación basado en el contenido del video.

Figura 2

Tipos de multiplicación y modelos de situaciones en las situaciones de enseñanza analizadas



Como parte del análisis, al hacer la actividad que se propone en el video en Excel, se identificaron una serie de comportamientos del software que pueden ser confusos para estudiantes y profesores de Telesecundaria. Por ejemplo, Excel en ocasiones *aproxima* una fracción dada, es decir, escribe $\frac{5}{9}$ en lugar de $\frac{11}{20}$ si no se ha configurado adecuadamente la celda para que admita fracciones de hasta dos dígitos. La hoja de cálculo también *reescribe* las fracciones impropias como fracciones mixtas y las *simplifica*. Como parte del análisis se usaron otras hojas de cálculo y se observó que se les dan a las fracciones tratamientos distintos con respecto al de Excel.

El profesor de Telesecundaria tendría que conocer la información anterior para poder ampliarla en clase. Se identifica que el uso de la hoja de cálculo permite explorar la red conceptual de la multiplicación de fracciones y nociones de las fracciones en general, a saber: las fracciones equivalentes,

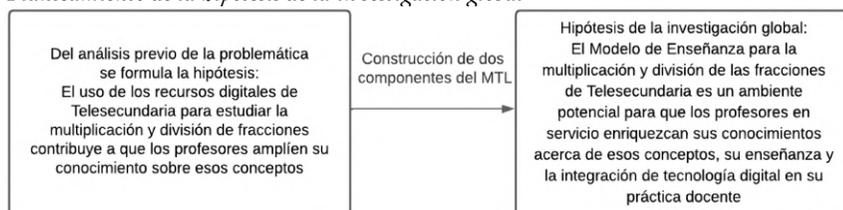
los números enteros escritos como fracciones y la relación entre fracciones impropias y mixtas, así como su enseñanza en términos de la articulación de contenidos. Además, esto representa un área de oportunidad para que el profesor use tecnología digital en su práctica y tenga otro tipo de reflexiones en comparación con las que se derivan del uso de lápiz y papel. La exploración del uso de la hoja de cálculo para multiplicar fracciones puede provocar un proceso de reflexión de los docentes sobre los elementos de la red conceptual mencionada y sobre el uso de Excel como recurso educativo para la enseñanza de la multiplicación de fracciones.

Con base en el análisis expuesto, se plantea la hipótesis de la investigación global: el Modelo de Enseñanza para la multiplicación y división de las fracciones de Telesecundaria es un medio potencial para que los profesores enriquezcan sus conocimientos acerca de esos conceptos, su enseñanza y la integración de tecnología digital en su práctica docente.

En la Figura 3 se muestra un esquema del refinamiento de la hipótesis de investigación. En el lado izquierdo del esquema se muestra la hipótesis que se planteó como parte de un anteproyecto de investigación de doctorado, mientras que del lado derecho se muestra la hipótesis de la investigación global, que se plantea en virtud del estudio acerca de la problemática hecho a través de la construcción de dos de los componentes del MTL.

Figura 3

Planteamiento de la hipótesis de la investigación global



CONCLUSIÓN

El Componente Formal es un elemento constitutivo del componente de los Modelos de Enseñanza. Al usar el primero para la construcción del segundo se han identificado dificultades potenciales en el desarrollo de las situaciones de enseñanza de multiplicación de fracciones. En los últimos años, los recursos educativos (materiales y digitales) que los profesores de Telesecundaria usan para sus quehaceres de enseñanza se han modificado pasando del uso de programas de televisión al uso de recursos audiovisuales e informáticos. Conocer el Modelo de Enseñanza de Telesecundaria para la multiplicación de fracciones ha permitido, por un lado, la identificación de dificultades que se derivan del uso de los recursos educativos propuestos por la modalidad, y por otro, las áreas de oportunidad que estas representan en términos de la ampliación de los conocimientos de los docentes.

Los profesores de Telesecundaria tienen la tarea de articular e integrar los contenidos de los diferentes recursos educativos que usan para la enseñanza de la multiplicación de fracciones. Los procesos de estudio y de interpretación del contenido de los recursos educativos forman parte de la práctica de los docentes. Es importante conocer qué oportunidades y limitaciones les brinda su uso, antes, durante y, después de sus clases. Esto involucra un proceso de reflexión por medio del cual los profesores tienen la oportunidad de ampliar sus conocimientos acerca de los conceptos que se tratan en el libro de texto, de su enseñanza y de la integración de tecnología digital en su práctica docente.

REFERENCIAS

- Angel, A., Figueras, O., & Valenzuela, C. (2022). Una herramienta para analizar recursos educativos de Telesecundaria: el caso de la división de fracciones. En T. F. Blanco, C. Nuñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 139–147). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
<https://www.seiem.es/docs/actas/25/ActasXXVSEIEM.pdf>
- Figueras, O. (1988). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales*. [Tesis de Doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional].
- Filloy, E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Secretaría de Educación Pública. (2010). *La telesecundaria en México: un breve recorrido histórico por sus datos y relatos*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Estructura y dimensión del Sistema Educativo Nacional*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2019a). *Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado. Telesecundaria* (2.a ed.). SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2019b). *Matemáticas. Telesecundaria. Primer grado* (2.a ed.). SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). *Principales cifras del sistema educativo nacional 2022-2023*. SEP.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
<https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Pepin, B., Guedet, G., & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM*, 45(7), 929–943. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0534-2>
- Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. *PNA*, 2(3), 87–107.
<https://doi.org/10.30827/pna.v2i3.6199>