

Uso de las fuentes originales, el caso de la justificación de las construcciones geométricas

Juan de Dios Viramontes Miranda ¹

Heidy Cecilia Chavira ²

RESUMEN

La Historia de las matemáticas ha sido utilizada regularmente por los profesores como fuente de anécdotas, siendo este un primer nivel de uso. El uso de las fuentes originales como inspiración para el diseño de actividades didácticas se propone como un nivel de uso más elaborado. En este reporte se presenta una actividad de enseñanza de la geometría (Euclides I, 9) apoyada en una metodología de diseño de actividades bajo una perspectiva de la cognición distribuida. Las fuentes originales se proponen como artefactos cognitivos, apoyando la tesis de que la cognición matemática está culturalmente situada.

PALABRAS CLAVE

Geometría, Cognición distribuida, Artefactos cognitivos.

¹ juan.viramontes@uacj.mx

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México

<https://orcid.org/0000-0001-8984-7256>

² heidy.chavira@uacj.mx

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México

<https://orcid.org/0000-0001-9540-0004>

Viramontes Miranda, J. de D., & Chavira, H. C. (2024). Uso de las fuentes originales, el caso de la justificación de las construcciones geométricas. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 341–346). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-40>

INTRODUCCIÓN

El uso de la Historia de las matemáticas como base para el diseño de propuestas didácticas es un tema que ha sido discutido ampliamente por la comunidad de Educación Matemática desde hace varias décadas. La relación entre la Historia de las matemáticas y la Matemática Educativa ha sido, a su vez, cuestionada en cuanto a su relevancia en el aula y a su utilidad en la enseñanza (Fried, 2001). Sin embargo, la investigación también ha mostrado avances significativos, como puede observarse en los diferentes compendios acerca del uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza (Fauvel J. & Maanen J. A. van, 2000; Romero, et al., 2023). Entre estas reflexiones de la comunidad destacan las que se ocupan del uso de fuentes originales para el diseño de actividades de aprendizaje (Barnett, 2014). Las fuentes originales pueden entenderse de diversas maneras, en la presente investigación las consideramos como las traducciones a los idiomas modernos de los escritos que los matemáticos de la antigüedad han elaborado.

El desarrollo de una propuesta didáctica puede tomar diferentes presupuestos y direcciones, aquí estamos interesados en el uso de las fuentes históricas originales en el diseño de actividades para promover el desarrollo del pensamiento matemático y, a su vez, dotar a los profesores de herramientas didácticas fundamentadas en la historia de las matemáticas para su uso en el aula.

En la enseñanza de la geometría en el nivel básico y medio se descuida, regularmente, la promoción del razonamiento deductivo, como el caso de las justificaciones de las proposiciones matemáticas. En este mismo orden de ideas, la justificación de las construcciones geométricas es aún más olvidada. En este avance de investigación se discutirán los elementos del diseño preliminar y el análisis histórico de la fuente original. Se ha analizado la proposición 9 del libro I, la bisección de un ángulo (Heath, 2012).

MARCO TEÓRICO

En esta investigación, el diseño de las actividades de aprendizaje se fundamenta en la teoría de la cognición distribuida, que es un marco para estudiar la cognición que, más que un tipo de cognición, estudia la coordinación entre los individuos, los artefactos y el medio ambiente. La unidad básica de análisis es el sistema cognitivo necesario para realizar una tarea específica. De aquí que toma particular relevancia el artefacto cognitivo, el cual es un artefacto desarrollado con el propósito de formar parte de sistemas cognitivos y procesos asociados a él. En general, el artefacto cognitivo amplifica y se involucra en los procesos de organización de las habilidades humanas (Hutchins, 2000). Un ejemplo de un artefacto cognitivo sería el ábaco, el cual “fue desarrollado con un propósito específico en mente, pero cada usuario de matemáticas no tiene que desarrollarlo de nuevo cada vez que

tenga acceso al recurso cognitivo creado culturalmente, que consiste en el artefacto y las instrucciones, para su uso adecuado” (Johansen & Kjeldsen, 2018). Las fuentes originales de la Historia de las matemáticas se pueden considerar artefactos cognitivos, ya que es posible utilizarse para la enseñanza de las matemáticas como parte del sistema cognitivo y de sus procesos. En general, se asume que las actividades matemáticas son fuertemente dependientes de artefactos cognitivos, ya que se presupone que la cognición matemática esta culturalmente situada (Johansen & Kjeldsen, 2018), es decir, no podemos hacer matemáticas sin el uso de herramientas externas que auxilien a la comprensión.

La metodología que utilizaremos en esta investigación es la desarrollada por Johansen y Kjeldsen (2018) para la creación de ambientes de aprendizaje reflexivos de indagación. Esta metodología permite el uso de fuentes originales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas dentro de un marco epistemológico donde se distinguen tres tipos de aspectos de diseño e implementación:

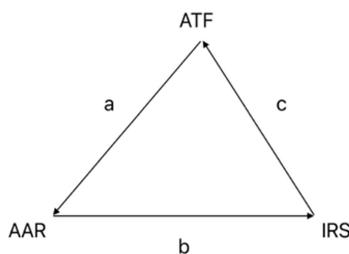
1. Análisis Teórico de las Fuentes históricas desde la perspectiva de la naturaleza de las matemáticas y conocimiento histórico. (ATF)
2. Creación y encuadre del Ambiente de Aprendizaje Reflexivo de indagación en matemáticas. (AAR)
3. Instrucciones para la promoción de Reflexiones Situadas de los estudiantes. (IRS)

Así mismo, se presentan los tres procesos asociados que coordinan los aspectos anteriores (Figura 1):

- a) Selección de los aspectos de las prácticas de la investigación matemática que imitarán el episodio de enseñanza.
- b) Diseño del material de enseñanza que promueva la reflexión de los estudiantes acerca de la indagación seleccionada.
- c) Evaluación del desarrollo de la concepción informada de los estudiantes.

Figura 1

Procesos asociados



Al utilizar esta metodología queremos explorar el uso de la historia de las matemáticas en un nivel más elaborado, es decir, más allá de ser una

fuente de recursos anecdóticos, con el fin de poner en manos de los profesores actividades inspiradas en las fuentes originales.

Diseño de la actividad de aprendizaje

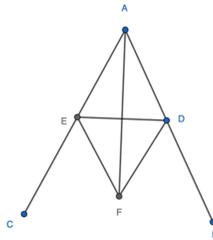
La actividad de aprendizaje tiene como propósito entender la justificación de la bisección de un ángulo. Se utilizó como fuente histórica la proposición 9 del libro I de los elementos de Euclides en la traducción de Heath, la cual dice *To bisect a rectilineal angle*, que traducimos como “bisecar un ángulo rectilíneo”.

En cuanto al Análisis Teórico de las Fuentes históricas (ATF), se consideraron los siguientes puntos:

- La construcción y la justificación.
 - A. La construcción requiere los siguientes pasos (Figura 2):
 1. Tomar un punto arbitrario D en AB .
 2. Trazar AE en AC igual a AD .
 3. Unir DE con un segmento.
 4. Construir un triángulo equilátero DEF sobre DE . (Euclides I, 1)
 5. Unir AF .
 - A. Se afirma que el ángulo BAC queda bisecado por la línea AF .
 - B. La justificación de la construcción requiere la siguiente cadena de razones:
 6. Como AD es igual a AE (por construcción) y AF es común (es igual a sí misma).
 7. Además, $EF = DF$ (por la construcción del triángulo equilátero DEF).
 8. Por el criterio LLL (Euclides I, 8) el triángulo ADF es congruente con el triángulo DAF .
 9. De aquí se sigue que el ángulo EAF es igual al ángulo DAF .

Figura 2

Bisección de un ángulo



- El estudiante requiere saber usar un compás y una regla; y saber trazar líneas y triángulos equiláteros; además de conocer las proposiciones 1 y 8 del libro I de los Elementos.

Los aspectos que se tomaron en cuenta para la Creación y encuadre del Ambiente de Aprendizaje Reflexivo (AAR) fueron: la elaboración de trazos con lápiz y papel, el repaso de los aspectos que se requieren como antecedentes para la construcción, y la dotación de una hoja con la proposición y las preguntas que guían la actividad.

Destacamos algunas de las Instrucciones para la promoción de Reflexiones Situadas (IRS):

- Se ayudará al estudiante en la lectura y comprensión de la proposición y su justificación.
- Se guiará al estudiante en la reflexión de sus preguntas.
- Se promoverá la discusión en pequeños equipos.

CONCLUSIÓN

Las anécdotas y el contexto histórico pueden hacer que las matemáticas sean más accesibles y atractivas, lo que podría aumentar la motivación y el interés de los estudiantes en el tema. Además, al tener que interpretar y adaptar fuentes históricas, los estudiantes podrían mejorar sus habilidades de pensamiento crítico y análisis.

La perspectiva de la cognición distribuida permite a los estudiantes ver a las matemáticas como una disciplina que está culturalmente situada, lo que lograría hacer que el aprendizaje sea más relevante para ellos. Dado que la cognición distribuida implica un enfoque más colaborativo para el aprendizaje, los estudiantes participarían en un ambiente de aula más colaborativo, del que podrían beneficiarse porque el conocimiento se comparte y se construye colectivamente.

Finalmente, la metodología de diseño de actividades basada en fuentes originales es adaptable a una variedad de contextos educativos y niveles de habilidad, lo que la hace útil para una amplia gama de entornos de enseñanza.

REFERENCIAS

- Barnett, J. H., Lodder, J., & Pengelley, D. (2014). The Pedagogy of Primary Historical Sources in Mathematics: Classroom Practice Meets Theoretical Frameworks. *Science & Education*, 23(1), 7–27.
<https://doi.org/10.1007/s11191-013-9618-1>
- Heath T. L. (2012). *The thirteen books of euclid's elements* (Vol. 1). Dover Publications.
- Fauvel J., & Maanen J. (Eds.). (2000). *History in mathematics education*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1>
- Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education*, 10(4), 391–408.
<https://doi.org/10.1023/A:1011205014608>

- Hutchins, E. (2000). Distributed cognition. En N.J. Smelser, & P.B. Baltes (Eds.), *International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences* (pp.2068–2072). Elsevier.
- Johansen, M. W., & Kjeldsen, T. H. (2018). Inquiry-Reflective Learning Environments and the Use of the History of Artifacts as a Resource in Mathematics Education. En K. M. Clark, T. H. Kjeldsen, S. Schorcht, & C. Tzanakis (Eds.), *Mathematics, Education and History* (pp. 27–42). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3_2
- Romero Sanchez S., Serradó Bayés, A., Appelbaum P., & Aldon G. (Eds.) (2023). *The Role of the History of Mathematics in the Teaching/Learning Process*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-29900-1>