

Conocimiento matemático del profesor de secundaria para conceptualizar la pendiente de rectas cartesianas

David Alfonso Páez ¹

Daniel Eudave Muñoz ²

Ana Cecilia Macías Esparza ³

RESUMEN

Este estudio tiene como objetivo identificar el conocimiento matemático que el profesor de secundaria tiene acerca de la pendiente de rectas cartesianas. Para ello participaron 290 profesores de diferentes secundarias en el estado de Aguascalientes, México, mediante una encuesta en línea, en la cual se plantearon preguntas abiertas sobre el significado del concepto de pendiente, tomando como referente el currículum escolar mexicano. Los resultados muestran que los participantes tienen dominio sobre este concepto, en especial describen la pendiente de rectas cartesianas en términos algebraicos, geométricos y trigonométricos, y la toman como referente para indicar la posición y dirección de la recta en el plano cartesiano. Aunque los participantes muestran un conocimiento matemático acorde con el currículum escolar, se requieren estudios donde se favorezca la reflexión en torno a la relación entre razón de cambio, inclinación y pendiente de la recta.

PALABRAS CLAVE

Conocimiento matemático, Práctica docente, Profesor, Educación secundaria.

¹ david.paez@edu.uaa.mx

Universidad Autónoma de Aguascalientes, México
<https://orcid.org/0000-0002-4499-4452>

² daniel.eudave@edu.uaa.mx

Universidad Autónoma de Aguascalientes, México
<https://orcid.org/0000-0003-4070-3109>

³ ana.macias@edu.uaa.mx

Universidad Autónoma de Aguascalientes, México
<https://orcid.org/0000-0002-0978-752X>

INTRODUCCIÓN

La pendiente de rectas cartesianas es un contenido que se trabaja en educación secundaria en México (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2017) con la finalidad de comprender la inclinación de objetos lineales respecto a la horizontal (Flores & Mosquera, 2022). Esto le demanda al profesor conocimiento matemático y habilidades didácticas para enseñarla. Investigadores como Teuscher y Reys (2010) y Flores y Mosquera (2022) mencionan que el docente debe tener un bagaje de conocimientos que le permitan ayudar a que los estudiantes comprendan las diferencias y las relaciones que existen entre pendiente, razón de cambio e inclinación de la recta. Por su parte, investigadores como Mochón y Morales (2010) consideran que, para proveer al estudiante de razones y explicaciones adecuadas, es fundamental que el docente comprenda y analice los contenidos matemáticos a enseñar, en otros términos, que tenga un amplio conocimiento matemático (Ball et al., 2008; Zakaryan & Sosa, 2021). En relación con lo anterior, el objetivo del presente estudio es identificar el conocimiento matemático que tienen los profesores de secundaria sobre la pendiente de la recta, en especial, cómo la conceptualizan.

MARCO DE REFERENCIA

Como marco teórico se toma el modelo Conocimiento especializado del profesor de matemáticas, propuesto por Carrillo et al. (2014). En la enseñanza de las matemáticas, el conocimiento matemático del profesor es definido como la comprensión de conceptos, estructuras y procedimientos de tipo matemático, así como el entendimiento de la conexión entre estos y su uso en la práctica a través de y para la resolución de problemas (Fennema & Franke, 1992). Para Carrillo et al. (2014), el conocimiento matemático abarca tres dominios, entre los cuales destaca el Conocimiento de los temas, definido como el saber sobre las matemáticas y de la matemática escolar, como las propiedades, fundamentos teóricos, procedimientos, aspectos fenomenológicos, ejemplos, definiciones, significados de conceptos abordados o las representaciones del contenido. Por su parte, Carrillo et al. (2018, citados en Zakaryan & Sosa, 2021, pp. 75-76) afirman que este tipo de conocimiento hace referencia:

A qué y de qué manera conoce el profesor de matemáticas los tópicos que enseña, es decir, al conocimiento del profesor de los procedimientos involucrados en un tópico, de los registros de representación, de la fenomenología (incluye usos y aplicaciones) asociada al tópico abordado, de las definiciones (incluye imágenes y ejemplos de objetos matemáticos) y de las propiedades y sus principios, y en sí, al conocimiento profundo del contenido matemático y sus significados.

En relación con lo anterior, para la enseñanza de las matemáticas, “el profesor está obligado a dominar los conceptos matemáticos más allá de lo

que sus alumnos saben o aprenden de acuerdo con los objetivos del currículum” (Medina, 2018, p. 32).

METODOLOGÍA

El presente estudio es de corte descriptivo desde el enfoque cualitativo (Cohen et al., 2007; Schoenfeld, 2008), centrado en el conocimiento matemático del profesor. Para la recopilación de datos se utilizó una encuesta en línea donde se incluyeron preguntas abiertas sobre el significado de la pendiente de rectas cartesianas; se buscó recabar información acerca de cómo el docente conceptualiza la pendiente de la recta, si su definición se apega a la propuesta curricular mexicana, qué propiedades y qué relación tiene con la recta o con otros conceptos (Páez & Eudave, 2021). La toma de datos tuvo una duración de dos meses en 2020 (marzo y abril) y se realizó a través de la plataforma Google forms, esto debido al distanciamiento social que pasó México a causa de la pandemia por la COVID-19. En la encuesta participaron 290 profesores que enseñan matemáticas en diferentes grados de educación secundaria en el estado de Aguascalientes, México. La selección de participantes fue libre mediante una convocatoria y con apoyo del Instituto de Educación de Aguascalientes (IEA). Estos profesores laboran en escuelas secundarias de educación pública, la mayoría de ellos tiene formación en docencia y algunos cuentan con estudios de posgrado –maestría en educación o relacionada con la enseñanza de las matemáticas–. Para el análisis se tomaron como categorías las once definiciones del concepto de pendiente presentadas por Nagle y Moore–Russo (2013).

ANÁLISIS DE DATOS

El conocimiento para enseñar la pendiente de rectas en el sistema de coordenadas XY identificado en los profesores coincide con el Conocimiento de los temas definido por Carrillo et al. (2014). Este conocimiento está relacionado con lo esperado en el currículum matemático mexicano para educación básica (secundaria) (SEP, 2017), principalmente con la definición y propiedades de la pendiente de rectas cartesianas (XY). En particular, los resultados muestran conexiones de simplificación y auxiliares entre pendiente, razón de cambio e inclinación, además, se toma como referente la posición y dirección de la recta en el plano cartesiano para dar cuenta de su pendiente o inclinación.

Los profesores hacen referencia, particularmente, a tres definiciones de la pendiente: inclinación de la recta respecto al eje horizontal; razón geométrica o razón de cambio dados dos puntos de la recta; y tangente del ángulo de inclinación de la recta (Tabla 1). Los docentes consideran que hay una relación –cociente– entre ambas variables, y es dada como el resultado de dividir la diferencia de cada variable. En el contexto geométrico,

este significado es la construcción del triángulo rectángulo al tener dos puntos, de modo que visualmente se tiene la relación que se da entre los catetos. Estas definiciones y representaciones son las que demanda el programa de educación secundaria, y también son las que Stanton y Moore-Russo (2012) identifican en sus sujetos de estudio.

Tabla 1

Definiciones identificadas por los profesores a la pendiente de la recta

Área de la matemática	Significado	Porcentaje de profesores (%)
Geometría	Inclinación de la recta respecto al eje horizontal.	90.51
	Razón geométrica a partir de dos puntos en la recta cartesiana.	2.37
Álgebra	Razón de cambio, dados los valores de dos puntos de la recta.	3.73
Trigonometría	Tangente del ángulo de inclinación.	3.39

Nota. Fuente: Elaboración a partir de Páez y Eudave (2021)

En menor medida, los docentes plantean la pendiente en términos trigonométricos. Aunque ésta se apega al significado formal de la pendiente en esta rama de las matemáticas (Courant & Robbins, 2002), en el currículo escolar de secundaria no se propone su enseñanza (SEP, 2017). En trigonometría sólo se pide trabajar la relación entre los catetos y la hipotenusa sin hacer una reflexión de qué tiene que ver con la inclinación de rectas cartesianas.

En este bagaje matemático se identificó que los profesores dan cuatro propiedades a la pendiente de rectas, las cuales están relacionadas con el comportamiento/dirección de recta, constante lineal, propiedad física, y determinante. El comportamiento y el coeficiente paramétrico son las principales propiedades que los profesores identifican. En cuanto al comportamiento, los docentes consideran que la pendiente indica el tipo de recta: creciente, decreciente, horizontal y vertical, esta última es la que menos mencionan, predominando las dos primeras en sus respuestas (rectas crecientes y decrecientes). Asimismo, el coeficiente paramétrico lo plantean en términos de valor positivo o negativo de la recta, así como pendiente cero o indefinida; algunos profesores vinculan estas dos propiedades entre sí. Al igual que la propiedad de comportamiento, en el coeficiente paramétrico los participantes hacen referencia al valor de la pendiente, y con un menor porcentaje a la pendiente indefinida. En relación con la propiedad de determinación, se identificaron tres características: paralelismo, perpendicularidad de las rectas e intersección de la recta con alguno de los ejes del

plano cartesiano. Es notorio que los participantes consideran que la pendiente permite identificar si la recta es perpendicular o paralela a otras rectas —la mayor parte de ellos hacen referencia a estos dos elementos—, sin embargo, en menor medida, algunos profesores las mencionan por separado.

CONCLUSIONES

Los resultados muestran que el conocimiento que poseen los participantes del presente estudio se apega a lo que deben aprender los estudiantes de tercer grado de educación secundaria (SEP, 2017). Específicamente, se da relevancia a la constante lineal y determinante, comportamiento o dirección de recta o constante lineal en la recta cartesiana, lo cual coincide con lo reportado por Teuscher y Reys (2010), Nagle y Moore–Russo (2013) y Stanton y Moore–Russo (2012), cuyos sujetos de estudios muestran la pendiente como una relación entre la posición de ésta y el eje de las abscisas, y usan la razón de cambio como un recurso para obtener su valor.

Los profesores refieren tres significados, dando énfasis a la inclinación de la recta, tomando como referente el eje horizontal en el plano cartesiano, así como la relación con la razón de cambio, ya sea algebraica o geométricamente. Asimismo, buscan establecer conexiones entre diversos conceptos para llegar a comprender la pendiente; en estas conexiones de simplificación y transversales se usa la razón de cambio para comprender la pendiente, y se espera que más adelante sea la base para la conexión de complejización de otros conceptos (Zakaryan & Sosa, 2021), por ejemplo, la derivada. Los resultados muestran que se requiere promover la reflexión del profesor sobre su bagaje matemático para identificar diferentes representaciones que tiene este concepto y su relación con la recta cartesiana.

REFERENCIAS

- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 399–406. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Carrillo, J., Escudero, D., & Flores, E. (2014). El uso del MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria. *Revista de Análisis Matemático-Didáctico para profesores*, 1, 16–26. <https://bit.ly/3x55liW>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. Routledge.
- Courant, R., & Robbins, H. (2014). *¿Qué son las matemáticas?* Fondo de Cultura Económica.
- Fennema, E., & Franke, L.M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147–164). MacMillan.

- Flores, C. D., & Mosquera, G. A. (2022). Conceptualizaciones de la pendiente en el currículum colombiano de matemáticas. *Educación Matemática*, 34(2), 217–244. <https://doi.org/10.24844/EM3402.08>
- Medina, I. V. (2018). *Conocimiento didáctico del profesor de educación primaria al impartir la multiplicación de fracciones* [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México. <http://bdigital.dgse.uaa.mx:8080/xmlui/handle/11317/1511>
- Mochón, S., & Morales, M. (2010). En qué consiste el “conocimiento matemático para la enseñanza” de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática*, 22(1), 87–113. <https://bit.ly/49b7uXF>
- Nagle, C., & Moore–Russo, D. (2013). The concept of slope: Comparing teachers’ concept images and instructional content. *Investigations in Mathematics Learning*, 6(2), 1–18. <https://doi.org/10.1080/24727466.2013.11790330>
- Páez, D. A., & Eudave, D. (2021). Slope Concept in the School Curriculum. Its Scope and Limitations. *New Trends in Qualitative Research*, 7, 258–265. <https://doi.org/10.36367/ntqr.7.2021.258-265>
- Schoenfeld, A. H. (2008). Research methods in (mathematics) education. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 467–519). Routledge.
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2017). *Plan y programas de estudio para la educación básica. Aprendizajes Clave para la educación integral*. SEP. <https://bit.ly/498jU2f>
- Stanton, M., & Moore–Russo, D. (2012). Conceptualizations of Slope: A Review of State Standards. *School Science and Mathematics*, 112, 270–277. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2012.00135.x>
- Teuscher, D., & Reys, R. E. (2010). Slope, rate of change, and steepness: Do students understand these concepts? *The Mathematics Teacher*, 103(7), 519–524. <https://doi.org/10.5951/MT.103.7.0519>
- Zakaryan, D., & Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación Matemática*, 33(1), 71–97. <https://doi.org/10.24844/EM3301.03>