Formas normativas de razonamiento que soportan el progreso matemático en el marco de las ecuaciones lineales diofánticas

Jorge Rada-Olivero [1]
Guadalupe Cabañas-Sánchez [2]

RESUMEN
Se reportan avances de una investigación donde se caracterizan formas normativas de razonamiento que soportan el progreso matemático en una comunidad de aula de posgrado. Se documentan a partir de una situación semirreal, cuya interpretación y explicación favorece el uso de la ecuación lineal diofántica. El análisis de los datos toma como base la reconstrucción de la argumentación suscitada desde la interacción con la situación y dos criterios que sustentan un marco analítico para delimitarlas. Se documentaron dos formas normativas de razonamiento: 1) Elección del método de las ELD, y 2) Elección de la ecuación lineal diofántica; estas emergen al interpretar y explicar la situación semirreal.

PALABRAS CLAVE
Razonamiento matemático, Formas normativas de razonamiento, Ecuaciones lineales diofántica.

---

[1] jarmandorada@gmail.com
Universidad Autónoma de Guerrero, México
https://orcid.org/0000-0001-9488-4844

[2] gcabanas@uagro.mx
Universidad Autónoma de Guerrero, México
https://orcid.org/0000-0002-2471-0440

Rada-Olivero, J., & Cabañas-Sánchez, G. (2024). Formas normativas de razonamiento que soportan el progreso matemático en el marco de las ecuaciones lineales diofánticas. En M. Sánchez Aguilar, M. del S. García González, & A. Castañeda (Eds.), *Perspectivas actuales de la Educación Matemática* (pp. 475–481). Editorial SOMIDEM. https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S3/2024/01-56

INTRODUCCIÓN

El razonamiento como proceso del pensamiento es concebido como una habilidad básica en las matemáticas escolares, la cual se desarrolla a lo largo del tiempo y en ambientes de aprendizaje que fomenten el aprendizaje a partir de actividades individuales y/o colectivas. En el estudio del razonamiento matemático, las perspectivas cognitivas enfatizan en actividades individuales (e.g., Sosa-Moguel et al., 2019; Nuñez-Gutiérrez y Cabañas-Sánchez, 2020), contrario a las perspectivas socioculturales, que coordinan tanto la actividad individual como la colectiva (e.g., Cetina-Vázquez et al., 2019; Rasmussen et al., 2015; Cobb et al., 2001). Estas investigaciones evidencian cómo se da la evolución del razonamiento matemático en un ambiente social de aula mientras se construye conocimiento matemático específico; enfatizan en conceptos matemáticos del álgebra lineal y tópicos de ecuaciones diferenciales.

Pocos estudios, si los hay, se han ocupado de estudiar el progreso matemático en el marco de las ecuaciones lineales diofánticas (ELD), que corresponde al interés de este trabajo. Lo anterior se debe a la relación que se maneja en este tipo de ecuaciones al trabajar con situaciones de la cotidianidad y su interpretación matemática, yendo de procesos resolutivos o algorítmicos a situaciones diarias con las que podrían encontrarse los estudiantes. En particular, este trabajo se ocupa por caracterizar las formas normativas de razonamiento (FNR) que sustentan la evolución del razonamiento matemático (RM) en una comunidad de aula de posgrado, al interpretar y explicar una situación semirreal en el marco de las ELD. La pregunta que orienta esta investigación es la siguiente: ¿Qué formas normativas de razonamiento implican la evolución del razonamiento matemático en una comunidad de aula de posgrado al interpretar y explicar una situación semirreal, en el marco de las ecuaciones lineales diofánticas?

MARCO CONCEPTUAL

Razonamiento matemático

El razonamiento matemático es un concepto polisémico, debido a que abarca una amplia gama de prácticas matemáticas (Conner et al., 2014) en función de ello que se le define o caracteriza. En esta investigación se comprende desde Kaplan et al. (2020), que lo caracterizan en términos de habilidades, como "reunir evidencia, analizar datos, establecer conjeturas, construir argumentos, sacar y validar conclusiones lógicas y probar afirmaciones"(p. 2).

Formas normativas de razonamiento

El estudio de las FNR se basa en la perspectiva sociocultural de Cobb y Yackel (1996) y en su marco interpretativo de los aspectos sociales e individuales que norman las interacciones en el aula. Aspectos fundamentales como afirman Cetina-Vázquez et al. (2019, p. 262) porque determinan "los pensamientos y acciones de individuos durante la interacción y, en consecuencia, el proceso matemático que se está dando". Por normativo entendemos [...] que una 'idea o forma de razonar funciona como si fuera una verdad matemática en el aula'. Es decir, que 'determinadas ideas o formas de razonamiento funcionan en el discurso del o los individuos' (Rasmussen et al., 2015, p. 262).

ASPECTOS METODOLÓGICOS

La investigación sigue un enfoque cualitativo con carácter interpretativo (Erickson, 2012), en el que es fundamental que la argumentación esté presente en las explicaciones e interpretaciones de los estudiantes en la comunidad de aula. Esta se toma como una norma de aula para los EP (Estudiantes de Posgrado); sus interpretaciones y explicaciones son fundamentales en la caracterización de las FNR.

Participantes y contexto

Participaron cinco estudiantes matriculados en el tercer semestre de un posgrado en Matemática Educativa de una universidad pública del suroeste de México, dos mujeres y tres hombres con edades entre los 23 y 27 años. Se involucraron en el estudio durante un curso curricular de Didáctica de la Matemática, en el que la investigadora a cargo los desafió a interpretar y explicar una situación semirreal[1], cuya interpretación y explicación requirió del uso del concepto de una ELD de la forma $ax + by = c$ y sus propiedades. La investigadora promovió las discusiones y reflexiones, que fueron capturadas a través de los argumentos verbales y escritos que esgrimieron los EP.

Fue por la reflexión, las discusiones y debates en comunión con la intervención de la investigadora a cargo, que se tomó a la ELD como el modelo matemático más útil que les permitía interpretar y explicar la situación. La situación se planteó en un ambiente de papel y lápiz que resolvieron en dos momentos, individual y grupal. La situación es la siguiente:

> A la señora encargada de la cafetería la contrataron para que elabore una comida para 122 personas. Le pusieron como requisito que, al momento de servir, acomodara a los comensales de manera que en las mesas no queden lugares vacíos. En el negocio en que va a alquilar el mobiliario le dijeron que solo cuentan con mesas con cupo para 6 o para 8 personas (Vargas, et al., 2013, p. 267).

Análisis de las formas normativas de razonamiento

El estudio de las FNR se sustenta en la reconstrucción de la argumentación que evidenciaron los EP a través de las producciones escritas y verbales que

[1] Skovsmose (2000) se refiere a una "situación semirreal" como aquellas que se construyen artificialmente y no tienen una relación directa con la realidad del estudiante, una realidad que el ejercicio de matemáticas en sí establece en la clase.

surgen de los debates y reflexiones motivadas mediante preguntas planteadas por la investigadora, quien favoreció la interacción de la comunidad de aula. El modelo argumentativo de Toulmin, adaptado por Rasmussen et al. (2015), fue básico en este proceso.

Modelo argumentativo de Toulmin

El modelo argumentativo de Toulmin (Figura 1) se constituye de seis elementos: Datos (D), Conclusión (C), Garantía (G), Soporte (S), Cualificador Modal (CM) y Reserva (R). El núcleo de un argumento lo constituyen los tres primeros elementos. Este modelo fue útil para registrar la argumentación, como en Cetina-Vázquez et al. (2019), en términos de datos y con base en ello identificar las ideas matemáticas expresadas en los argumentos que se constituyen en FNR.

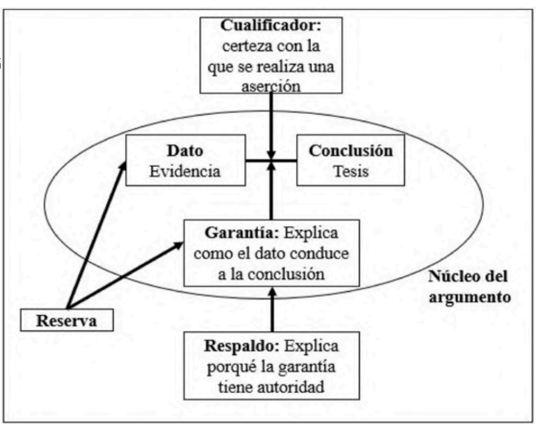
Los criterios siguientes se utilizaron para determinar las FNR (Stephan & Rasmussen, 2002, p.262):

Criterio 1 (C1): Los respaldos y/o garantías para una conclusión en particular ya no aparecen en las explicaciones y, por lo tanto, la idea matemática expresada en el núcleo del argumento es evidente por sí misma, o

Criterio 2 (C2): Cualquiera de las cuatro partes de un argumento (dato, garantía, conclusión, respaldo) cambian de posición (es decir, de función) dentro de los argumentos subsiguientes y no son cuestionadas.

Figura 1

Modelo argumenta



Nota: Versión del modelo argumentativo de Toulmin adaptada por Rasmussen et al. (2015, p.263)

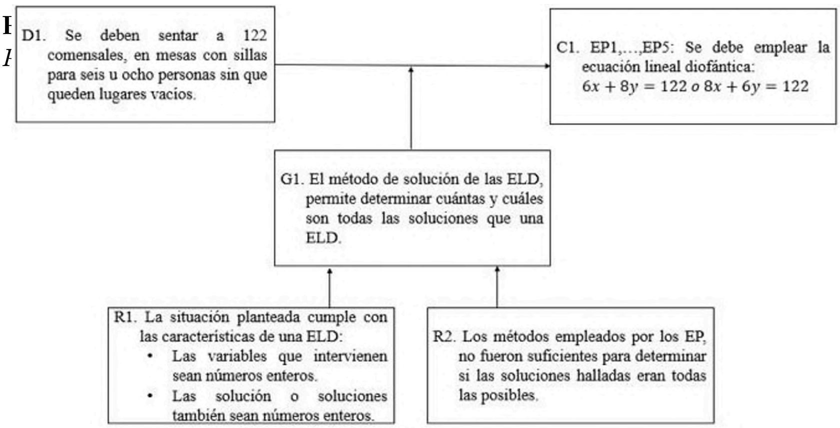
RESULTADOS

El análisis de los datos se ha ubicado, al momento, en la interpretación de la situación semirreal. En ese contexto se han caracterizado dos FNR que se resumen en la Tabla 1. La Figura 2, evidencia la reconstrucción de la argumentación suscitada desde la actividad colectiva.

Tabla 1

Formas normativas de razonamiento matemático

FNR	Criterios
Elección del método de las ELD	C2
Elección de la ELD	C2



El primer argumento refiere a la elección del método de las ELD para resolver la situación después de debates, reflexiones y discusiones llevados a cabo en el aula. Al cumplir con las características de este tipo de ecuaciones, se reconoce que: a) Las variables que intervienen son números enteros, y b) La solución también son números enteros. Esta elección se dio cuando los EP la resolvieron por métodos informales como el tanteo. Reconocen que la situación conlleva más de una solución posible y debían determinarlas. En el segundo argumento, los estudiantes, al elegir el método, debían decidir qué ecuación permitirá resolver la situación, es decir, $8x + 6y = 122$ o bien $6x + 8y = 122$. Este cuestionamiento, luego de debates y reflexiones, llevó a elegir la ecuación $8x + 6y = 122$, aludiendo a que ambas los llevaría a darle solución a la situación. Estas FNR surgen después de que los EP pasan por procesos reflexivos de manera individual; las ideas que surgen de estos procesos son presentadas a la comunidad de aula y son aceptadas o abandonadas a partir de debates, con relación a la utilidad o eficacia de los métodos presentados y los razonamientos y argumentos que las justifican.

REFLEXIONES

La reconstrucción de la argumentación en una comunidad de aula contribuyó en identificar dos FNR. Para reportarlas se requirió de tres elementos del modelo argumentativo de Toulmin, que corresponden al núcleo de un argumento. Identificarlas y caracterizarlas permite comprender cómo se da la evolución del razonamiento matemático en un ambiente social de aula.

REFERENCIAS

Cetina-Vazquez, M., Cabañas-Sanchez, G., & Sosa-Moguel, L. (2019). Collective mathematical progress in an introductory calculus course during the treatment of the quadratic function. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 7*(2), 155–169. http://dx.doi.org/10.18404/ijemst.552427

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist, 31*(3/4), 175–190. https://doi.org/10.1080/00461520.1996.9653265

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *Journal of the Learning Sciences, 10*(1–2), 113–163. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS10-1-2_6

Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P., & Francisco, R. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics, 86*(2), 401–429, http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2014.921131

Erickson, F. (2012). Qualitative research methods for science education. En B. J. Fraser, K. Tobin, & J. McRobbie (Eds.), *Second International Handbook of Science Education* (pp.1451–1469). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9041-7_93

Kaplan, H. A., Gulkilik, H., & Emul, N. (2020). Role of formal constraints in reasoning: an approach through 2D Euclidean geometry in undergraduate mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 52*(3), 1–18. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1738578

Nuñez-Gutiérrez, K., & Cabañas-Sánchez, G. (2020). Inductive reasoning in mathematics teachers when resolving generalization tasks. En Lischka, A. E., Dyer, E. B., Jones, R. S., Lovett, J., Strayer, J., & Drown, S. (Eds.), *Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 790–802). Middle Tennessee State University.

Rasmussen, C., Wawro, M., & Zandieh, M. (2015). Examining individual and collective level mathematical progress. *Educational Studies in Mathematics, 88*(2), 259–281. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9583-x

Sosa-Moguel, L., Aparicio-Landa, E., & Cabañas-Sánchez, G. (2019). Characterization of Inductive Reasoning in Middle School Mathematics Teachers in a Generalization Task. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 14*(3), 563–581. https://doi.org/10.29333/iejme/5769

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA, 6*(1), 3–26.

Stephan, M. & Rasmussen, C. (2002). Classroom mathematical practices in differential equations. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(2), 459–490. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00145-1

Vargas, A., Cabañas-Sánchez, G., & Meza, E. (2013). Una situación de modelación de lo lineal. En F.M. Rodríguez-Vázquez, & R. Rodríguez Gallegos. *Memoria de la XVI Escuela de Invierno de Matemática Educativa* (pp. 266-272). Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.